第 3 回 4 回課題解答（5/14 提出）

問 1

$\sigma = E\varepsilon$ から，

$$\frac{\mathbf{P}}{A} = E\frac{\delta l}{l}$$

AC の変位量 δl_{AC} は，

$$\begin{aligned}\delta l_{AC} &= \frac{P}{E}\left(\frac{l_{AB}}{A_{AB}} + \frac{l_{BC}}{A_{BC}}\right)\\ &= \frac{P}{E}\frac{4}{\pi}\left(\frac{l_{AB}}{d_{AB}^2} + \frac{l_{BC}}{d_{BC}^2}\right)\\ &= 0.68(mm)\end{aligned}$$

鋼棒 DE に関して，

$$\frac{P}{\frac{\pi d_{DE}^2}{4}} = E_{DE}\frac{\delta l_{DE}}{l_{DE}}$$

$$\frac{P}{\frac{\pi d_{DE}^2}{4}}\frac{l_{DE}}{E_{DE}} = \delta l_{DE}$$

$\delta l_{AB} \geqq \delta l_{DE}$ を満たすための鋼棒 DE の直径 d を求める

$$\frac{P}{\frac{\pi d_{DE}^2}{4}}\frac{l_{DE}}{E_{DE}} \leq \delta l_{AB}$$

$$d^2 \geq \frac{4Pl_{DE}}{\pi E_{DE}\delta l_{AB}}$$

$$d \geq 28(mm)$$

また，鋼棒の応力が 165MPa 未満となるためには，

$$\frac{P}{\frac{\pi}{4}d^2} \leq 165$$

$$d \geq \frac{4}{165}\frac{P}{\pi}$$

$$d \geq 29(mm)$$

以上の条件から，

<u>d=29(mm)</u>

問２

与えられた鋼材とコンクリートは，線膨張係数の差異があるためにお互いに拘束し合い，それに伴う応力が生じる．よって温度変化が生じたときのひずみは，鋼材，コンクリートそれぞれ以下のように示される．

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + \alpha_s \Delta T$$ （鋼材）

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} + \alpha_c \Delta T$$ （コンクリート）

拘束に伴って生じている内力を Ps,Pc とすれば,

$$\varepsilon_s = \frac{P_s}{A_s E_s} + \alpha_s \Delta T$$

$$\varepsilon_c = \frac{P_c}{A_c E_c} + \alpha_c \Delta T$$

拘束し合った結果，ひずみは同じ値であることから,

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \qquad (1)$$

ここで，内力の合計はゼロであるから,

Ps+Pc=0

したがって

Ps=-Pc (2)

(1), (2)より

$$\left(\frac{1}{A_c E_c} + \frac{1}{A_s E_s}\right) P_c = (\alpha_s - \alpha_c)\Delta T$$

$$P_c = 8.18 \times 10^4 (N)$$

さらに

$$P_s = -8.18 \times 10^4 (N)$$

この結果，求める応力は以下の値となる．

$$\sigma_s = \frac{P_s}{A_s} = -8.0 (MPa)$$

$$\sigma_c = \frac{P_c}{A_c} = 0.21 (MPa)$$

問３

アルミ棒とステンレス棒が接触する瞬間まで応力はゼロ．つまり，このときひずみ量は温度寄与分のみ．接触するまでのアルミ棒の変位量をΔl_A，スレンレスの変位量をΔl_s，温度変化量をΔTとすると，それぞれのひずみは,

$\varepsilon = \alpha \Delta T$ より

$\varepsilon_A = \alpha_A \Delta T$　　(アルミ)

$\varepsilon_s = \alpha_s \Delta T$　　（スレンレス）

接触する瞬間は,

$$\Delta l_A + \Delta l_s = 0.5$$

よって,

$$\frac{\Delta l_A}{l_A} = \alpha_A \Delta T$$

$$\frac{0.5 - \Delta l_A}{l_s} = \alpha_s \Delta T$$

上式をΔTについて解くと,

ΔT=44.54(℃)

また,

$$\Delta l_A = 0.31(mm)$$

$$\Delta l_s = 0.19(mm)$$

接触後のひずみは，互いの線膨張の影響を受けるため，それぞれのひずみは

$$\varepsilon_A = \frac{P_A}{A_A E_A} + \alpha_A (140 - \Delta T)$$

$$\varepsilon_s = \frac{P_s}{A_s E_s} + \alpha_s (140 - \Delta T) \qquad (1)$$

接触後の伸び量をδl_A, δl_sとすれば,

$$\delta l_A + \delta l_s = 0 \qquad (2)$$

また互いに同じ内力を作用しあっていることから,

$$P_A = P_s \qquad (3)$$

(2),(3)の条件から(1)は以下のようになる.

$$\frac{\delta l_A}{300 + 0.31} = \frac{P_A}{A_A E_A} + \alpha_A (140 - \Delta T)$$

$$\frac{-\delta l_A}{250 + 0.19} = \frac{P_A}{A_s E_s} + \alpha_s (140 - \Delta T) \qquad (4)$$

δl_Aについて解くと，(4)上式は,

$$\delta l_A = 300.31 * \left(\frac{P_A}{A_A E_A} + \alpha_A (140 - \Delta T) \right) \qquad (5)$$

これを(4)下式に代入する

$$-\frac{300.31}{250.19}\left(\frac{P_A}{A_A E_A}+\alpha_A(140-\Delta T)\right)=\frac{P_A}{A_s E_s}+\alpha_s(140-\Delta T)$$

P_A について解く.

$$-\left(\frac{300.31}{250.19}\frac{1}{A_A E_A}+\frac{1}{A_s E_s}\right)P_A=\left(\frac{300.31}{250.19}\alpha_A+\alpha_s\right)(140-\Delta T)$$

$$P_A=-\frac{\left(\frac{300.31}{250.19}\alpha_A+\alpha_s\right)(140-\Delta T)}{\left(\frac{300.31}{250.19}\frac{1}{A_A E_A}+\frac{1}{A_s E_s}\right)}$$

$$P_A=-2.94*10^5(N)$$

よって,

<u>σ_A= -147(MPa)</u>

(5)式に P_A の値を入力し, δl_A を求める.

δl_A=0.07(mm)

初期状態からのアルミニウムの伸び量 dL は

dL= Δl_A+ δl_A = 0.31+0.07

<u>dL=0.38(mm)</u>