部材と材料の力学

2009年7月16日

第3回、4回の課題の解答の訂正

$$\delta_a + \delta_b = 0.5mm$$

$$\delta_a = \frac{PL_a}{E_a A_a} + L_a \Delta T \alpha_a$$

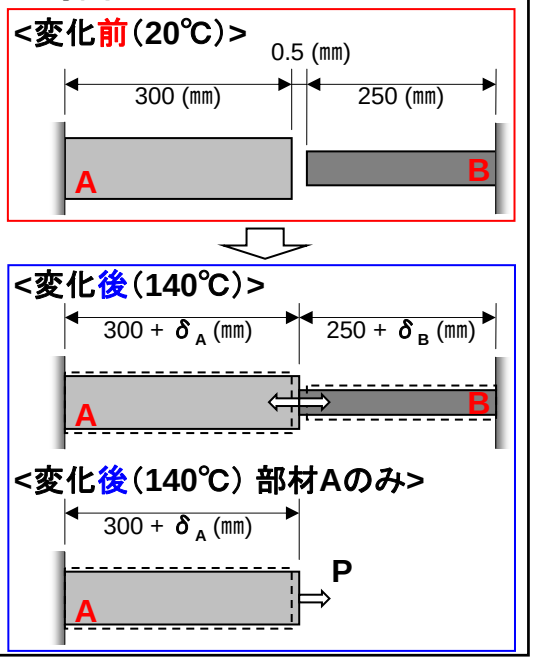
$$\delta_b = \frac{PL_b}{E_b A_b} + L_b \Delta T \alpha_b$$

$$\Rightarrow P = -232.390kN$$

$$\sigma_a = \frac{P}{A_a} = -116.2MPa$$

$$\delta_a = \frac{\sigma_a L_a}{E_a} + L_a \Delta T \alpha_a$$

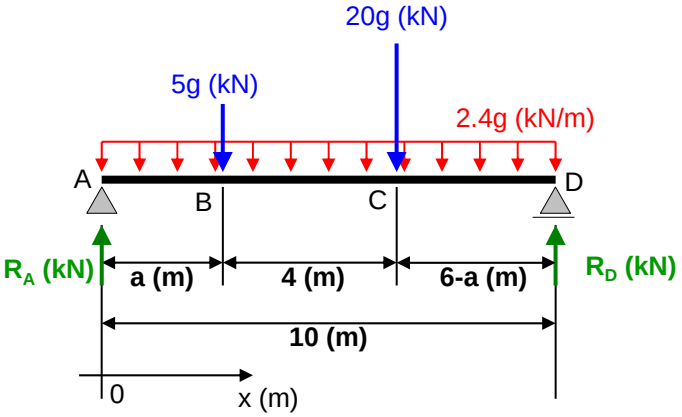
$$= 0.363mm$$



橋の設計課題

3

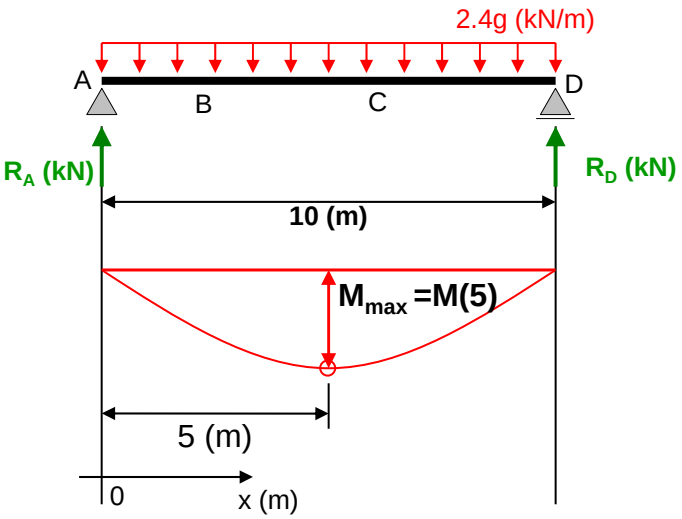
- 重力加速度 g = 9.8 (m/s^2)
- 床版の分布死荷重 0.6 (ton /m^2) ×g×4(m) = 2.4g (kN/m)
- 床版の死荷重とトラックによる活荷重を考慮する



床版の死荷重によるモーメント図のイメージ

4

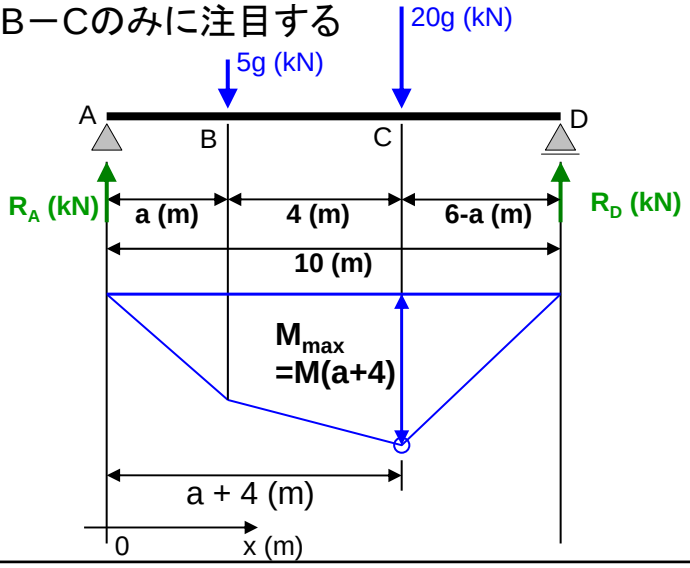
- 死荷重により、スパン中央(x = 5 m)のモーメント M(5)が最大



トラックによる活荷重によるモーメント図のイメージ

5

- トラック後輪位置（点C）のモーメントM（a+4)が最大
- 区間B－Cのみに注目する



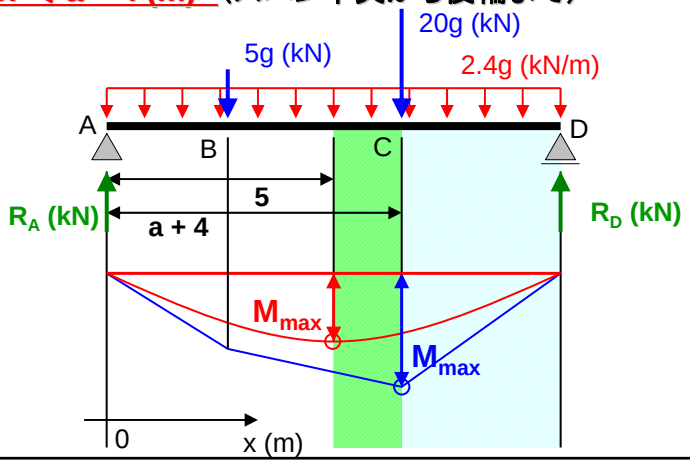
重ね合わせたモーメント図のイメージ

6

- 一番厳しい荷重条件はトラックの両輪が
  橋の中央をまたいでいるとき

⇒ **5 ≦ a + 4＜ 10 (m)** **（後輪がスパン中央よりD側に位置する）**

⇒ **5 ≦ x ＜ a + 4 (m)** **（スパン中央から後輪まで）**

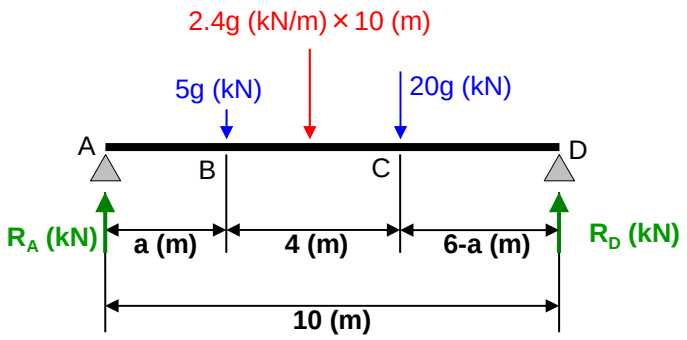


反力R_A, R_D を求める

7

- $R_A + R_D = 49g$ (kN)（∵ 鉛直方向の力の釣り合い）
- $R_A = (29 - 2.5\,a)g$（点Dにおけるモーメントの釣り合い）

$$0 = R_A \cdot 10 - 5g \cdot (10 - a) - 24g \cdot 5 - 20g \cdot (6 - a)$$



区間B－CにおけるモーメントM(x)を求める

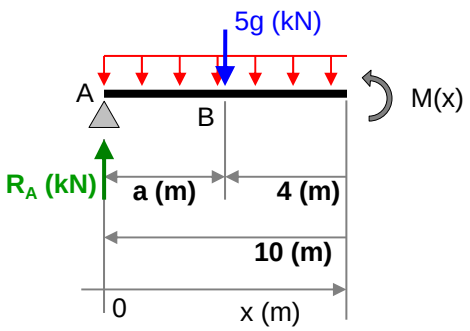
8

$(a \le x \le a + 4)$

$$M(x) = R_A \cdot x - 5g \cdot (x - a) - 2.4g \cdot x \cdot \frac{x}{2}$$

$$= (29 - 2.5a) \cdot g \cdot x - 5g \cdot (x - a) - 1.2g \cdot x^2$$

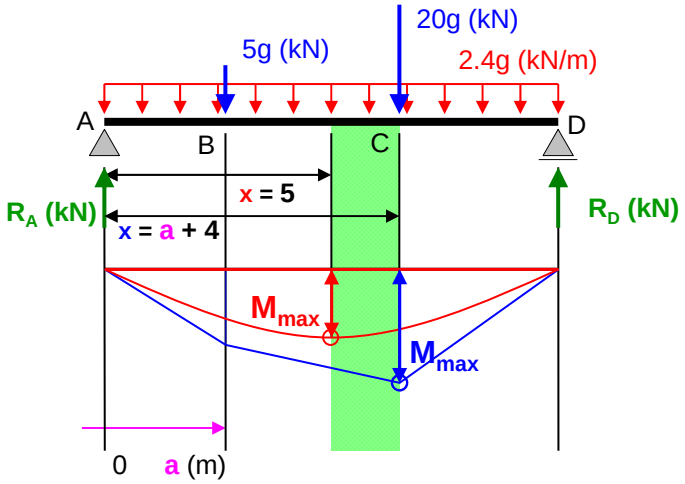
$$= (-1.2x^2 + (24 - 2.5a)x + 5a) \cdot g$$



曲げモーメントが最大になるような a を求める

9

- スパン中央 → M_{max} (x = 5m)となる a の位置は？
- 後輪位置 → M_{max} (x = a+4 m)となる a の位置は？

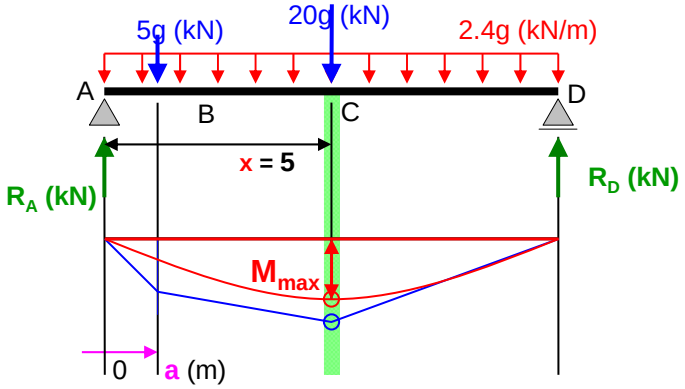


M(5)が最大となる a を求める

10

$$M(5) = (-1.2(5)^2 + (24 - 2.5a)(5) + 5a) \cdot g$$
$$= (-30 + 120 - 12.5a + 5a) \cdot g$$
$$= (90 - 7.5a) \cdot g$$

$1 \leqq a$ より $a = 1$ で最大値は $82.5g(kN \cdot m)$

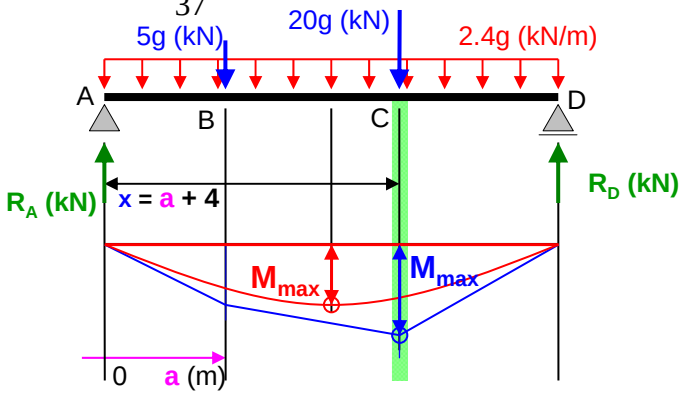


M(a+4)が最大となる a を求める

11

$$M(a+4)=(-1.2(a+4)^2+(24-2.5a)(a+4)+5a)\cdot g$$
$$=(-3.7a^2+9.4a+76.8)\cdot g$$
$$=-3.7g\cdot(a-\frac{4.7}{3.7})^2+82.77g$$

$a=\frac{47}{37}$で最大値82.77g$(kN\cdot m)$



1+4 < x < 47/37+4で最大値を持たないことを確かめる

12

区間B－Cにおけるモーメントの式

$$M(x)=(-1.2x^2+(24-2.5a)x+5a)\cdot g$$

$a=\frac{47}{37}$ を代入・整理すると

$$M(x)=(-1.2x^2+20.824x+6.351)\cdot g$$

$$\frac{dM}{dx}=(-2.4x+20.824)\cdot g$$

$$\frac{dM}{dx}=0\Leftrightarrow x=8.677>4+a=4+\frac{47}{37}$$

1+4 < x < 47/37+4 では最大値は存在しない

∴ $a=\frac{47}{37}$ 、$x=4+\frac{47}{37}$ で最大曲げモーメント 82.77g = 811.15kN・m

最大曲げモーメントから断面サイズを決める

13

床版の剛性は無視すると

$$\sigma = 140MPa > \frac{M_{\max}}{2 \times S}$$

桁は2本あるため、分母は2倍

$$S > \frac{811.15}{140 \times 2} = 2896 \times 10^3 (mm^3)$$

これを満たす、断面積の最も小さい(軽い)鋼材は

W690×125

桁の死荷重を考慮・再計算する

鋼の密度 ρ =7860 (Kg/m³) とすると分布荷重は桁2本分より

$$2 \cdot \rho \cdot A \cdot g = 2 \cdot 7860(kg/m^3) \cdot 0.016(m^2) \cdot 9.8(m/s^2)$$
$$= 2.464(kN/m)$$

床版と桁の死荷重を合計した分布荷重 q は

$$q = 2.4g + 2.464(kN/m)$$
$$= 25.984(kN/m)$$

これを再度代入・計算

再計算の手法

14

- 最大モーメントが発生する箇所は同じ a = 47/37（m）、x = 47/37+4とする
  - 但し実際は a の位置は変化する
- 死荷重と活荷重をそれぞれ分けて計算し a = 47/37、x= 4+(47/37)における曲げモーメントを合算し最大モーメントとする

死荷重による最大モーメント

15

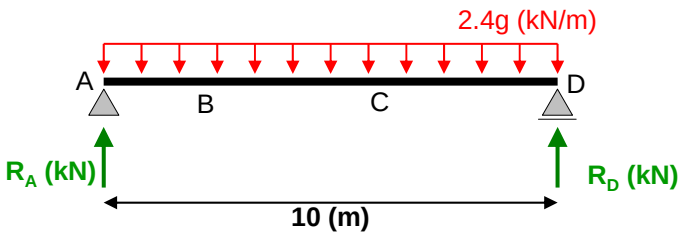
分布荷重 q による長さ L の梁が受けるモーメント$M(x)$は

$$\boxed{M(x)=\frac{q}{2}\cdot x\cdot(L-x)}$$

$x=4+\frac{47}{37}$ 、q = 25.984 (kN/m)、L =10(m)を代入すると

$$M(4+\frac{47}{37})=\frac{25.984}{2}\cdot(4+\frac{47}{37})\cdot(10-(4+\frac{47}{37}))$$

$$=323.85(kN\cdot m)$$



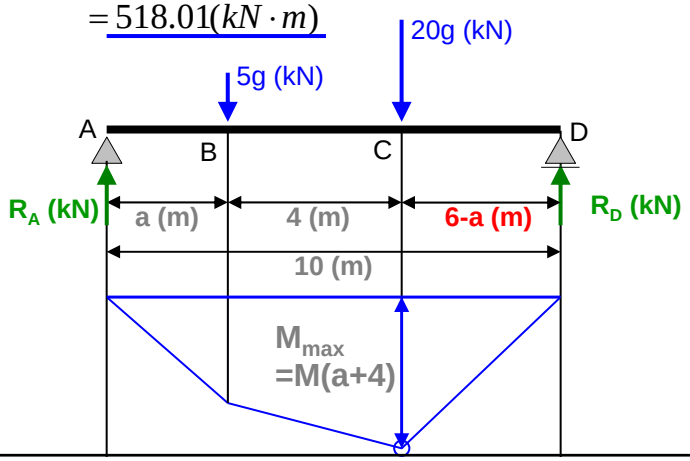
活荷重による最大モーメント

16

- 最大モーメント$M(4 + 47/37)$ = R_D × (6 – a)より求まる

$$M(4+\frac{47}{37})=g\cdot\left\{8+2.5\cdot\left(\frac{47}{37}\right)\right\}\cdot(6-\frac{47}{37})$$

$$=518.01(kN\cdot m)$$



最大モーメントの合算

17

- 死荷重、活荷重それぞれの最大モーメントを合算すると

$$M_{\max}(x) = 323.85 + 518.01$$
$$= 841.86(kN \cdot m)$$

- 許容応力範囲に収まっているか確かめると

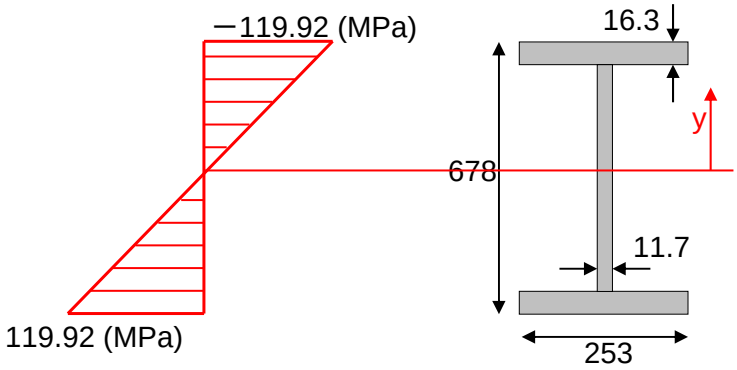
$$\sigma = \frac{M_{\max}(x)}{2 \cdot S} = \frac{841.86(kN \cdot m)}{2 \cdot 3510 \cdot 10^3 (mm^3)}$$
$$= 119.92 < 140(MPa)$$

- 以上より鋼材**W690×125**が安全かつ最小重量となる。

断面内曲げ応力分布

18

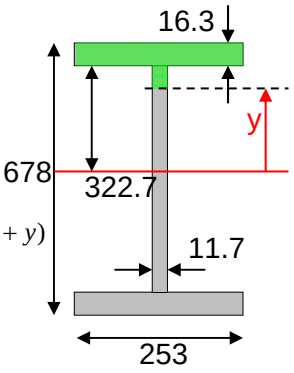
- 曲げ応力は断面の中心を中立軸に線形に分布



断面内せん断応力分布

19

- ウェブについてせん断応力を計算する



$$0 < y < \frac{678 - 2\times 16.3}{2} = 322.7(mm)$$

$$t = 11.7(mm)(\text{ウェブ厚})$$

$$Q = 16.3\cdot 253\cdot(322.7 + \frac{16.3}{2}) + (322.7 - y)\cdot 11.7\cdot(\frac{322.7 - y}{2} + y)$$

$$= -5.85y^2 + 1973583.762$$

$$I = 1190\times 10^6 (mm^4)$$

$$V = \frac{-116.54}{2} = -58.27(kN)(\text{絶対値の大きい方を選ぶ})$$

$$\tau(y) = \frac{VQ}{It} = \frac{(-58.27)\cdot(-5.85\cdot y^2 + 1973583.762)}{11.7\cdot 1190\cdot 10^6}$$

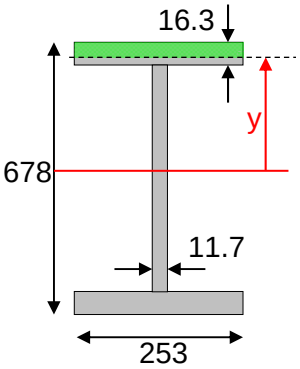
$$\tau_{\max} = \tau(322.7) = -5.71(MPa)$$

$$\tau_{\min} = \tau(0) = -8.26(MPa)$$

断面内せん断応力分布

20

- フランジについてせん断応力を計算する



$$322.7 < y < 322.7 + 16.3 = 339(mm)$$

$$t = 253(mm)(\text{フランジ幅})$$

$$Q = 253\cdot\{16.3 - (y - 322.7)\}\cdot\left[y + \left\{\frac{16.3 - (y - 322.7)}{2}\right\}\right]$$

$$= \frac{253}{2}(339^2 - y^2)$$

$$I = 1190\times 10^6 (mm^4)$$

$$V = \frac{-116.21}{2} = -58.27(kN)(\text{絶対値の大きい方を選ぶ})$$

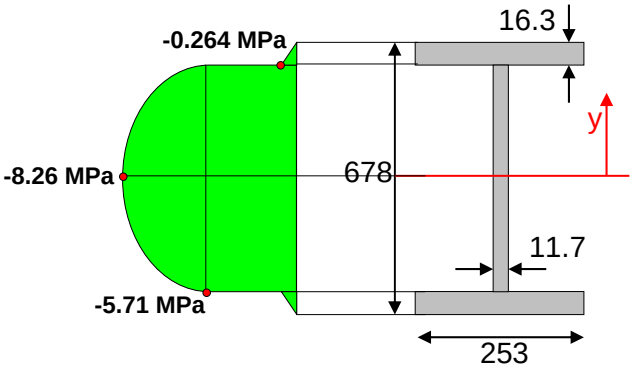
$$\tau(y) = \frac{VQ}{It} = \frac{(-58.27)\cdot\left\{\frac{253}{2}(339^2 - y^2)\right\}}{1190\cdot 10^6\cdot 253}$$

$$\tau_{\max} = \tau(339) = 0(MPa)$$

$$\tau_{\min} = \tau(322.7) = -0.264(MPa)$$

断面内せん断応力分布

- せん断応力分布図は下図の通り



以上