

第4回

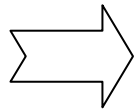
偏波・光ファイバの伝送特性(1)

2009年11月9日(月)

偏波

光ファイバ中の偏波状態の変化

- 基本モード($HE_{1,1}$)は真円コアに対しては中心対称であり偏波状態は縮退する(伝搬定数が等しい)。
- 実際は製造上の非対称性、外部応力により直交偏波間に屈折率差を生ずる(複屈折性)。



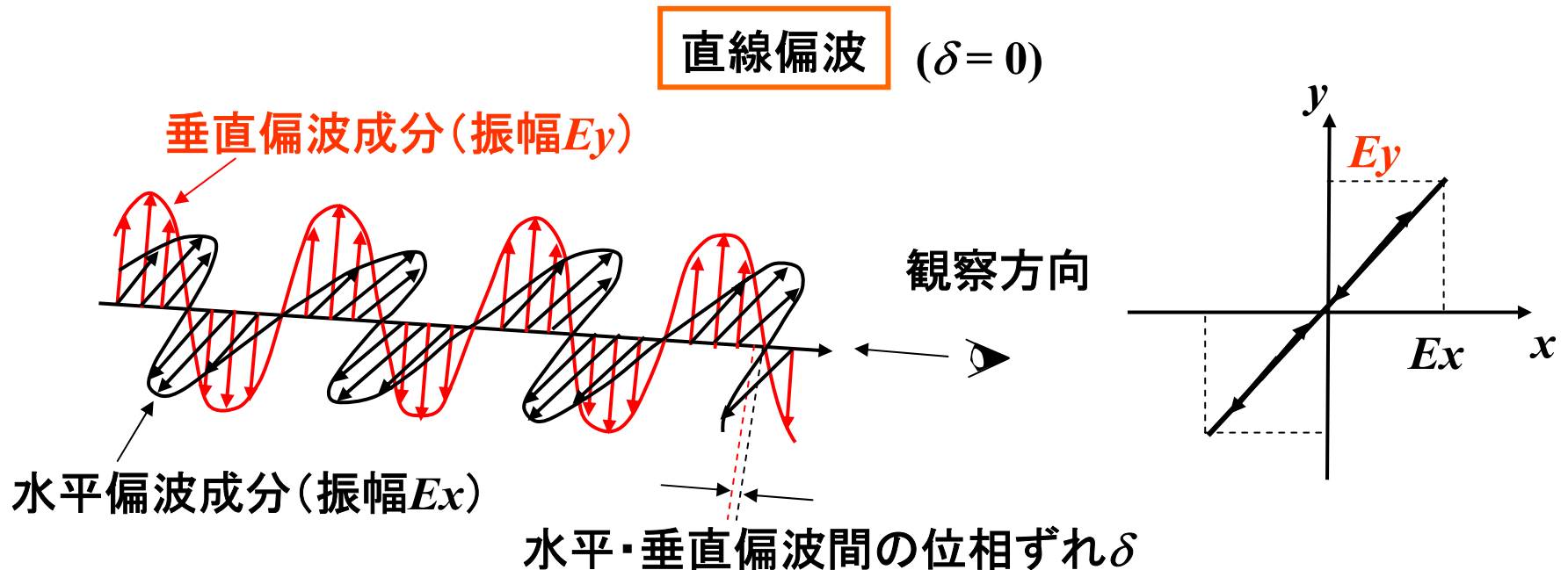
伝搬とともに直交偏波間に
遅延を生じ、偏波面が
直線→楕円→直線→楕円→
と変化

偏波の状態の表現方法(1)

- 直線偏光、円偏光、楕円偏光
- 右回り偏光、左回り偏光

光が進む方向から逆に観察したときに
電界の描く軌跡の形状、変化の方向

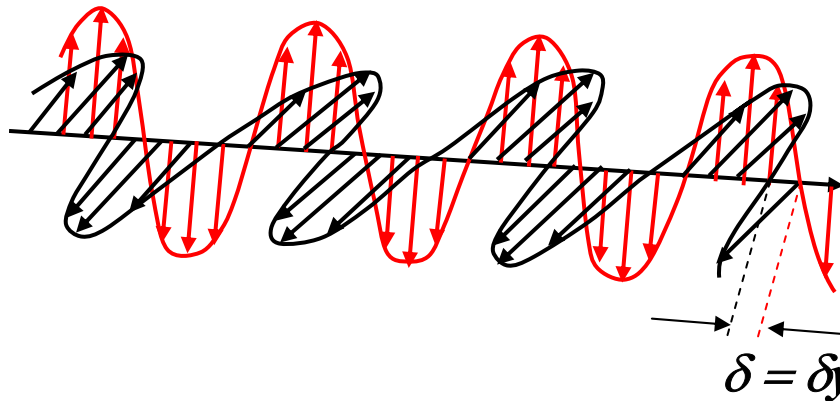
⇒ 水平偏波・垂直偏波に分解したときの各偏波成分の振幅と位相ずれにより偏波状態が決定される。



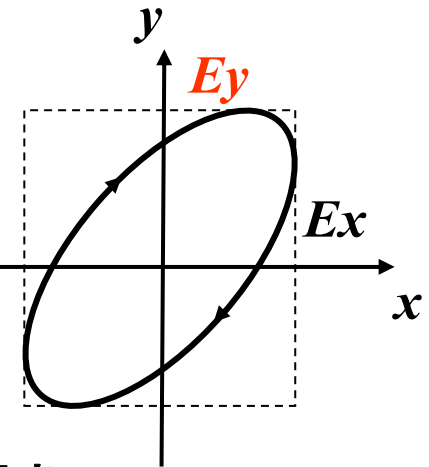
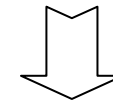
偏波の状態の表現方法(2)

楕円偏波

$0 < \delta < \pi$ (垂直偏波の位相が進む)



軌跡が
右回り

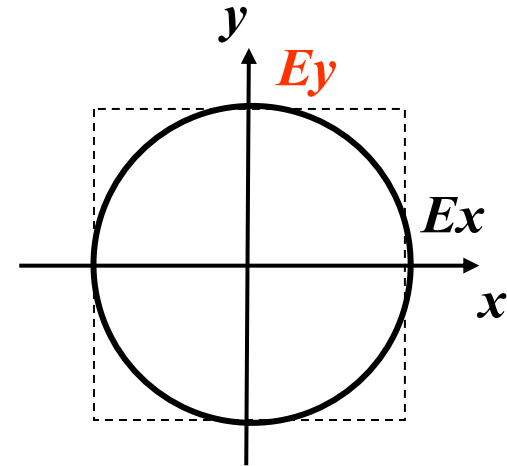
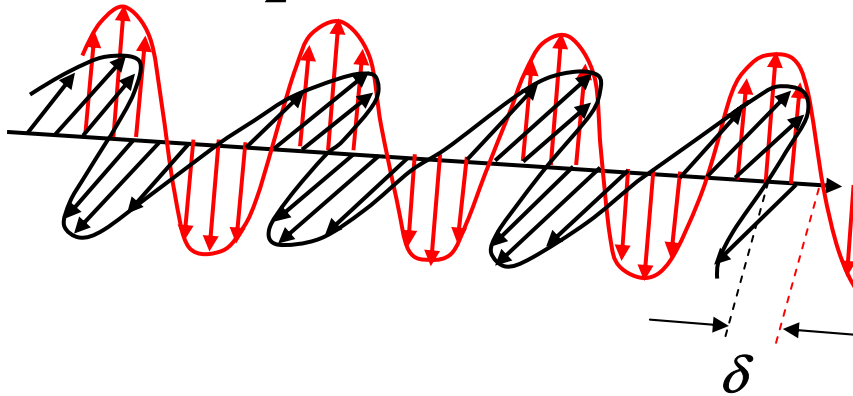


右回り楕円偏光

$-\pi < \delta < 0$ (垂直偏波の位相が遅れる) : 左回り楕円偏光

円偏波

$$\delta = \pm \frac{\pi}{2} \quad \text{かつ} \quad E_x = E_y$$



$$\delta = \frac{\pi}{2} \quad : \text{右回り円偏光}$$

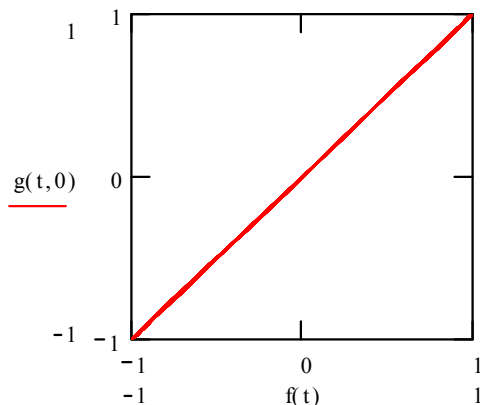
$$\delta = -\frac{\pi}{2} \quad : \text{左回り円偏光}$$

偏光間の位相ずれと偏波状態

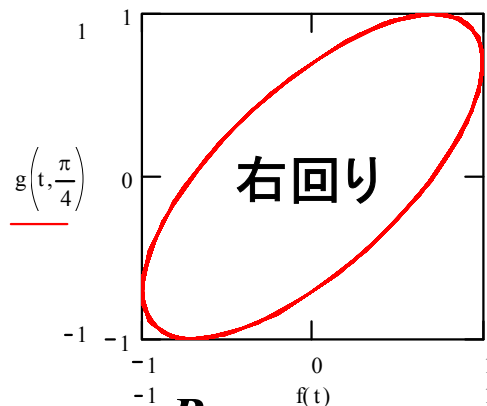
$$\left. \begin{aligned} f(t) &= A \cos \omega t \\ g(t) &= B \cos(\omega t + \delta) \end{aligned} \right\}$$

とおき、 t を変化させたときの $f(t) - g(t)$ の軌跡を計算

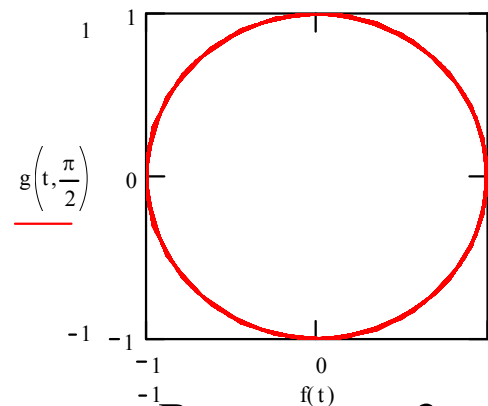
$$\frac{B}{A} = 1, \delta = 0$$



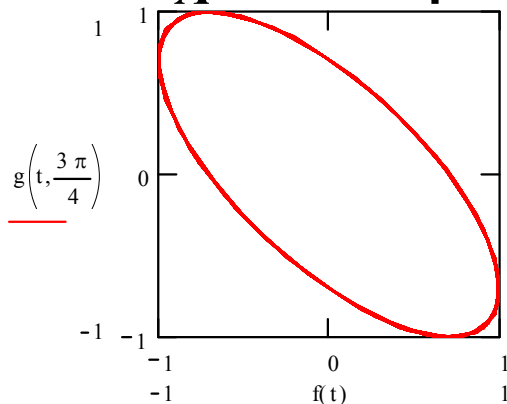
$$\frac{B}{A} = 1, \delta = \frac{\pi}{4}$$



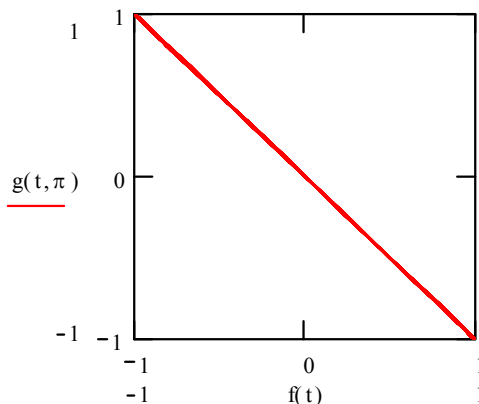
$$\frac{B}{A} = 1, \delta = \frac{\pi}{2}$$



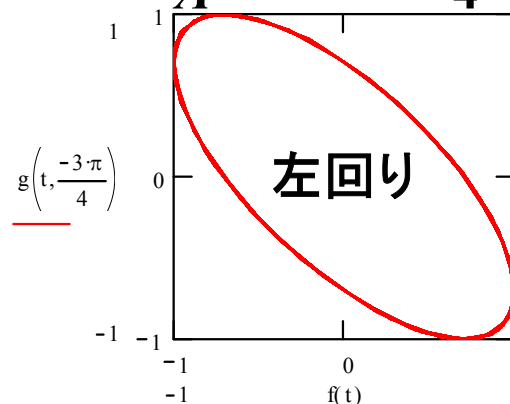
$$\frac{B}{A} = 1, \delta = \frac{3\pi}{4}$$



$$\frac{B}{A} = 1, \delta = \pi$$



$$\frac{B}{A} = 1, \delta = -\frac{3\pi}{4}$$



$$\left. \begin{aligned} Ex &= Ax \cos(\omega t - \beta z) & \textcircled{1} \\ Ey &= Ay \cos(\omega t - \beta z + \delta) & \textcircled{2} \end{aligned} \right\} \text{とおく。}$$

式①より、

$$\cos(\omega t - \beta z) = \frac{Ex}{Ax} \quad \textcircled{3}$$

式②より、

$$\begin{aligned} Ey &= Ay \{ \cos(\omega t - \beta z) \cos \delta - \sin(\omega t - \beta z) \sin \delta \} \\ \sin(\omega t - \beta z) &= \frac{-\frac{Ey}{Ay} + \cos(\omega t - \beta z) \cos \delta}{\sin \delta} = \frac{-\frac{Ey}{Ay} + \frac{Ex}{Ax} \cos \delta}{\sin \delta} \quad \textcircled{4} \end{aligned}$$

$\cos^2(\omega t - \beta z) + \sin^2(\omega t - \beta z) = 1$ に式③、④を代入

$$\left(\frac{Ex}{Ax}\right)^2 + \left(\frac{-\frac{Ey}{Ay} + \frac{Ex}{Ax} \cos \delta}{\sin \delta}\right)^2 = 1$$

よって、

$$\left(\frac{Ex}{Ax}\right)^2 + \left(\frac{Ey}{Ay}\right)^2 - 2\left(\frac{Ex}{Ax}\right)\left(\frac{Ey}{Ay}\right)\cos \delta = \sin^2 \delta \quad \textcircled{5} \quad \text{楕円の式}$$

$$\delta = 0 \quad \text{のとき、} \quad \left(\frac{Ex}{Ax}\right)^2 + \left(\frac{Ey}{Ay}\right)^2 - 2\left(\frac{Ex}{Ax}\right)\left(\frac{Ey}{Ay}\right) = 0$$

$$\therefore Ey = \frac{Ay}{Ax} Ex \quad \text{直線偏波}$$

$$\delta = \pi \quad \text{のとき、} \quad \left(\frac{Ex}{Ax}\right)^2 + \left(\frac{Ey}{Ay}\right)^2 + 2\left(\frac{Ex}{Ax}\right)\left(\frac{Ey}{Ay}\right) = 0$$

$$\therefore Ey = -\frac{Ay}{Ax} Ex \quad \text{直線偏波}$$

偏波状態の数式表現(3)

$$\delta = \frac{\pi}{2} \text{ のとき、 } \left(\frac{Ex}{Ax}\right)^2 + \left(\frac{Ey}{Ay}\right)^2 = 1 \quad \text{軸が水平・垂直方向を向いた楕円}$$

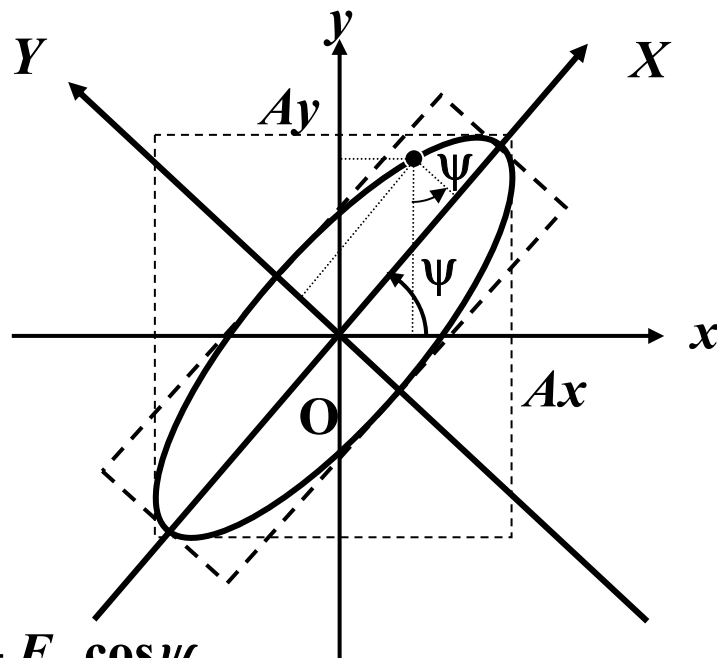
$$\delta = \frac{\pi}{2}, Ax = Ay \text{ のとき、 } Ex^2 + Ey^2 = Ax^2 \quad \text{円}$$

偏波状態の数式表現(4)

楕円が水平・垂直軸方向を向くように座標軸を回転させる。

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_x \cos \psi - E_y \sin \psi \\ E_y &= E_x \sin \psi + E_y \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

を式⑤に代入する。



$$\begin{aligned} & \left(\frac{E_x \cos \psi - E_y \sin \psi}{Ax} \right)^2 + \left(\frac{E_x \sin \psi + E_y \cos \psi}{Ay} \right)^2 \\ & - 2 \left(\frac{E_x \cos \psi - E_y \sin \psi}{Ax} \right) \left(\frac{E_x \sin \psi + E_y \cos \psi}{Ay} \right) \cos \delta = \sin^2 \delta \\ & \left(\frac{\cos^2 \psi}{Ax^2} + \frac{\sin^2 \psi}{Ay^2} - 2 \frac{\sin \psi \cos \psi \cos \delta}{Ax Ay} \right) E_x^2 + \left(\frac{\sin^2 \psi}{Ax^2} + \frac{\cos^2 \psi}{Ay^2} + 2 \frac{\sin \psi \cos \psi \cos \delta}{Ax Ay} \right) E_y^2 \\ & + 2 \left\{ \left(\frac{-1}{Ax^2} + \frac{1}{Ay^2} \right) \sin \psi \cos \psi + \frac{-\cos^2 \psi + \sin^2 \psi}{Ax Ay} \cos \delta \right\} E_x E_y = \sin^2 \delta \quad (7) \end{aligned}$$

座標変換後、 $E_x E_y$ 成分は0になるので、

$$\left(\frac{-1}{Ax^2} + \frac{1}{Ay^2}\right) \sin \psi \cos \psi + \frac{-\cos^2 \psi + \sin^2 \psi}{Ax Ay} \cos \delta = 0 \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{Ax^2 - Ay^2}{Ax^2 Ay^2} \right) \sin 2\psi - \frac{\cos 2\psi}{Ax Ay} \cos \delta = 0$$

$$\tan 2\psi = \frac{\sin 2\psi}{\cos 2\psi} = \frac{2 Ax Ay \cos \delta}{Ax^2 - Ay^2}$$

$$\therefore \psi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2 Ax Ay \cos \delta}{Ax^2 - Ay^2} \right) \quad (9)$$

偏波状態の数式表現(6)

$$\left. \begin{aligned} E_X &= a \cos(\omega t - \beta z + \delta_0) \\ E_Y &= \pm b \sin(\omega t - \beta z + \delta_0) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

とおく(X-Y軸が楕円の長軸・短軸に平行のため、式⑤の $\delta = \pi/2$ に相当し、 $\cos, \sin$ で表現した δ は同じとなる)。

式⑥より

$$\left. \begin{aligned} E_X &= E_x \cos \psi + E_y \sin \psi \\ E_Y &= -E_x \sin \psi + E_y \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

なので、式①、②、⑩、⑪より

$$\begin{aligned} a \cos(\omega t - \beta z + \delta_0) &= \{A_x \cos(\omega t - \beta z)\} \cos \psi + A_y \cos(\omega t - \beta z + \delta) \sin \psi \\ a \cos(\omega t - \beta z) \cos \delta_0 - a \sin(\omega t - \beta z) \sin \delta_0 &= A_x \cos(\omega t - \beta z) \cos \psi + A_y \cos(\omega t - \beta z + \delta) \sin \psi \\ &= A_x \cos(\omega t - \beta z) \cos \psi + A_y \{\cos(\omega t - \beta z) \cos \delta - \sin(\omega t - \beta z) \sin \delta\} \sin \psi \\ &= (A_x \cos \psi + A_y \sin \psi \cos \delta) \cos(\omega t - \beta z) - A_y \sin \psi \sin \delta \sin(\omega t - \beta z) \end{aligned}$$

任意の $\omega t - \beta z$ に対して成立するために、 $\cos(\omega t - \beta z)$, $\sin(\omega t - \beta z)$ の係数が等しいと考える。

偏波状態の数式表現(7)

$$a \cos \delta_0 = A_x \cos \psi + A_y \sin \psi \cos \delta \quad (12)$$

$$a \sin \delta_0 = A_y \sin \psi \cos \delta \quad (13)$$

また

$$\pm b \sin(\omega t - \beta z + \delta_0) = -A_x \cos(\omega t - \beta z) \sin \psi + A_y \cos(\omega t - \beta z + \delta) \cos \psi$$

$$\begin{aligned} \pm (b \sin(\omega t - \beta z) \cos \delta_0 + b \cos(\omega t - \beta z) \sin \delta_0) &= -A_x \sin \psi \cos(\omega t - \beta z) + A_y \{\cos \delta \cos(\omega t - \beta z) - \sin \delta \sin(\omega t - \beta z)\} \cos \psi \\ &= (-A_x \sin \psi + A_y \cos \psi \cos \delta) \cos(\omega t - \beta z) - A_y \sin \delta \cos \psi \sin(\omega t - \beta z) \end{aligned}$$

$\cos(\omega t - \beta z)$, $\sin(\omega t - \beta z)$ の係数が等しいと考えて、

$$\pm b \cos \delta_0 = -A_y \sin \delta \cos \psi \quad (14)$$

$$\pm b \sin \delta_0 = -A_x \sin \psi + A_y \cos \psi \cos \delta \quad (15)$$

$$(12)^2 + (13)^2$$

$$a^2 (\cos^2 \delta_0 + \sin^2 \delta_0) = (A_x \cos \psi + A_y \sin \psi \cos \delta)^2 + (A_y \sin \psi \sin \delta)^2$$

$$a^2 = A_x^2 \cos^2 \psi + A_y^2 \sin^2 \psi + 2 A_x A_y \sin \psi \cos \psi \cos \delta \quad (16)$$

$$(14)^2 + (15)^2$$

$$b^2 (\cos^2 \delta_0 + \sin^2 \delta_0) = (-A_y \cos \psi \sin \delta)^2 + (-A_x \sin \psi + A_y \cos \psi \cos \delta)^2$$

$$b^2 = A_x^2 \sin^2 \psi + A_y^2 \cos^2 \psi - 2 A_x A_y \sin \psi \cos \psi \cos \delta \quad (17)$$

⑬²+⑭²より、

$$a^2 + b^2 = A_x^2 + A_y^2 \quad \text{⑮}$$

⑫×⑭+⑬×⑮

$$\begin{aligned} & \pm ab(\cos^2 \delta_0 + \sin^2 \delta_0) \\ &= (A_x \cos \psi + A_y \sin \psi \cos \delta)(-A_y \sin \delta \cos \psi) + (A_y \sin \delta \sin \psi)(-A_x \sin \psi + A_y \cos \psi \cos \delta) \\ &= -A_x A_y \sin \delta (\cos^2 \psi + \sin^2 \psi) \end{aligned}$$

$$\therefore \pm ab = -A_x A_y \sin \delta \quad \text{⑯}$$

$$\text{⑮} \div \text{⑯} \quad \therefore \frac{\pm ab}{a^2 + b^2} = -\frac{A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \sin \delta$$

$\tan \chi = \mp \frac{b}{a}$ とおくと、

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\mp ab}{a^2 + b^2} &= \mp \frac{\left(\frac{b}{a}\right)}{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \frac{\tan \chi}{1 + \tan^2 \chi} = \frac{\sin \chi \tan \chi}{\cos \chi} \cos^2 \chi \\ &= \sin \chi \cos \chi \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \sin 2\chi = \frac{A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \sin \delta$$

$$\chi = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{2 A_x A_y \sin \delta}{A_x^2 + A_y^2} \right)$$

よって、式⑤は以下のようにできる。

$$\frac{E_x^2}{A^2} + \frac{E_y^2}{B^2} = 1$$

ただし

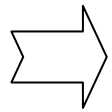
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \cos \chi$$

$$B = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \sin \chi$$

$$\chi = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{2 A_x A_y \sin \delta}{A_x^2 + A_y^2} \right) \quad (\text{参考})『光波工学』 栖原 敏明著 コロナ社$$

ストークスパラメータ

偏光状態は3つのパラメータ A_x, A_y, δ で表現されるが δ の直接的な観測が困難。



偏光子、波長板などで測定可能な値を用いた間接的な測定

$$s_0 = A_x^2 + A_y^2$$

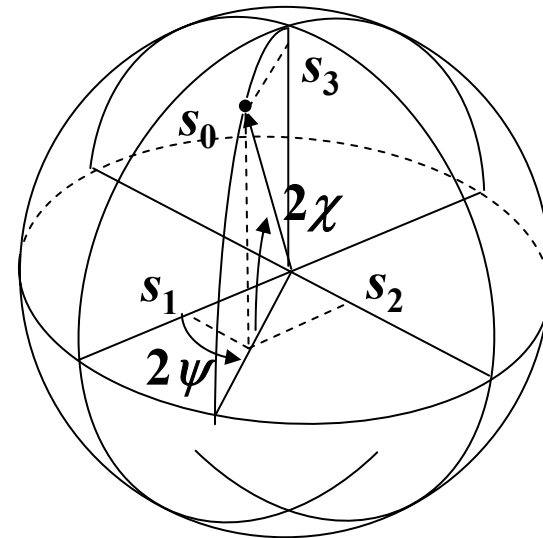
$$s_1 = A_x^2 - A_y^2$$

$$s_2 = 2A_x A_y \cos \delta$$

$$s_3 = 2A_x A_y \sin \delta$$

$$\text{ただし } s_0^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2$$

②①



式⑨、②①、②②より

$$s_1 = s_0 \cos 2\chi \cos 2\psi$$

$$s_2 = s_0 \cos 2\chi \sin 2\psi$$

$$s_3 = s_0 \sin 2\chi$$

②②

s_0 : 光パワーに比例

2ψ : 電界の長短軸の傾き (= 偏光子透過光パワー最大の角度)

2χ : 楕円率 (= 偏光子透過光パワー最大と最小の比の正接)

観測可能

ポアンカレ球

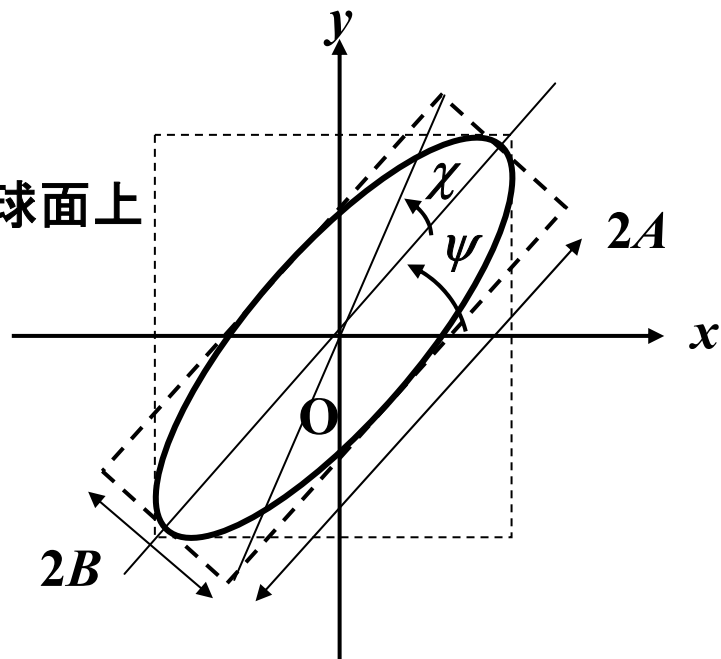
楕円の主軸が水平軸となす角 ψ と

$|\chi| = \tan^{-1}(\frac{B}{A})$ をパラメータとして球面上

に偏波状態を表す。

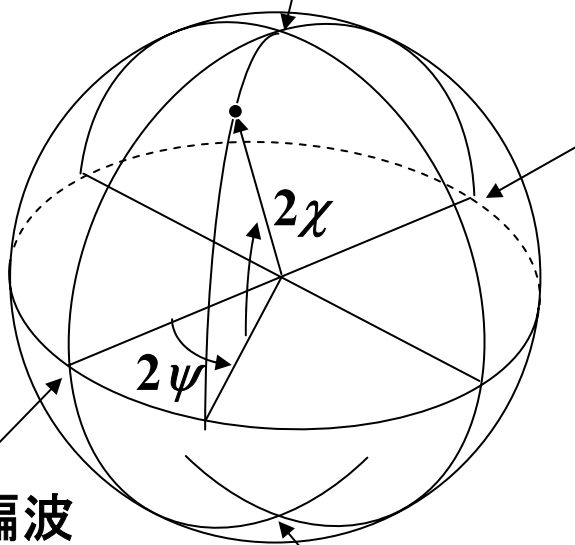
右回り円偏波

$$\chi = 45^\circ, \psi = arb.$$



垂直偏波

$$\chi = 90^\circ, \psi = 0^\circ$$



水平偏波

$$\chi = 0^\circ, \psi = 0^\circ$$

左回り円偏波 $\chi = -45^\circ, \psi = arb.$

第3章

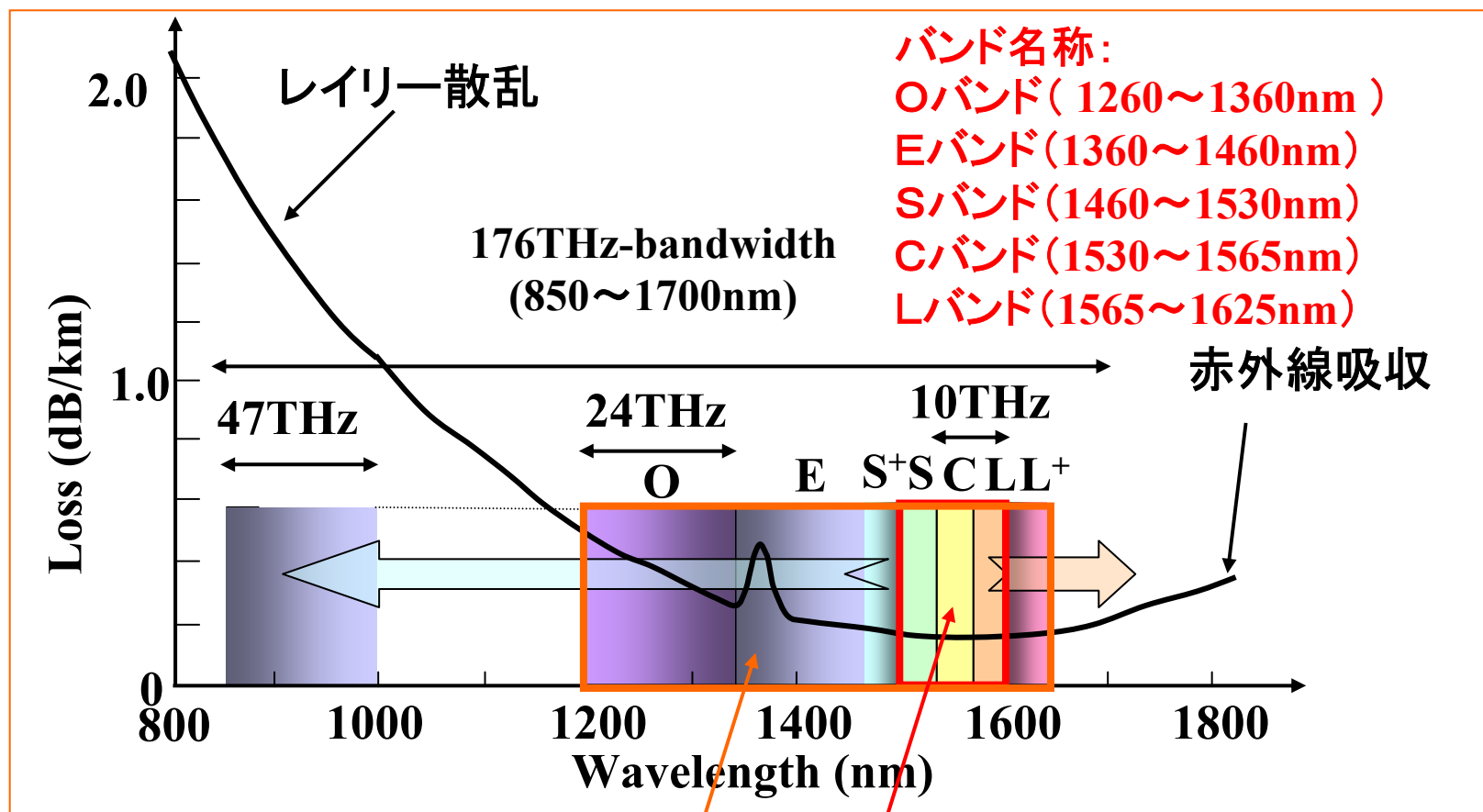
光ファイバ伝送特性

1. 光ファイバ中の信号伝搬
2. 波長分散特性
3. 伝送帯域
4. 光ファイバの研究動向

低損失・広帯域光ファイバ

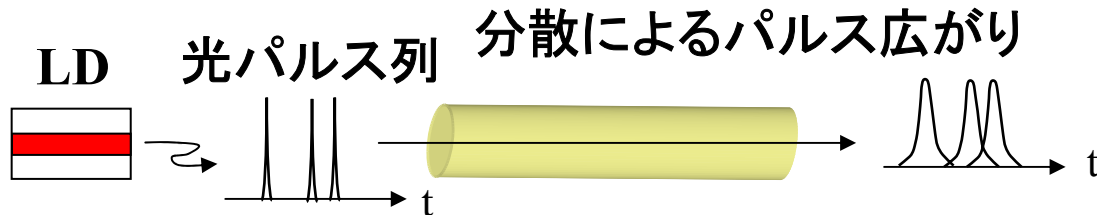
メタル線(同軸線5C-FV): 300dB/km @ 2GHz

光ファイバ: <0.2dB/km @ > 10GHz



DWDM(Dense WDM)

CWDM(Coarse WDM)

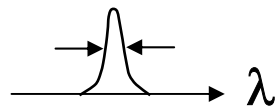


※波長分散:
光ファイバの屈折率波長依存性
による光の到達時間(群遅延)差

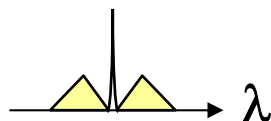
パルス広がりによる信号劣化 ➡ 波長分散を抑えることが望ましい

LD光スペクトル広がり原因

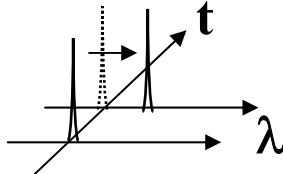
① LD自身の持つ波長広がり



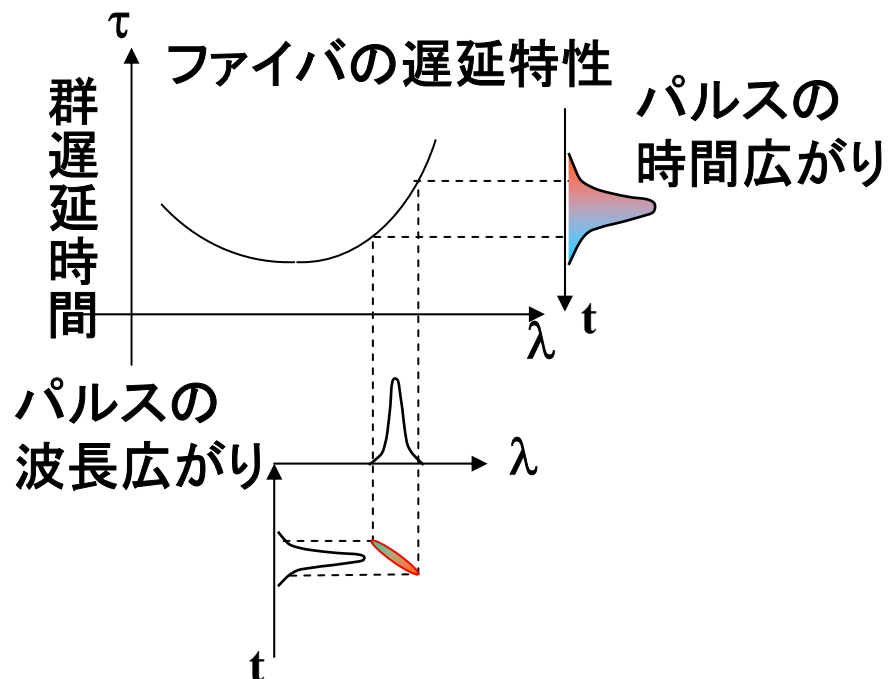
② 変調によるサイドバンドの発生



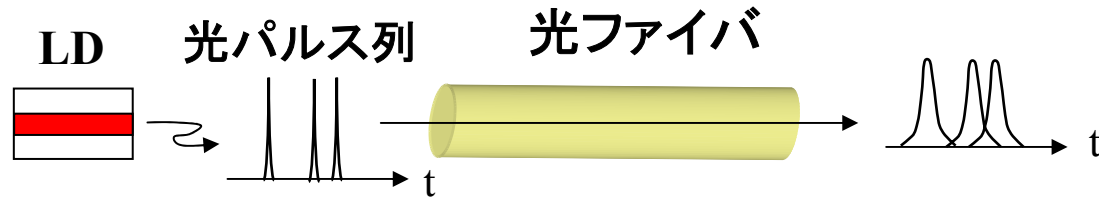
③ 変調によるチャープングの影響で波長が変動



パルスの時間広がり原因



光ファイバ中の信号伝搬(1)



入射光波形

$$E(x, y, 0; t) = A(x, y, 0; t)e^{j\omega_0 t} \quad (4.1) \quad \text{(単一モードファイバを扱うので、以下x, y座標は省略)}$$

フーリエ変換スペクトルは、

$$E_F(0; \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(0; t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} A(0; t)e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt = A_F(0; \omega - \omega_0) \quad (4.2)$$

距離 z 伝搬した時、位相変化 $\exp[-j\beta z]$ (β は伝搬定数)が加わるので
(振幅の減衰は無視)、出射端でのフーリエスペクトルは、

$$A_F(z; \omega) = A_F(0; \omega - \omega_0) \exp[-j\beta z] \quad (4.3)$$

光ファイバ中の信号伝搬(2)

距離 z 伝搬した時間波形は $A_F(Z;\omega)$ の逆フーリエ変換なので、

$$E(z;t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(z;\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(0;\omega - \omega_0) \exp[-j\beta z] e^{j\omega t} d\omega \quad (4.4)$$

$\omega - \omega_0 = u$ と変数変換して

$$E(z;t) = \frac{1}{2\pi} e^{j\omega_0 t} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(0;u) \exp[j(ut - \beta(u)z)] du \quad (4.5)$$

β を ω_0 近傍でテーラー級数展開した式

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (4.6)$$

を $E(z;t)$ の式に代入

$$\frac{1}{v_g} = \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega_0} \quad (v_g: \text{群速度})$$

$$\beta'' = \left. \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} \quad (\text{分散に 関係})$$

$$E(z;t) = \frac{1}{2\pi} e^{j[\omega_0 t - \beta(\omega_0)z]} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(0;u) \exp\left[ju\left(t - \frac{z}{v_g}\right) - j\frac{\beta''}{2} zu^2\right] du \quad (4.7)$$

$\beta''=0$ (分散が零)としたとき、

$$E(z;t) = A(0;t - \frac{z}{v_g})e^{j[\omega_0 t - \beta(\omega_0)z]} \quad (4.8) \quad \Rightarrow \quad t - \frac{z}{v_g} \text{ における } z=0 \text{ の波形と同じ}$$

$$\tau \equiv \frac{z}{v_g} = z \frac{d\beta}{d\omega} \quad \text{: 群遅延} \quad (4.9)$$

入力光をガウス型波形と仮定: $A(0;t) = A_0 \exp[-(\frac{t}{\tau_0})^2]$ (4.10)

フーリエ変換: $A_F(0;\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(0;t)e^{-j\omega t} dt = A_0 \sqrt{\pi} \tau_0 \exp[-\frac{\tau_0^2 \omega^2}{4}]$ (4.11)

ただし、 $\exp[-\alpha t^2]$ のフーリエ変換が $\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \exp\left[-\frac{\omega^2}{4\alpha}\right]$ となる(ガウス関数の

フーリエ変換はガウス関数)ことを利用した。

(4.10)の強度 $|A(0;t)|^2$ の半値全幅 T_0 は

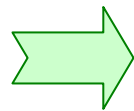
$$\left(\exp\left[-\left(\frac{t}{\tau_0}\right)^2\right] \right)^2 = \frac{1}{2} \quad \text{より} \quad T_0 = \tau_0 \sqrt{2 \ln 2} \quad (4.12)$$

(4.11)の強度 $|A_F(0;\omega)|^2$ の半値全幅 $\Delta\omega$ は

$$\left(\exp\left[-\frac{\tau_0^2 \omega^2}{4}\right] \right)^2 = \frac{1}{2} \quad \text{より}$$

$$\Delta\omega = \frac{2\sqrt{2 \ln 2}}{\tau_0} \quad (4.13)$$

$$T_0 \Delta\omega = \frac{4 \ln 2}{2\pi} \approx 0.441 \quad (4.14)$$



チャープングを起こしていないパルスについて成立(Transform-limited pulse)

次に $\beta'' \neq 0$ (分散が零でない)としたときを考える。

(4.11)を(4.7)に代入

$$E(z;t) = A_0 \underbrace{\frac{\tau_0}{\sqrt{\tau_0^2 + j2\beta''z}} \exp\left[-\frac{(t - \frac{z}{v_g})^2}{\tau_0^2 + j2\beta''z}\right]}_{A(z;t - \frac{z}{v_g})} e^{j[\omega_0 t - \beta(\omega_0)z]} \quad (4.15)$$

$A(z;t) = |A(z;t)|e^{j\Phi(z;t)}$ としたときの波形と位相について考える。

波形

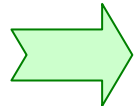
$$|A(z;t)| = A_0 \frac{\tau_0}{\left[\tau_0^4 + (2\beta''z)^2\right]^{\frac{1}{4}}} \exp\left[-\frac{t^2}{\tau_0^2 + \frac{(2\beta''z)^2}{\tau_0^2}}\right] \quad (4.16)$$

位相

$$\Phi(z;t) = \frac{2\beta''z}{\tau_0^4 + (2\beta''z)^2} t^2 - \frac{1}{2} \tan^{-1}\left[\frac{2\beta''z}{\tau_0^2}\right] \quad (4.17)$$

(4.14)の波形の振幅が1/2になる半値全幅 T_{FWHM} は

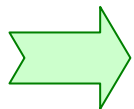
$$T_{FWHM} = T_0 \sqrt{1 + (4(\ln 2) \frac{\beta'' z}{T_0^2})^2} \quad (T_0 = \tau_0 \sqrt{2 \ln 2}) \quad (4.18)$$



Transform-limited pulseでも伝送するに従い広がる。

(4.17)を(4.15)に代入し位相項の時間微分をとると、瞬時角周波数 $\omega(t)$ は

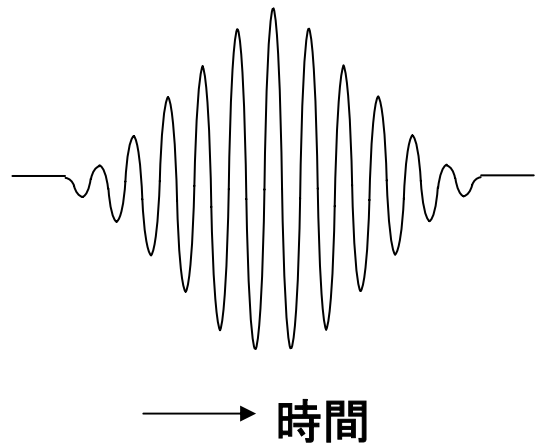
$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{4\beta'' z}{\tau_0^4 + (2\beta'' z)^2} t \quad (4.19)$$



パルス波形中の瞬時角周波数が変化：チャーピング

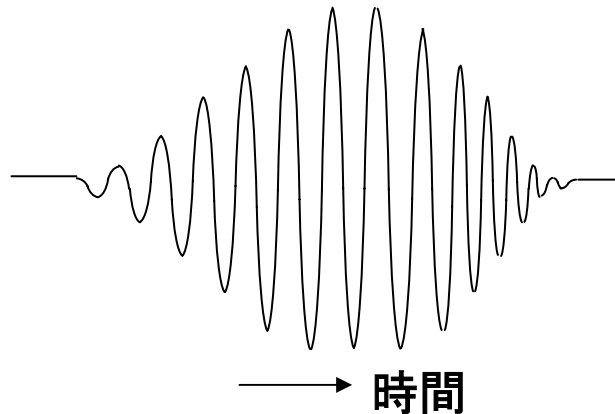
ファイバの分散による波形歪の影響

入射波形



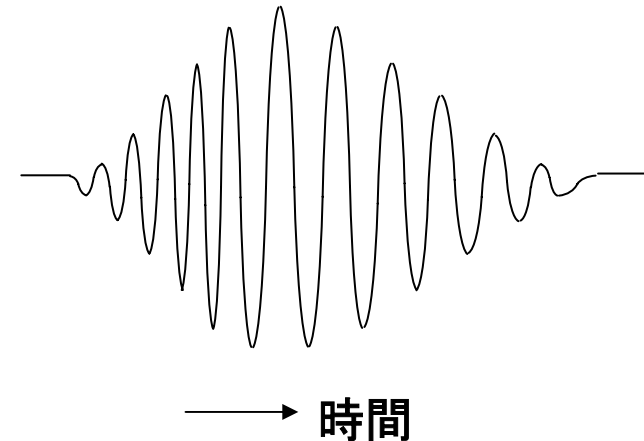
負分散による波形歪

$$\beta'' > 0 (\sigma_T < 0)$$



正分散による波形歪

$$\beta'' < 0 (\sigma_T > 0)$$



σ_T : 後に出てくる光ファイバの波長分散

光ファイバ中の信号伝搬(7)

入射パルスが初めからチャープしている場合: $A(0;t) = A_1 \exp[-(1 + jC_p) \frac{t^2}{\tau_0^2}]$

位相の時間変化 (4.20)

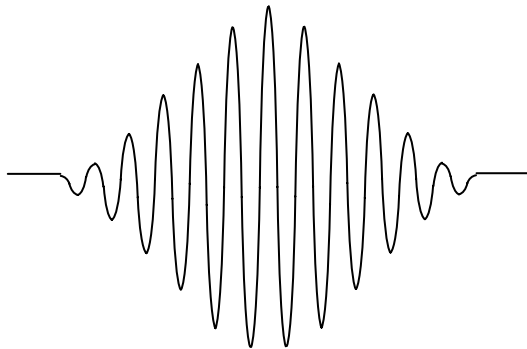
$$E(0;t) = A(0;t)e^{j\omega_0 t} = A_1 \underbrace{\exp[-\frac{t^2}{\tau_0^2}]}_{\text{ガウス関数の強度}} \underbrace{\exp[(j(\omega_0 t - C_p \frac{t^2}{\tau_0^2}))]}_{\text{ガウス関数の位相変化}}$$

ガウス関数の強度

ガウス関数の位相変化

$$C_p = 0$$

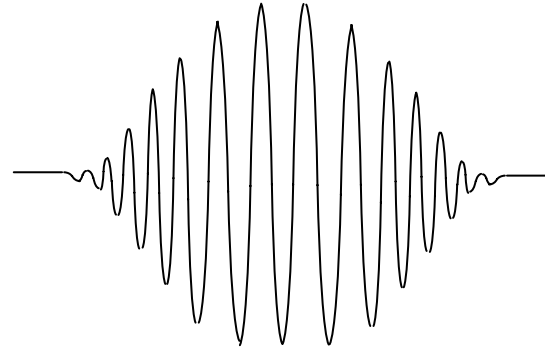
チャープ無し



→ 時間

$$C_p < 0 \text{ (位相進み)}$$

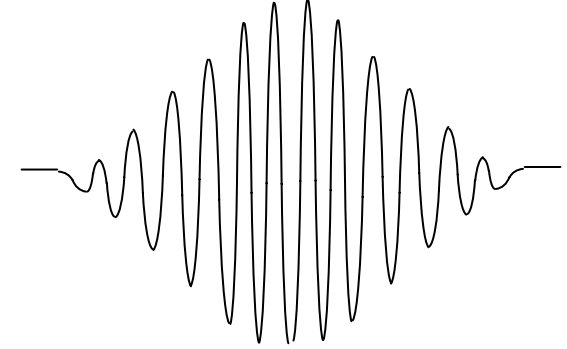
ブルーチャープに相当
(長波長→短波長シフト)



→ 時間

$$C_p > 0 \text{ (位相遅れ)}$$

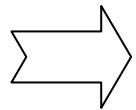
レッドチャープに相当
(短波長→長波長シフト)



→ 時間

距離 z 伝搬された後の半値全幅 T_{FWHM} は

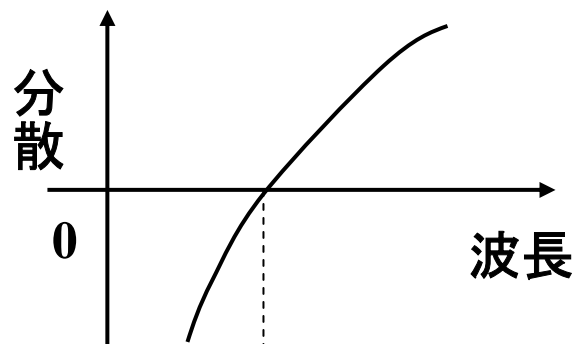
$$T_{FWHM} = T_0 \sqrt{\left(1 - 4(\ln 2) \frac{\beta'' C_p z}{T_0^2}\right)^2 + \left(4(\ln 2) \frac{\beta'' z}{T_0^2}\right)^2} \quad (4.21)$$



チャープの符号と大きさによりパルス幅の拡がり方が異なる。

$$\begin{cases} \beta'' C_p > 0 & : T_{FWHM} \text{ は一旦減少し、極小値を経て拡大} \\ \beta'' C_p < 0 & : T_{FWHM} \text{ は単調増加} \end{cases}$$

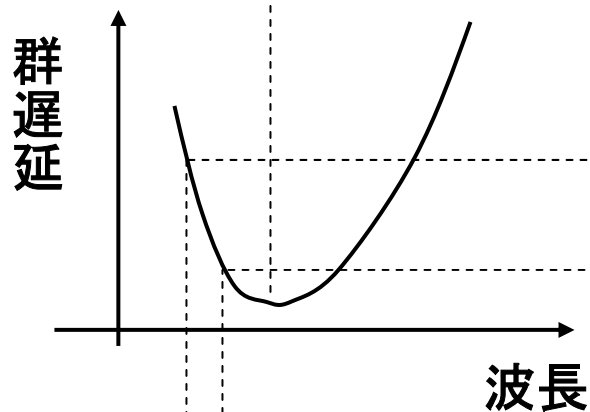
波形拡がりとチャープングとの関係の解釈 (Transform-limited pulseの場合(1))



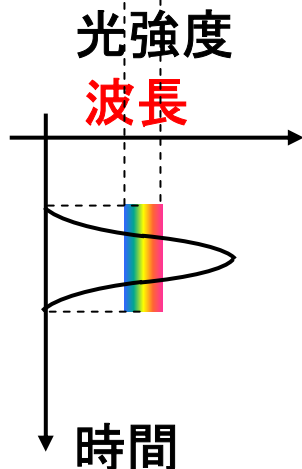
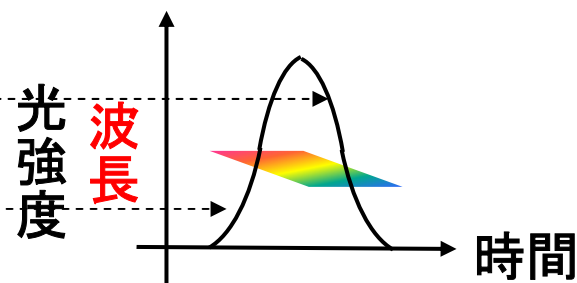
$$\beta'' > 0, C_p = 0$$

(後に示すように $\beta'' = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \sigma_T$ のため

符号関係が全分散 σ_T と逆になる)

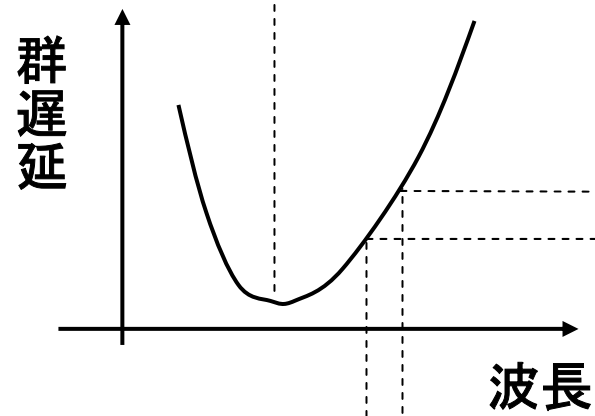
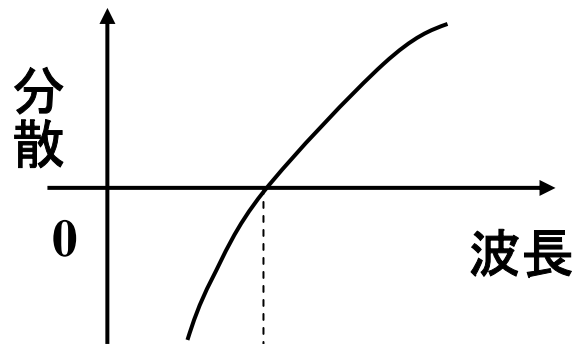


正常分散領域

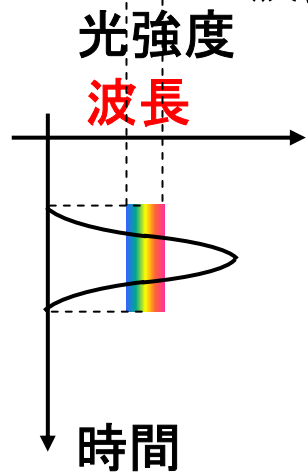
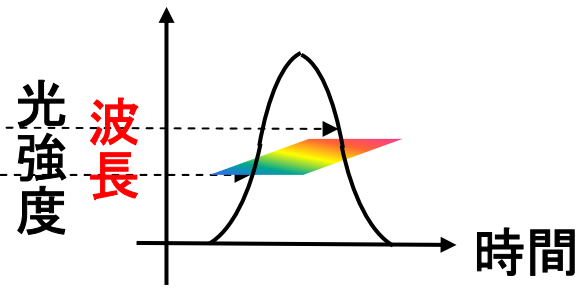


波形拡がりとチャープングとの関係の解釈 (Transform-limited pulseの場合(2))

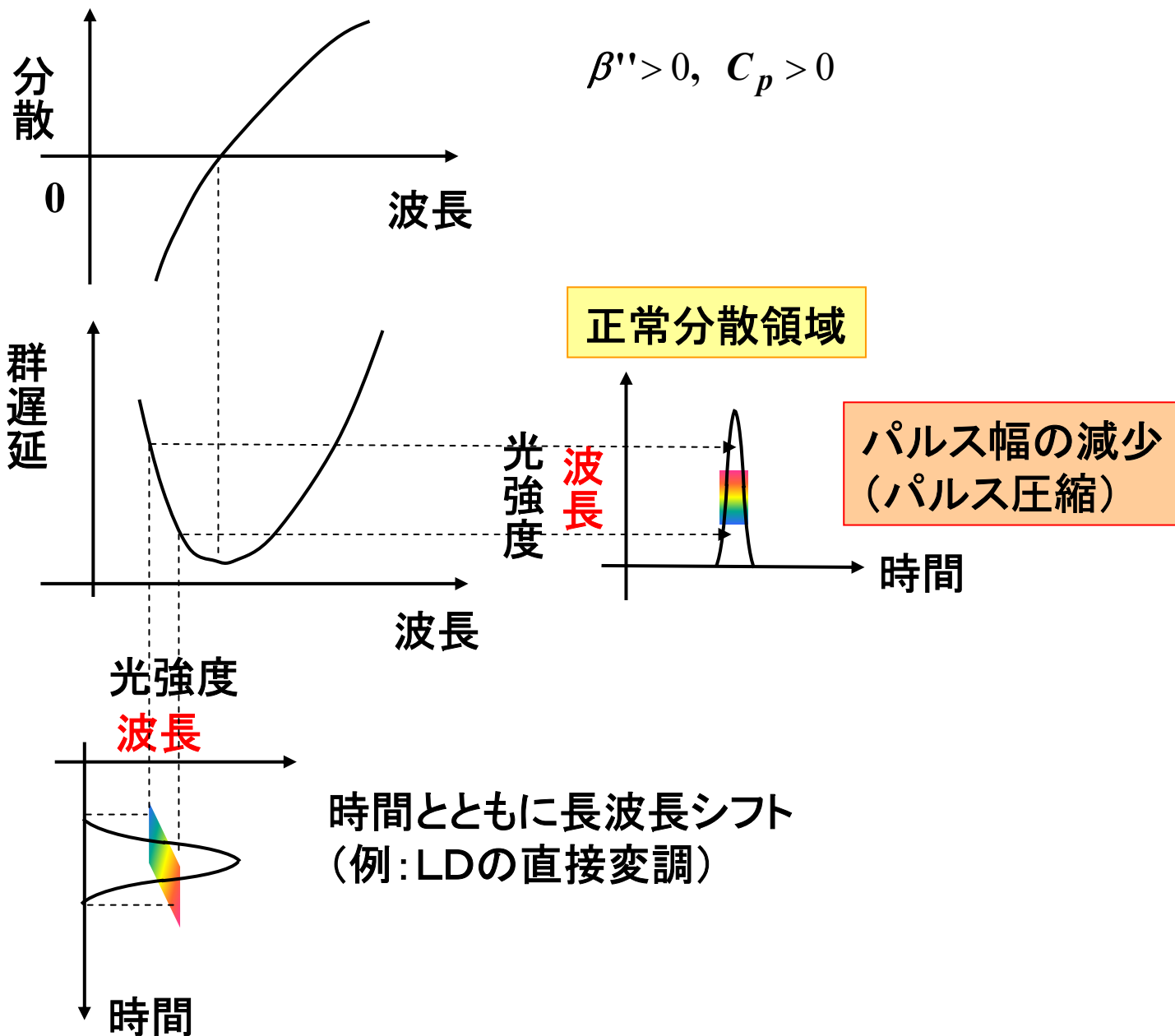
$$\beta'' < 0, C_p = 0$$



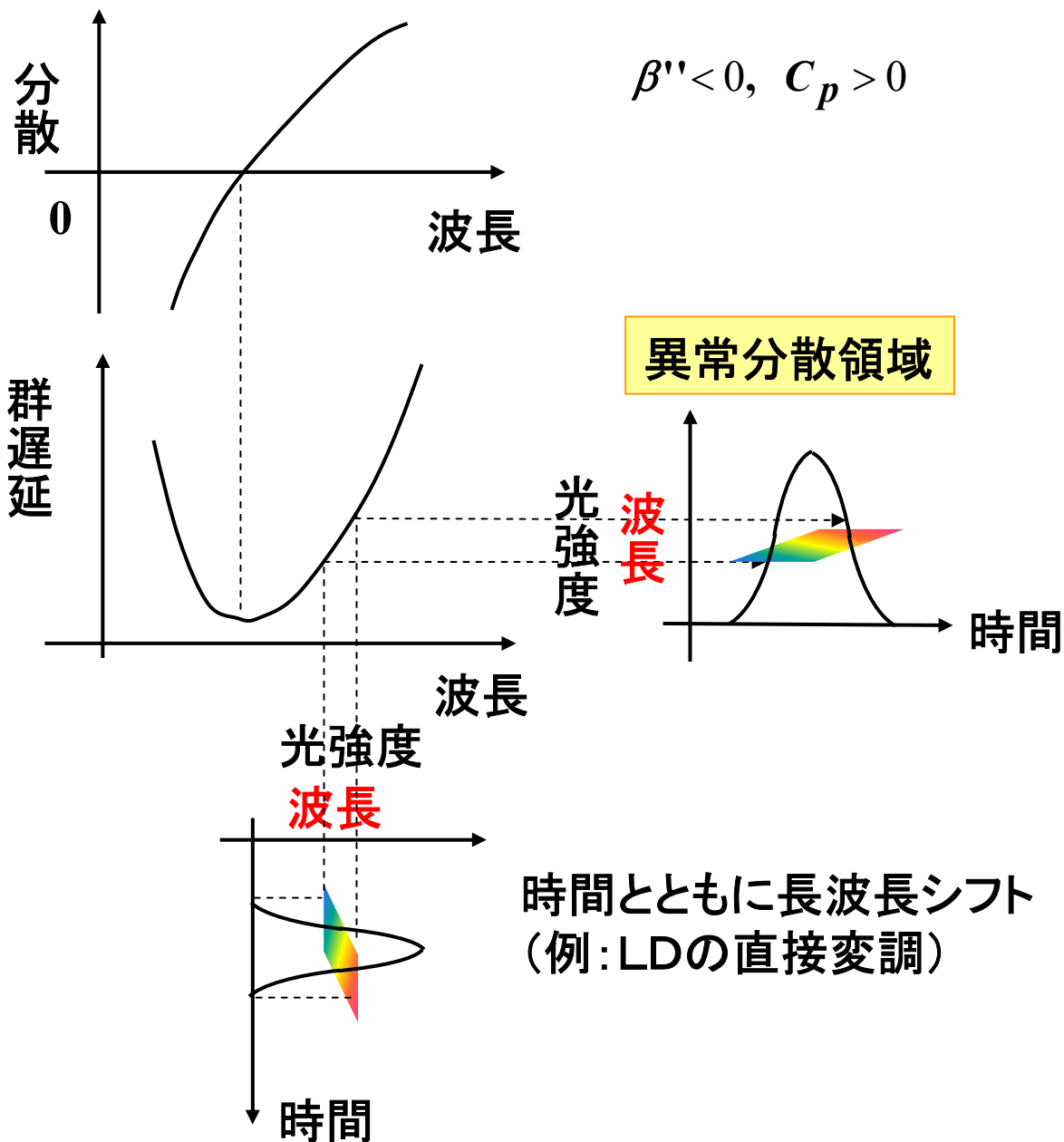
異常分散領域



波形拡がりとチャープピングの関係の解釈 (チャープのあるパルスの場合(1))



波形拡がりとチャープの関係の解釈 (チャープのあるパルスの場合(2))

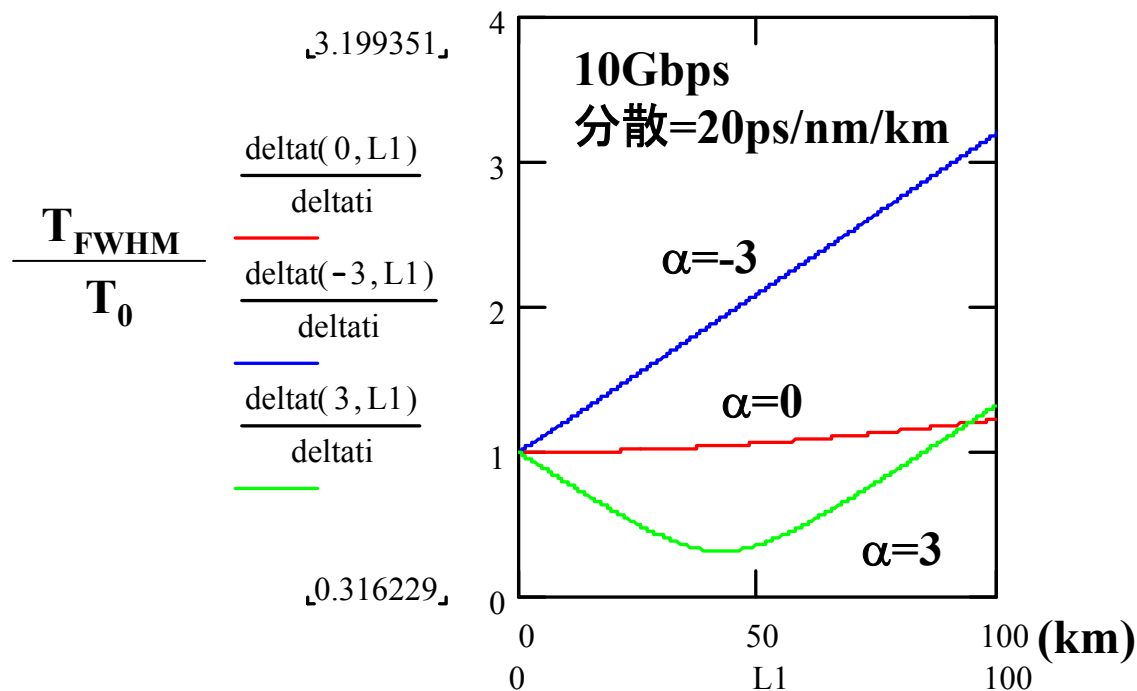


(参考)

K. no and K. Aida, J. Lightwave Technol., vol.6, No.11, pp.1678-1685 (1988).

$$\Delta t^2 = \left(\Delta t_i - \alpha \cdot \frac{2 \ln 2}{\pi} \cdot \frac{1}{\Delta t_i} \cdot \frac{\lambda^2}{c} \cdot m \cdot L \right)^2 + \left(\frac{2 \ln 2}{\pi} \cdot \frac{1}{\Delta t_i} \cdot \frac{\lambda^2}{c} \cdot m \cdot L \right)^2$$

(Δt_i :初期状態のパルス幅、 α : α パラメータ、 m :分散(ps/nm/km単位)、 L :伝送距離)



(4.18)において $4 \ln 2 \frac{\beta'' z}{T_0^2} \gg 1$ のとき、

$$T_{FWHM} \approx \frac{4(\ln 2) \beta'' z}{T_0} = \beta'' z \Delta \omega = 2\pi \beta'' z \Delta \nu \quad (4.22)$$

➡ $T_{FWHM} = \delta \tau$, $z = L$, $2\pi \Delta \nu = \Delta \omega$ において、

$$\delta \tau = L \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \left(\omega \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} \right)_{\omega=\omega_0} = -\frac{L}{c} \frac{\delta \lambda}{\lambda_0} \left(k \frac{d^2 \beta}{dk^2} \right)_{\lambda=\lambda_0} \quad (4.23)$$

(波長分散の計算の時に使用する式)