電磁気学（国際開発）
(6) 平面波の反射と屈折

高田潤一
takada@ide.titech.ac.jp

2010 年 1 月 25 日

概 要

本日は誘電率・透磁率が異なる領域の間の境界条件について説明し，続いて平面波への適用例として反射および屈折について説明する．

1 境界条件（教科書 4 章および 8 章）

1.1 電界・電束密度の境界条件 (p.107)

- 電界：$\oint_{\partial S} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\mathrm{j}\omega \iint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \Rightarrow \boldsymbol{E}_{\mathrm{t}1} = \boldsymbol{E}_{\mathrm{t}2}$ あるいは $\boldsymbol{E}_1 \times \hat{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{E}_2 \times \hat{\boldsymbol{n}}$
- 電束密度：$\oiint_{\partial V} \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \iiint_V \rho \mathrm{d}V$ かつ境界上で $\rho = 0 \Rightarrow \boldsymbol{D}_{\mathrm{n}1} = \boldsymbol{D}_{\mathrm{n}2}$ あるいは $\boldsymbol{D}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{D}_2 \cdot \hat{\boldsymbol{n}}$

1.2 磁界・磁束密度の境界条件 (p.181)

- 磁界：$\oint_{\partial S} \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \iint_S (\mathrm{j}\omega \boldsymbol{D} + \boldsymbol{i}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$ かつ境界上で $\boldsymbol{i} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{H}_{\mathrm{t}1} = \boldsymbol{H}_{\mathrm{t}2}$ あるいは $\boldsymbol{H}_1 \times \hat{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{H}_2 \times \hat{\boldsymbol{n}}$
- 磁束密度：$\oiint_{\partial V} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{B}_{\mathrm{n}1} = \boldsymbol{B}_{\mathrm{n}2}$ あるいは $\boldsymbol{B}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{B}_2 \cdot \hat{\boldsymbol{n}}$

2 平面境界における平面波の反射・屈折（添付資料）

- 物質内の光速 $v = \frac{1}{\varepsilon\mu} < c \Rightarrow$ 屈折率 $n = \frac{v}{c} > 1$
- 特性インピーダンス：平面波の電界と磁界の比 (教科書 p.242)

$$Z = \frac{\mu}{\varepsilon}$$

- スネルの法則：境界面上での波動が一致する条件 (2.1)-(2.4)
- 垂直入射時の透過と反射：波動インピーダンス（電界と磁界の比）を利用
  入射波・透過波・反射波の和が境界条件を満足 (3 節)

$$\begin{aligned}
E_{x1}^{(+)} + E_{x1}^{(-)} &= E_{x2}^{(+)} \\
H_{y1}^{(+)} - H_{y1}^{(-)} &= H_{y2}^{(+)} \\
E_{x1}^{(\pm)} &= Z_1 H_{x1}^{(\pm)} \\
E_{x2}^{(+)} &= Z_2 H_{x2}^{(+)}
\end{aligned}$$

これを解いて

$$T = \frac{E_{x2}^{(+)}}{E_{x1}^{(+)}} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \text{ ：透過係数}$$

$$R = \frac{E_{x1}^{(-)}}{E_{x1}^{(+)}} = -\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \text{ ：反射係数}$$

- フレネルの法則：斜入射時の透過と反射〜入射面と平行な成分が電界か磁界かにより異なる (p.121)