２００９年度解析学（電気電子）（b）

担当： 植之原　裕行

【成績評価】　演習３０点，中間試験３０点，期末試験４０点

【教科書･参考書等】

(教科書)

石井彰三監修　水本哲弥著　『理工系のための解く！微分方程式』(講談社)

石井彰三監修　安岡康一･植之原裕行･宮本智之著

『理工系のための解く！複素解析』(講 談社)

(参考書)

内藤喜之著　『電気･電子基礎数学』(電気学会)

伊賀健一著　『応用電気数学』(オーム社) 絶版　(図書館に所蔵あり)

複素関数を学ぶ意味とは？

『理工系のための解く！複素解析』第1章1．6にいくつか例を挙げましたが、
複素関数とは複数の物理量を数式上で扱う際に解析を簡単に行うための数学的手法です。
物理現象に虚数というものが存在するわけではなく、計算後に実部あるいは虚部を得た
段階で物理上の意味がでてきます。頻繁に使うことになるので良く理解し勉強してください。

（例）

① フーリエ変換

時間波形の周波数成分を数値解析で得る。

② 交流回路

*LCR*回路の電流と電圧の時間変化、位相変化を得る。

③ 誘電率・屈折率

吸収あるいは利得を持つ媒質を電磁波が伝搬するときの強度・位相の変化を得る。

複素屈折率の実部：屈折率
複素屈折率の虚部：利得・損失

など。

講義計画

（進み具合により変更の可能性があります）

1. 複素数，オイラーの公式（第1章）
2. 複素関数（第2章）
3. 複素関数の微分，正則関数，コーシー・リーマンの関係式（第3章）
4. 調和関数（第3章），複素関数の積分（第4章）
5. コーシーの定理，コーシーの積分公式（第4章），ベキ級数とテイラー展開（第5章）
6. ローラン展開，特異点（第5章），留数定理，複素積分による実関数の積分（第6章）
7. 【中間試験】（出題範囲：第6回講義まで）
8. 1階常微分方程式：変数分離形，同次形，階数の引き下げ，線形（第3章）
9. 1階線形微分方程式と回路解析（RC，RL）（プリント）
10. 2階斉次線形微分方程式：基本解と一般解，ロンスキアン（第3章）
11. 2階非斉次線形微分方程式：定数変化法（第4章）
12. 2階線形微分方程式と機械振動・回路解析（RLC）（第4章，プリント）
13. 級数による解法，ベッセルの微分方程式（第5章）
14. 連立微分方程式（プリント），偏微分方程式（熱伝導方程式，拡散方程式，ラプラス方程式，波動方程式）（第7章，プリント）

まとめ，【期末試験】（出題範囲：第8回講義以降）

第1回　複素関数, オイラーの公式

4月16日 (木)

【学習範囲】　『理工系のための解く！複素解析』第1章 (pp.1〜30)
詳細は本を参照のこと。

1. 複素数の基礎

- 複素数の四則演算 (加減乗除)

- 複素平面の考え方
  実軸：実部の大きさ
  虚軸：虚部の大きさ
  を表す。

- 絶対値

複素数 $z = x + jy$ に対して

絶対値 $|z| = |x + jy| = \sqrt{x^2 + y^2}$

共役複素数

複素数 $z = x + jy$ に対して
共役複素数 $\bar{z} = x - jy$

このとき、$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x + jy)(x - jy)} = \sqrt{z \cdot \bar{z}}$

極座標表現

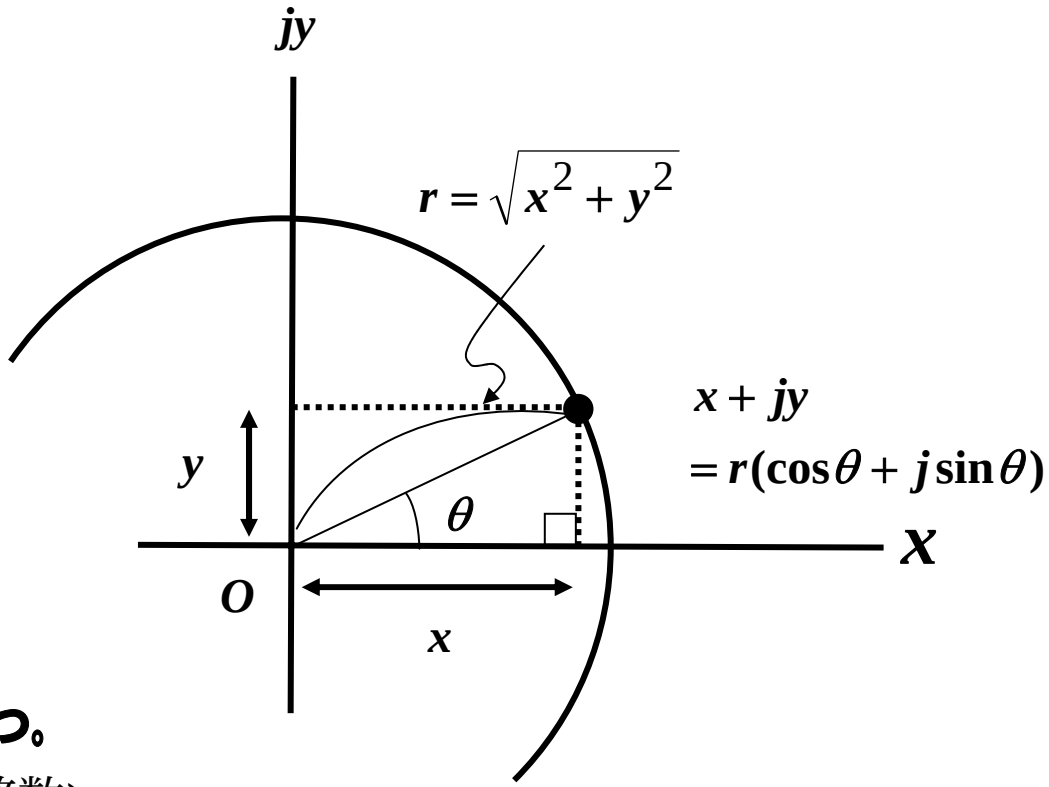
$$z = x + jy$$
$$= r(\cos\theta + j\sin\theta)$$

ただし

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ （絶対値）

$\theta = Argz = \tan^{-1}(\frac{y}{x})$

（偏角の主値）



偏角は2πの周期性を持つ。

$\arg z = Argz + 2n\pi$（nは整数）

オイラーの公式

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$\begin{aligned} z &= x + jy \\ &= r(\cos\theta + j\sin\theta) \\ &= re^{j\theta} \end{aligned}$$

$e^{j\theta}$ の共役複素数

$\overline{e^{j\theta}} = \cos\theta - j\sin\theta = e^{-j\theta}$ なので、

$e^{j\theta}$ の絶対値

$$e^{j\theta} = \sqrt{e^{j\theta} \times e^{-j\theta}} = 1$$

べき乗の計算

複素数 z の べき乗：z^n

$$\boxed{z^n = (re^{j\theta})^n = r^n e^{jn\theta} = r^n(\cos n\theta + j\sin n\theta)}$$

※ 偏角は主値を用いればよい。2πの周期性を考慮にいれても
すべて同一の複素数となる。

学習範囲の内容をしっかり身につけるため、本の問題を解いてみよう。