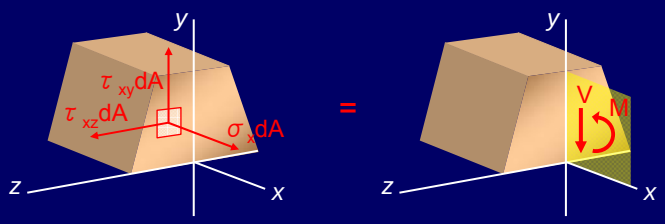
Chapter 6. Shearing Stresses in Beams and Thin Walled Members

梁の中のせん断応力と薄肉断面構造

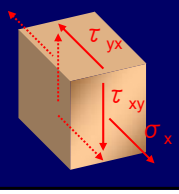
Introduction

せん断力はせん断応力を生じさせることになる

梁の中には
　曲げモーメントMによる直応力（曲げ応力）σ
　せん断力Vによるせん断応力 τ
が生じる



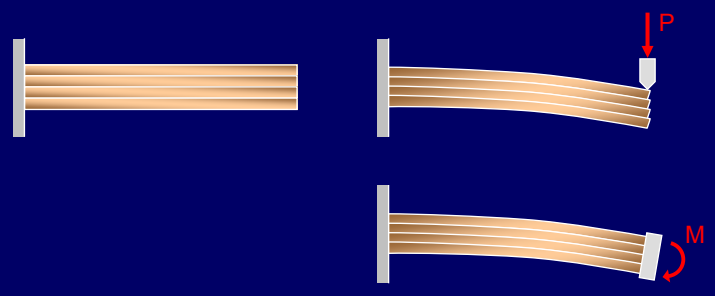
微小6面体（右図）を考える
　τ_{xy}が生じるとτ_{yx}も生じる



Introduction

下図を考える
　板を重ねて構成した梁：かさね梁

荷重Pが作用する．構成する板の間にずれが生じる
曲げモーメントMが作用する．ずれは生じない



Shear on the Hrizontal Face of a Beam Element
梁の中で水平面でのせん断力

右図の梁ABを考える

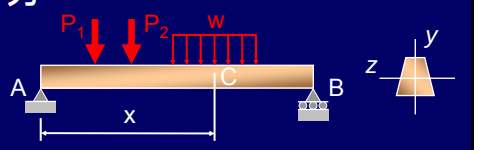


Fig 6.6に示す，位置xでの長さΔxの要素CDC'D'での
Free bodyを考える
C'D'は中立軸より距離y_1であり，要素は梁全幅と考える

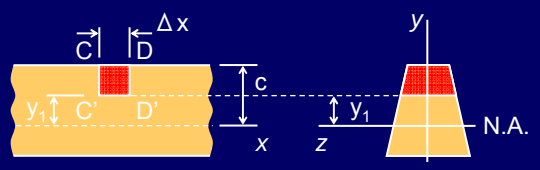


Fig. 6.6

Fig. 6.7のようにこの微小要素CDC'D'
での力のつりあいを考える

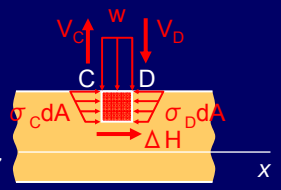


Fig. 6.7

Shear on the Hrizontal Face of a Beam Element
梁の中で水平面でのせん断力

Fig. 6.7のようにこの微小要素CDC'D'
での力のつりあいを考える

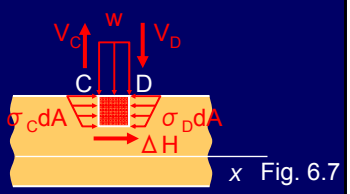


Fig. 6.7

$$\sum F_x = 0 \quad \Delta H + \int (\sigma_D - \sigma_C) dA = 0$$

ここで $\sigma = \dfrac{My}{I}$ $\qquad \Delta H = \dfrac{M_D - M_C}{I} \int y\, dA$

$$M_D - M_C = \Delta M = \left(\frac{dM}{dx}\right)\Delta x = V\Delta x \qquad \therefore \Delta H = \frac{VQ}{I}\Delta x$$

単位長さあたりの水平せん断力qは長さΔxで割ることにより
求められる

$$q = \frac{\Delta H}{\Delta x} = \frac{VQ}{I}$$

このqをせん断流とよぶ．理由はあとで
（部材の構成要素間で連続部で連続する流れのように扱えるから）

Shear on the Hrizontal Face of a Beam Element
梁の中で水平面でのせん断力

Example 6.01
　3枚の板要素で構成されている梁を考える．それぞれの板は
20×100mmであり，25mm間隔で打たれた釘でつながれている．
せん断力がV=500kNのとき釘に作用するせん断力を求めよ

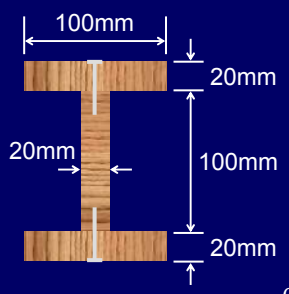
まず，上フランジの下面でのせん断流qを計算する

$$Q = A\bar{y} = (0.020\text{m} \times 0.100\text{m})(0.060\text{m})$$
$$= 120 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$$

$$I = 16.20 \times 10^{-6}\ \text{m}^4$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{(500\text{N})(120 \times 10^{-6}\text{m}^3)}{(16.20 \times 10^{-6}\text{m}^4)} = 3704\ \text{N/m}$$

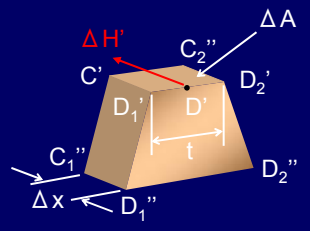
$$F = (0.025\text{m})q = 92.6\ \text{N}$$



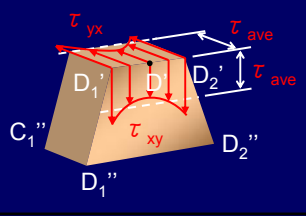
Determination of Shearing Stresses in a Beam
梁の中のせん断応力

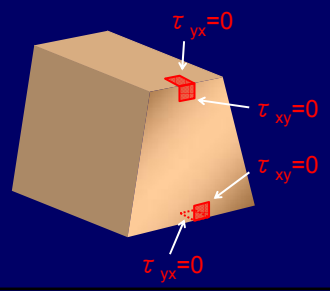
水平面でのせん断力ΔHを考える
この面での平均せん断応力は

$$\tau_{ave} = \frac{\Delta H}{\Delta A} = \frac{VQ}{I}\frac{\Delta x}{t\Delta x} \qquad \tau_{ave} = \frac{VQ}{It}$$



τ_{xy}とτ_{yx}それぞれ鉛直方向と水平方向のせん断応力であり同じ値になる.
τ_{yx}=0である. 表面のため



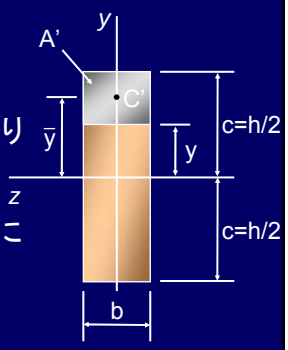


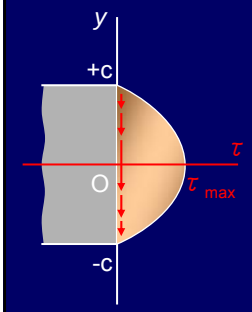
Shearing Stresses τ_{xy} in Common Types of Beams
典型的な断面におけるせん断応力

幅の狭い矩形断面の梁を考える. b<h/4
断面方向のせん断応力の変化は小さいことより

$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{It}$$

t=b
Q:影を付けた部分の中立軸に対する断面一次モーメント





$$\bar{y} = \frac{1}{2}(c+y),\ Q = A'\bar{y}$$

$$Q = A'\bar{y} = b(c-y)\cdot\frac{1}{2}(c+y) = \frac{b}{2}(c^2-y^2)$$

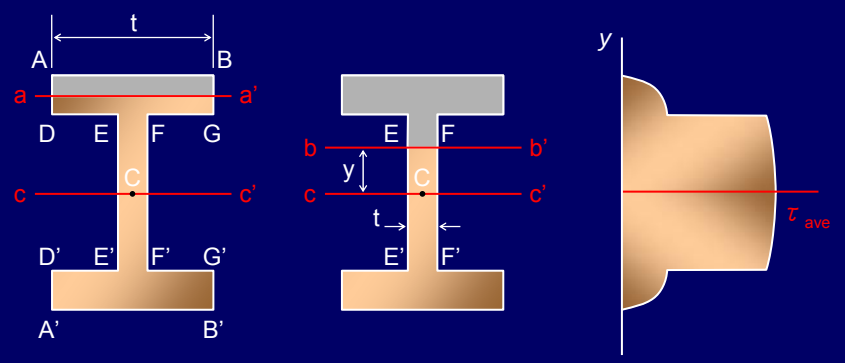
$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{2}{3}bc^3$$

$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{3}{4}\frac{c^2-y^2}{bc^3}V$$

$$A = 2bc$$

$$\therefore \tau_{xy} = \frac{3}{2}\frac{V}{A}\left(1-\frac{y^2}{c^2}\right)$$

Shearing Stresses τ_{xy} in Common Types of Beams
典型的な断面におけるせん断応力



Shearing Stresses in Thin-Walled Members
薄肉断面構造でのせん断力

鋼構造：薄肉断面が多い

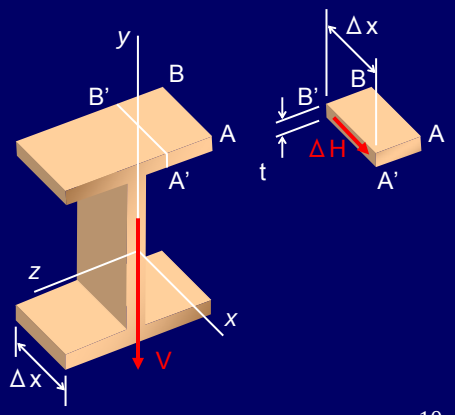
今，右図でH断面梁の微小部分，長さΔxの要素に注目する
要素ABB'A'を取り出す
部材軸方向のせん断力ΔHは

$$\Delta H = \frac{VQ}{I} \cdot \Delta x$$

で求められる

ΔHを面積ΔA=tΔxで除すと

$$\tau_{ave} = \frac{VQ}{It}$$

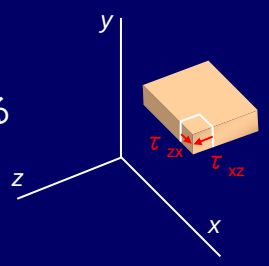


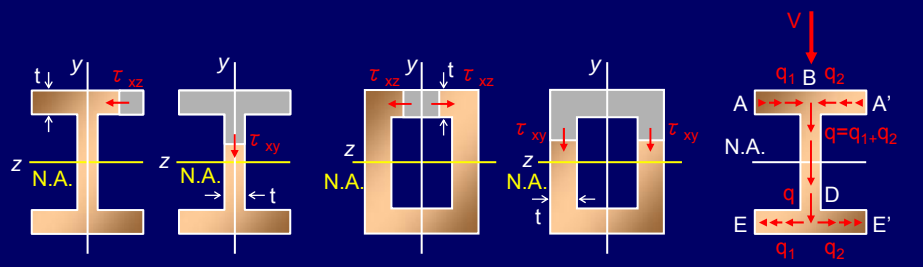
Shearing Stresses in Thin-Walled Members
薄肉断面構造でのせん断力

ここで τ_{ave} は切断面でのせん断力を代表する
また，板厚は薄いため，断面内で一様と考える

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

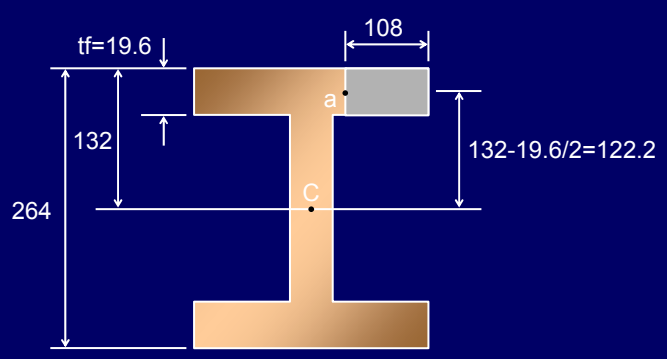
同様に 下図のH断面，箱断面での
せん断応力も求めることができる





Shearing Stresses in Thin-Walled Members
薄肉断面構造でのせん断力

Sample Program 6.3
　せん断力V=200kNのときの，H断面梁W250×101で
a点でのせん断力を求めなさい



$I_x = 164 \times 10^6\ mm^4$

Unit: mm

Unsymmetric Loading of Thin-Walled Members : Shear Center 非対称薄肉断面梁: せん断中心

どのような断面形状の梁でも曲げモーメントMとせん断力Vにより

曲げ応力　$\sigma = -My/I$

せん断応力　$\tau_{ave} = VQ/It$

ここでは荷重が作用する面で断面が対称ではない場合を扱う

Fig. 6.44については曲がると同時にねじれる(twist)のでは？

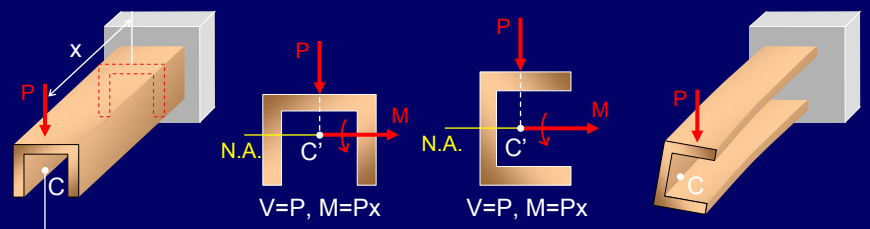


Fig. 6.42　Fig. 6.43　Fig. 6.44　Fig. 6.45

Unsymmetric Loading of Thin-Walled Members : Shear Center 非対称薄肉断面梁: せん断中心

Fig. 6.46を考える. A点, E点では τ =0

Fig. 6.47
微小要素　dA=tdsで
dF= τ tds　あるいは　qds
qはせん断流であり　q= τ t=VQ/I

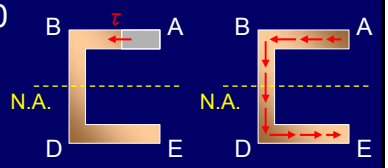


Fig. 6.46

上フランジでのせん断応力の合力は　$F = \int_A^B qds$

下フランジでのせん断応力の合力は
F', Fと同じ大きさで符号が逆

$V = \int_B^D qds$

このFとF'はモーメントを構成する

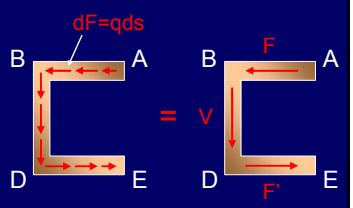


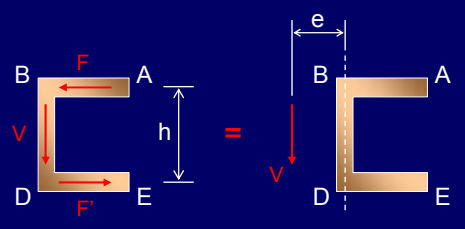
Fig. 6.47

Unsymmetric Loading of Thin-Walled Members : Shear Center 非対称薄肉断面梁: せん断中心

もしも垂直方向のせん断力Vが距離eだけ偏心して作用するとこのモーメントをキャンセルできる

$$e = \frac{Fh}{V}$$

せん断中心



Unsymmetric Loading of Thin-Walled Members : Shear Center 非対称薄肉断面梁: せん断中心

Example 6.05
Channel断面（Fig. 6.51）のせん断中心を求めよ

Example 6.05
せん断中心にせん断力V=10kNが作用したときのせん断応力分布を求めよ

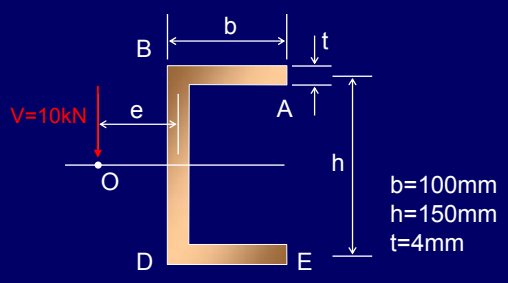


Fig. 6.51