第１１回　少数キャリア連続の方程式

※本日の講義のポイント

半導体のキャリア輸送において大きな意味を持つ少数キャリアの連続の方程式と少数キャリアの注入について学ぶ。

・少数キャリア(電子)を注入する場合

熱平衡状態(キャリアを注入する前)の電子のキャリア濃度を n_{p0} とし、電子を注入した後のキャリア濃度を n_p とする

(添え字の p は p 型半導体中であることを示し、0 は熱平衡であることを示す)

ここで過剰少数キャリア濃度Δn_pを次のように定義する

$$\Delta n_p = n_p - n_{p0}$$

また注入されている量として以下の条件が成り立っているとする(低注入水準)

$$n_{p0} < \Delta n_p < p_{p0}$$

熱平衡状態において少数キャリア(電子)がある特定の領域に注入されると…

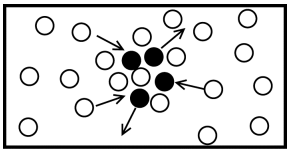
１．クーロン力により多数キャリアである正孔が電子の周りを取り囲む

(誘電緩和時間のオーダーでの現象)

↓

電子が作る電界は中和されて打ち消される

(電荷中性状態になる)



２．電子の存在している場所は局所的

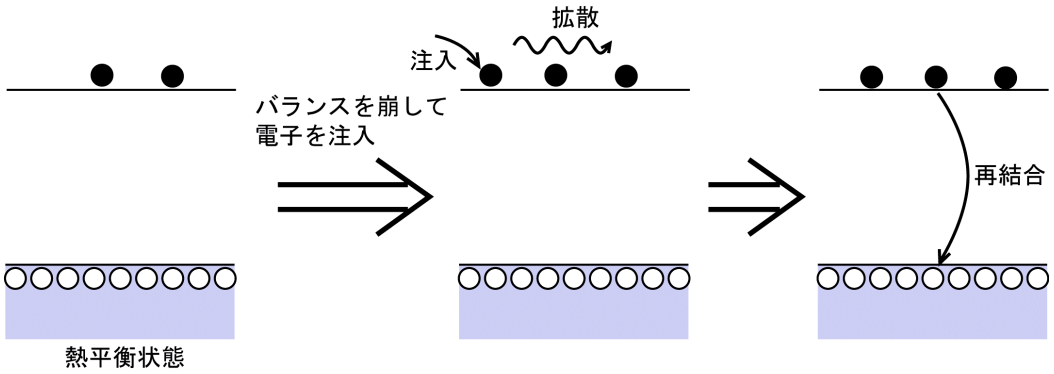
→濃度差を減少させる方向に電子が拡散する

３．正孔は電子が抜けた穴→穴に電子が入ったほうがエネルギー的に安定

→ある時間たつと伝導帯にある電子は価電子帯の正孔と打ち消しあって消滅

<u>再結合(recombination)</u>

４．拡散しながら再結合し、ある時間経つと熱平衡状態に戻る



少数キャリアの寿命

「ある時間」経つと再結合により少数キャリアは消滅する

→寿命と呼ぶ

ex. 半導体にバンドギャップ以上のエネルギーを持つ光を当てる

→励起により過剰少数キャリアが発生（キャリアの生成という）

光を当てて均一に過剰少数キャリアが生成していた半導体において、時刻 t=0 において光を止めたとする。過剰少数キャリアは再結合により次第に減少していくが、その減少の割合がΔn_pに比例するとし、その比例定数を 1/ τ_e とすると

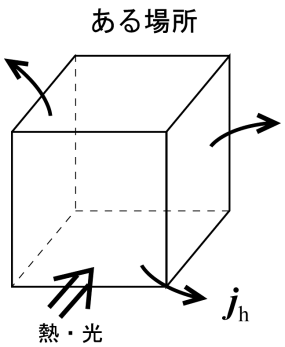
$$\frac{d\Delta n_p}{dt} = -\frac{\Delta n_p}{\tau_e}$$

と表すことができる。したがって過剰少数キャリア濃度は

$$\Delta n_p(t) = \Delta n_p(0)\exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right)$$

となり指数関数的に変化する。このτ_eが寿命であり、過剰少数キャリアの減少の程度を示すパラメータである。

少数キャリア連続の方程式：ある場所におけるキャリアの増減（時間変化）



n 型半導体中の少数キャリアである正孔の増減の要因

① 正孔電流（j_h）

② 再結合

③ 生成（熱、光）

（1 秒間あたり 1 cm^{-3} あたり G 個の電子－正孔対ができるとする）

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = (\text{電流成分}) + (\text{再結合}) + (\text{生成})$$

$$= -\frac{1}{q}\mathrm{div}\,\mathbf{j}_h - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} + G$$

(τ_h：正孔の寿命、p_{n0}：熱平衡時の正孔濃度)

実際には 1 次元について考えることが多いので以下そのようにする

$$\rightarrow \mathrm{div} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}$$

電流はドリフト成分と拡散成分とがあり、次のように表される

$$j_h = q\left(p_n \mu_h F - D_h \frac{dp_n}{dx} \right)$$

これらを合わせて書くと次のような式になり、右辺の各項がそれぞれドリフト、拡散、再結合、生成を表すことになる

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\mu_h F \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_h \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} + G$$

同様の議論は p 型半導体中の電子についても可能であり次のような式で与えられる

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \mu_e F \frac{\partial n_p}{\partial x} + D_e \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_e} + G$$

定常状態（キャリア濃度の時間変化が無い）における少数キャリア連続の方程式は、

$$-\mu_h F \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_h \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} + G = 0$$

$$\mu_e F \frac{\partial n_p}{\partial x} + D_e \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_e} + G = 0$$

となる。

実際の解析手法（自己無撞着に解析を行う（一般化））

電流連続の式には電界 F が含まれており、これは静電ポテンシャルをϕとすると以下の様に表せる

$$F = -\mathrm{grad}\phi$$

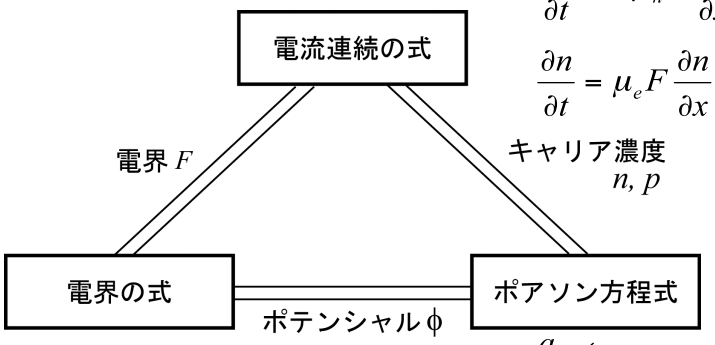
またポアソン方程式からϕは次の式で表される

$$\nabla^2\phi = \mathrm{div}(\mathrm{grad}\phi) = -\frac{q}{\varepsilon_r\varepsilon_0}\left(N_D - n + p - N_A\right)$$

このポアソン方程式には電子濃度 n 及び正孔濃度 p が含まれており、電流連続の式と関連を持っている。すなわちϕを決めて電流連続の式を計算し、これから求まる n, p はポアソン方程式から求まる n, p と一致していなくてはならない。このようにある 1 つの仮定から出発し得られた結果が、最初に与えた仮定と矛盾しないように解析を行うことを「自己無撞着(self-consistent)に解く」という

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mu_h F\frac{\partial p}{\partial x} + D_h\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p - p_0}{\tau_h} + G$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu_e F\frac{\partial n}{\partial x} + D_e\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{n - n_0}{\tau_e} + G$$



$$F = -\mathrm{grad}\phi \qquad \nabla^2\phi = \mathrm{div}(\mathrm{grad}\phi) = -\frac{q}{\varepsilon_r\varepsilon_0}\left(N_D - n + p - N_A\right)$$