

「労働経験を積むことによって、労働者（以下、大湾(2010)に従って、美容師）は、美容室の売り上げの増減により感応的な給料スケジュールを選択する傾向を持つようになる」ことを説明する一つの簡単なモデル

1. モデルのセットアップ

- (1) 美容師は、ある一つの美容室に面している。この美容室の売上高は、確率的に以下の二つのうちのどちらかを取るものとする。

$$x \in \{\underline{x}, \bar{x}\} \quad (\text{解釈: 「売上不振」か「売上好調」})$$

- (2) 美容室（の経営者）が美容師に払う給料は、 x に応じて、次のように定められている。

$$w(x) = \begin{cases} \bar{w} & \text{if } x = \bar{x} \\ \underline{w} & \text{if } x = \underline{x} \end{cases}$$

- (3) 賃金に非負制約を置く。美容師の危険中立性を仮定。
- (4) 美容師の努力水準を $z \in \{\underline{z}, \bar{z}\}$ とし（解釈: 「頑張らない」か「頑張る」）、もし美容師が z の努力水準を抛出した時、成功確率（ $x = \bar{x}$ ）は z とする。また、彼女／彼の努力抛出自 z に伴う費用は

$$c(z) = \begin{cases} \alpha & \text{if } z = \bar{z} \\ 0 & \text{if } z = \underline{z} \end{cases}$$

である。ここで、 $\alpha > 0$ の定数とする。

2. 誘因整合性の条件

- 美容師が $z = \bar{z}$ を選択するためには

$$\bar{z}\bar{w} + (1 - \bar{z})\underline{w} - \alpha \geq \underline{z}\bar{w} + (1 - \underline{z})\underline{w}$$

が成立していなければならない（そうさせることが美容室（の経営者）にとって、 $z = \underline{z}$ が選ばれる時よりも望ましくなるような諸条件が置かれているものとする）。

- ここで、美容室（賃金スケジュール提示者）の最適契約設計（自らの利潤の最大化）の必要条件（詳細略）から、

$$\underline{w} = 0$$

$$\bar{z}w + (1 - z)\underline{w} - \alpha = \underline{z}w + (1 - \underline{z})\underline{w}$$

が成立している。よって、

$$\bar{w} = \frac{\alpha}{z - \underline{z}}$$

である。

3. 結果の内容と解釈

- 美容師としての経験の蓄積（年数）が、 α の減少（のみ）を伴うものだとすると、賃金スケジュールはむしろ、よりフラットになる。しかし、経験の蓄積が、「頑張った」時の成功確率($\bar{z}$)と、「頑張らなかった」時の成功確率($\underline{z}$)との差を小さくするようなもの（のみ）とすると、賃金スケジュールは、よりスティープになる。両者が混在していると、何とも言えない。

- 解釈：努力することの費用(α)が一定のもとで、「頑張らない」ことよりも「頑張る」ことによる（「売上好調」確率の上昇を通じての）給料に影響を与える貢献分($\bar{z} - \underline{z}$)が小さいのならば、美容室（の経営者）の立場に立ってみれば、美容師に「頑張って」もらうようにするには、「売上好調」時の給料と、「売上不振」時の給料との差額をより大きくすることによって、その小ささの分を補うようにしなければならない。

4. モデルの評価

- 美容師としての経験の蓄積を「「頑張った」時の成功確率($\bar{z}$)と、「頑張らなかった」時の成功確率($\underline{z}$)との差を小さくするようなもの」とするのは妥当といえるか？

- そもそもモチベーションであった、「労働経験を積むことによって、美容師は、美容室の売り上げの増減により感応的な給料スケジュールを選択する傾向を持つようになる」ということは、現実には観察されるものなのか？

- データの集め方：いろいろな（出来るだけランダムサンプリングに近い形で）美容師一人一人に、(1) 給料スケジュールの種類、(2) 経験年数、(3) その他の変数（性別、出身専門学校、過去、現在の勤務地 etc）を聞いて、十分に大きいサンプルサイズを持ったデータセット（クロスセクショナル）を構築。

- 「経験スケジュールの種類」を被説明変数、経験年数、その他の変数を説明変数として、

離散選択モデル（多項プロビットモデルなど）のパラメータを推定し、特に、経験年数の増加が、歩合制の選択を高めているかについて見る。

- なお、上の単純なプロセスでは問題点があることが多い。それについての初歩的な解説を「実証分析の考え方」で学ぶ。

問題 1 1 ページ目のモデルのセットアップの幾つかの部分を変、以下のように変更する。

(・ (1)、(2)、(3)には変更なし)

・ 個人によって、(経験年数に伴って)生産性に違いがあり、それは2次元のベクトル (α, z) で表される。

・ 具体的には、 $\alpha \in \{\underline{\alpha}, \bar{\alpha}\}$ (但し $0 < \underline{\alpha} < \bar{\alpha} < 1$) であり、そして、 $z \in \{\underline{z}, \bar{z}\}$ である (但し

$0 < \underline{z} < \bar{z}$)。すなわち、各美容師は、各々の経験年数によって、 $(\alpha, z) \in \{\underline{\alpha}, \bar{\alpha}\} \times \{\underline{z}, \bar{z}\}$ の4種類の中から1種類の属性が与えられている。

・ 美容師の努力供出 μ は、 $\mu \in \{0, \alpha\}$ のように、「頑張る」($\mu = \alpha$)か「頑張らない」($\mu = 0$)の二つの選択肢があるものとする。ここで、もし美容師が μ の努力水準を拠出した時、成功確率は μ とする。また、彼女／彼の努力拠出 z に伴う費用は

$$c(\mu, z) = \frac{\mu^2}{z}$$

とする。すなわち、 z の値を固定した時、「頑張る」方が、「頑張らない」よりも費用が高い。また、「頑張る」時には、 z が大きい方が、費用は低い。

では、この設定のもとで、「労働経験を積むことによって、美容師は、美容室の売り上げの増減により感応的な給料スケジュールを選択する傾向を持つようになる」と言えるかどうかを議論せよ。

問題 2 以下の議論で導き出される結論「労働経験を積むことによって、美容師は固定給よりも歩合給をより選択する傾向を持つようになる」は正しいものとは言えない。議論の中のどこにその理由があるかを指摘せよ。

「労働経験を積むことによって、美容師は固定給よりも歩合給をより選択する傾向を持つようになる」ことを説明する一つの簡単なモデル

1. モデルのセットアップの変更

- 1 ページ目のモデルのセットアップの幾つかの部分で、以下のように変更する。

(・ (1)、(2)には変更なし)

- 彼女／彼の効用関数は、 $u(w) = \log w$ とする。

- 美容師の努力水準を $z \in [0,1]$ とする。もし美容師が z の努力水準を抛出した時、成功確率 ($x = \bar{x}$) は z とする。また、彼女／彼の努力抛出 z に伴う費用を

$$c(z) = \frac{\alpha z^2}{2}$$

とする。ここで、 $\alpha > 0$ の定数とする。

- もし $\bar{w} = \underline{w}$ ならば、固定給(賃金スケジュール F)。もし $\bar{w} > \underline{w}$ ならば、歩合給(賃金スケジュール I)と呼ぶ。

2. 美容師の制約条件付きの最適化行動

- 賃金スケジュールを所与として、美容師にとっての最適な労働供給行動は

$$\text{労働供給行動} \begin{cases} \text{この美容室に勤め、} \max_{z \in [0,1]} zu(\bar{w}) + (1-z)u(\underline{w}) - \frac{\alpha z^2}{2} \text{ となる } z \text{ を選ぶ} \\ \text{if 最大化された期待効用が外部機会よりも高い} \\ \text{この美容室に勤めない} \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

と書ける。

- この美容室に勤める時の最適な努力水準は、 z についての 1 階の条件

$$u(\bar{w}) - zu(\underline{w}) = \alpha z$$

を解いて、

$$z = \frac{u(\bar{w}) - u(\underline{w})}{\alpha}$$

となる。

3. 固定給の場合の努力水準 z^F

・ $\bar{w} = \underline{w}$ なので、

$$z^F = \frac{u(\bar{w}) - u(\underline{w})}{\alpha} = \frac{0}{\alpha} = 0$$

・ 簡単のため、この美容室は、美容師の労働の独占的買い手であるとする（ここでは扱わないが、美容室が買い手独占ではなく、複数の美容室が、この美容師の労働を巡って競争的な状況にあるという形での修正が可能）。他方、美容師は、同じ属性を持つ他の美容師と、労働供給を巡って、完全競争的な状況にあるとする。すると、 $\underline{w}$ は、美容師の期待効用が、留保効用と同一になるように決められる、すなわち、

$$u(\underline{w}) - \frac{\alpha \cdot 0^2}{2} = 0$$

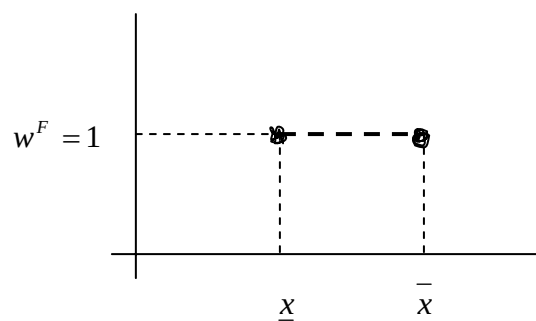
が満たされている。これを $\underline{w}$ について解くと、

$$\underline{w} = u^{-1}(0)$$

となり、 $u(w) = \log w$ であることに注意すると、

$$\underline{w} = e^0 = 1 (= w^F)$$

となる。



4. 歩合給の場合の努力水準 z^I

・ $\bar{w} > \underline{w}$ より、

$$z^I = \frac{1}{\alpha} \log \frac{\bar{w}}{\underline{w}} > 0$$

- このとき、 $\underline{w}$ は、

$$z^I u(\bar{w}) + (1 - z^I) u(\underline{w}) - \frac{\alpha(z^I)^2}{2} = 0$$

となるように決められている。

整理すると、

$$\begin{aligned} u(\underline{w}) &= \frac{\alpha(z^I)^2}{2} - z^I (u(\bar{w}) - u(\underline{w})) \\ &= \frac{\alpha(z^I)^2}{2} - z^I \cdot \alpha z^I \\ &= -\frac{\alpha(z^I)^2}{2} \end{aligned}$$

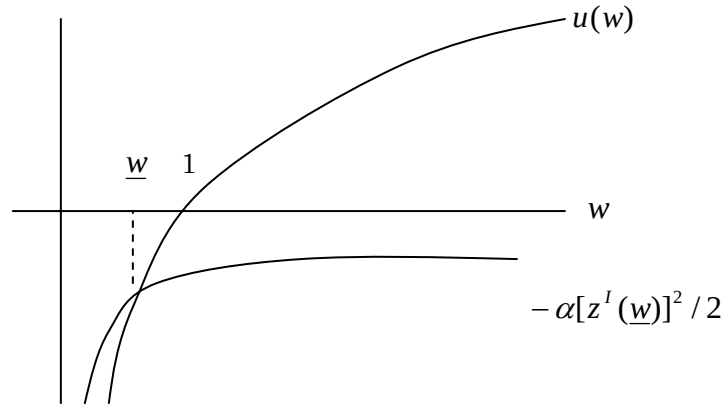
z^I は、 $\underline{w}$ の関数であることに注意。すなわち、上の式は、正確には

$$u(\underline{w}) = -\frac{\alpha[z^I(\underline{w})]^2}{2}$$

である。ここで、

$$\frac{\partial z^I}{\partial \underline{w}} = -\frac{1}{\alpha \underline{w}} < 0, \quad \frac{\partial^2 z^I}{\partial \underline{w}^2} = \frac{1}{\alpha \underline{w}^2} > 0$$

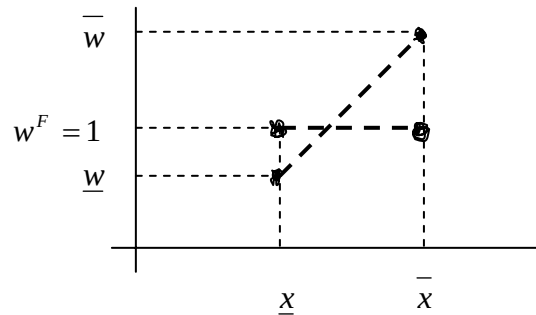
である（但し、 $\underline{w}$ の一意性を見るためには議論の追加が必要だが、ここでは省略）。



- 上のグラフから分かるように、 $\underline{w} < 1 = w^F$ 。他方、もし $\bar{w} \leq 1$ だったら、

$$z^I u(\bar{w}) + (1 - z^I) u(\underline{w}) = \frac{\alpha(z^I)^2}{2}$$

で、左辺の第1項はゼロ以下となり、右辺は正、左辺の第2項は負であることと合わせると矛盾。よって、 $\bar{w} > 1$ である。



5. 固定給と歩合給の比較

歩合給で働いた時の期待効用

$$z^I u(\bar{w}) + (1 - z^I) u(\underline{w}) - \frac{\alpha (z^I)^2}{2}$$

固定給で働いた時の期待効用

$$u(1) = 0$$

よって、

$$z^I u(\bar{w}) + (1 - z^I) u(\underline{w}) > \frac{\alpha (z^I)^2}{2}$$

となるときに、美容師は歩合給を選択する。すなわち、他の条件を全て一定として、 α が小さくなるほど、歩合給が好まれやすくなる。ここで、経験を積むことによって α は小さくなる、すなわち、同じ z の値に対して、努力抛出費用はより小さくなるとすると、「労働経験を積むことによって、美容師は固定給よりも歩合給をより選択する傾向を持つようになる」ということになる。