応用確率統計（演習 6）　　平成 21 年 11 月 19 日

問 1

実数に値をとる確率変数 X と、同じ分布に従う独立な確率変数 X_1、X_2、…、X_n を考える。ただし X が区間[0、1]上で一様分布の確率密度関数に従う確率変数であるとする。

確率変数

$$Y_n = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$$

とするとき、次の問題を答えよ。

(a) X の平均と分散を求めよ。

(b) n が 100 の時、Y_n の平均と分散を求めよ。

(c) チェビシェフの不等式を使って、確率 $p\left(0.4 \le Y_{100} \le 0.6\right)$ の範囲を求めよ。

(d) 確率 $p\left(0.4 \le Y_n \le 0.6\right) \ge 0.99$ になるように、n の最小の値を求めよ。

問 2

実数に値をとる確率変数 X と、同じ分布に従う独立な確率変数 X_1、X_2、…、X_n を考える。ただし X が区間[−1、1]上で一様分布の確率密度関数に従う確率変数であるとする。

確率変数

$$Y_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

とするとき、次の問題を答えよ。

(a) X_n の特性関数を求めよ。

(b) Y_n の特性関数を求めよ。

(c) n が大きくなるとき、Y_n の確率分布が法則収束するか。法則収束すれば、どのような確率変数に法則収束するか。