Gnuplotメモ

参考URL

http://www.mlb.co.jp/linux/science/gnuplot/

http://lagendra.s.kanazawa-u.ac.jp/ogurisu/manuals/gnuplot-intro/

http://lagendra.s.kanazawa-u.ac.jp/ogurisu/manuals/gnuplot/index.html

Gnuplotの起動: コンソールで “gnuplot”
Gnuplot起動後:

①2次元データの可視化 plot <filename> using 1:2 with points
② 3次元データの可視化 splot <filename> using 1:2:3 with line 等
③陰影処理: set hidden3d
④等値面: set contour base
⑤3次元プロットの視点変更 set view <x角度>, <z角度>, <水平scale>,<scale_z>

ソースファイルからの実行可能な形式への変換

コンパイル:

Cの場合: > gcc –o run main.c –lm
(これでrunという名前の実行形式作成)

Fortranの場合: > f77 –o run main.f –lm
(これでrunという名前の実行形式作成)

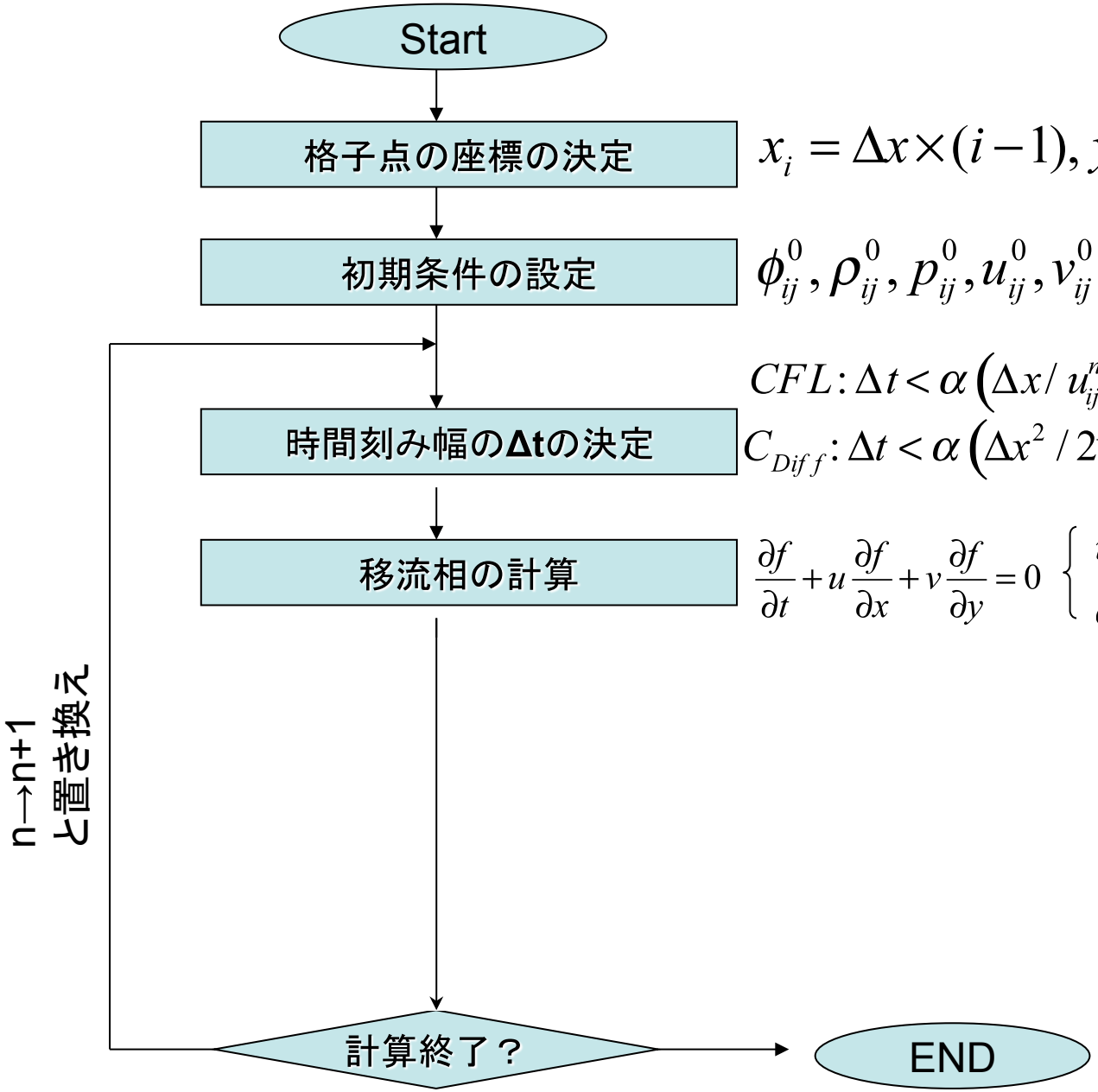
今週の課題

サンプルプログラム　C言語：main.c　　Fortran: main.f

サンプルプログラムは斜め風上１次差分による移流方程式の解法
（Step1の移流相の計算部分）を計算するプログラム

課題：　CIP法を用いた移流計算に拡張する

Projection法による計算手順



$$x_i = \Delta x \times (i-1),\ y_j = \Delta y \times (j-1)$$

$$\phi_{ij}^0, \rho_{ij}^0, p_{ij}^0, u_{ij}^0, v_{ij}^0$$

$$CFL: \Delta t < \alpha\left(\Delta x / u_{ij}^n\right) \quad and \quad \Delta t < \alpha\left(\Delta y / v_{ij}^n\right)$$

$$C_{Diff}: \Delta t < \alpha\left(\Delta x^2 / 2\nu_m\right) \quad and \quad \Delta t < \alpha\left(\Delta y^2 / 2\nu_m\right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u\frac{\partial f}{\partial x} + v\frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad \begin{cases} u_{ij}^n, v_{ij}^n \Rightarrow \text{仮の解：} u_{ij}^A, v_{ij}^A \\ \phi_{ij}^n \Rightarrow \text{真の解：} \phi_{ij}^{n+1} \end{cases}$$

基礎方程式

従属変数:u, v:流速、p: 圧力、ϕ: Color　function

x方向運動方程式:
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

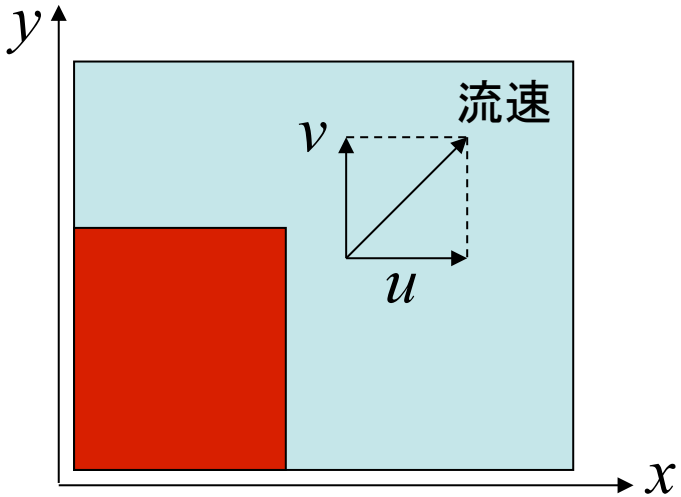
y方向運動方程式:
$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

物質の移動の追跡:
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u\frac{\partial \phi}{\partial x} + v\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$$

粘性項は定数として扱う;

ν_m:分子動粘性項（旦 ⊗）$^{-6}[m^2/s]$

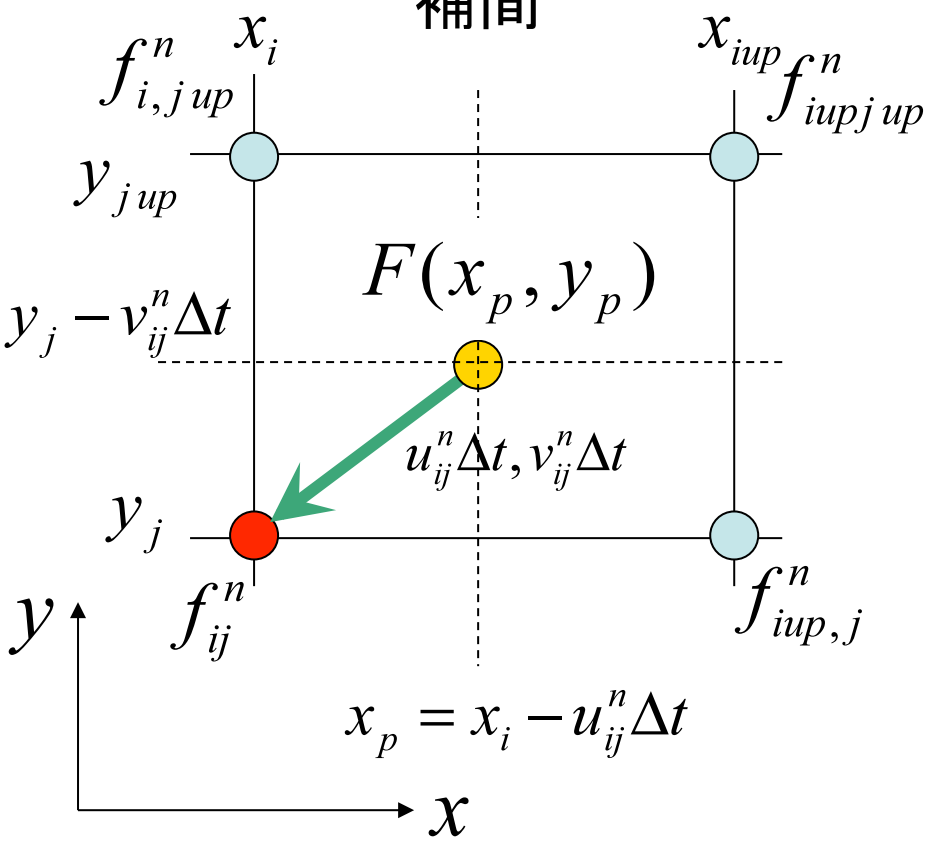
水20℃



高次元移流方程式の解法

2次元移流方程式： $\frac{\partial f}{\partial t}+u\frac{\partial f}{\partial x}+v\frac{\partial f}{\partial x}=0$

補間



補間と特性線に基づく解法

格子点(x_i,y_j)における流速 $\left(u^n_{ij}, v^n_{ij}\right)$

値 $f^n_{ij} = f(t_n, x_i, y_j)$ のΔt後の値は、上流点(x_p,y_p)での値を推定（補間）することで与えられる。

$$f^{n+1}_{ij} = F\left(x_p, y_p\right)$$

補間関数は移流原点(x_p,y_p)を含む4つの格子点から決定する。

$$(x_i, y_j), (x_{iup}, y_{j\,up}), (x_i, y_{j\,up}), (x_{iup}, y_{j\,up})$$

$$iup = i - sign(u^n_{ij}), \quad j\,up = j - sign(v^n_{ij})$$

高次元移流方程式の解法ー(斜め)風上１次補間

(斜め)風上１次補間

４格子点で囲まれる領域を１次関数で補間する。

$$F(x,y) = aX + bY + cXY + d, \quad X = x - x_i, Y = y - y_j$$

連続条件: $F(x_i, y_j) = f_{ij}^n, F(x_{iup}, y_j) = f_{iup,j}^n,$

$$F(x_i, y_{j\,up}) = f_{ij\,up}^n, F(x_{iup}, y_{j\,up}) = f_{iup,j\,up}^n$$

補間関数: $F(x,y) = (1-\alpha)(1-\beta) f_{ij}^n + \alpha(1-\beta) f_{iup,j}^n$

$$+ (1-\alpha)\beta f_{i,j\,up}^n + \alpha\beta f_{iup,j\,up}^n$$

$$\alpha = \frac{X}{\Delta x_{i \to iup}}, \quad \beta = \frac{Y}{\Delta y_{j \to j\,up}}$$

$$\Delta x_{i \to iup} = x_{iup} - x_i, \quad \Delta y_{j \to j\,up} = y_{j\,up} - y_j$$

高次元移流方程式の解法ー(斜め)風上1次補間

次時刻$t_{n+1}=t_n+\Delta t$ における値:

$$f_{ij}^{n+1}=F(x_p,y_p)=(1-C_x)(1-C_y)f_{ij}^n+C_x(1-C_y)f_{iup,j}^n$$
$$+(1-C_x)C_y f_{i,jup}^n+C_xC_y f_{iup,jup}^n$$

$$C_x=\frac{-u_{ij}^n\Delta t}{\Delta x_{i\to iup}},\quad C_y=\frac{-v_{ij}^n\Delta t}{\Delta y_{j\to jup}}$$

:x と y 方向へのCourant数

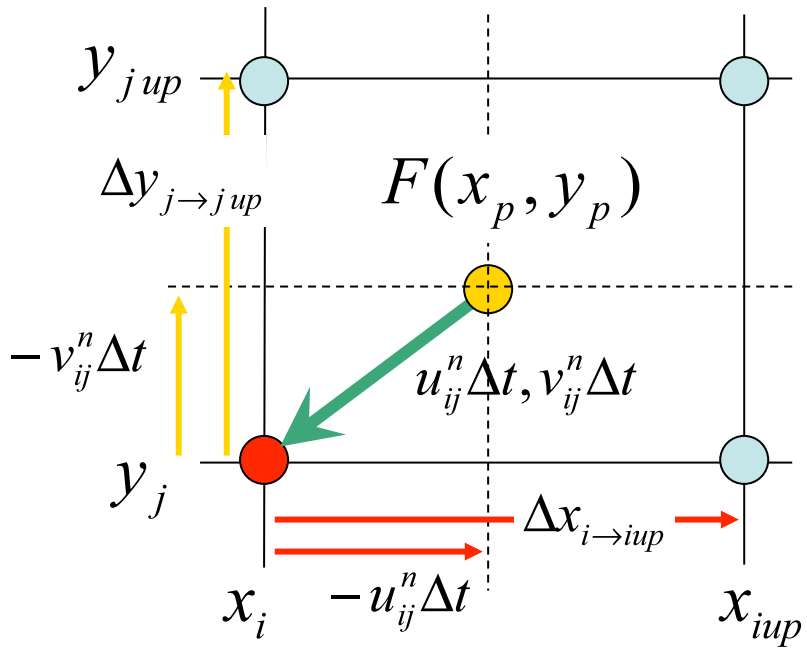
安定性のためには、格子の外側に飛び出てはいけない。

$$0<C_x<1$$

かつ

$$0<C_y<1$$

2次元のCFL条件

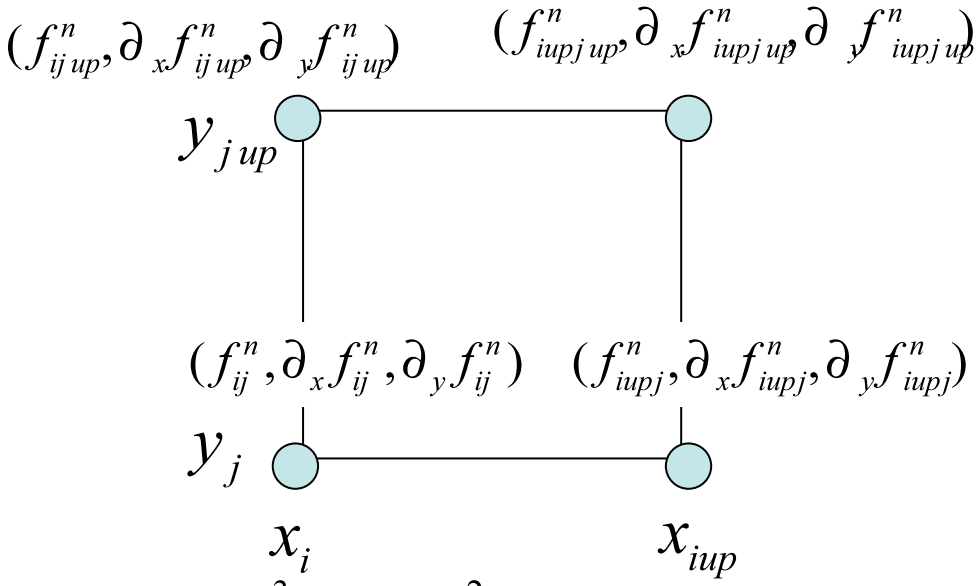


高次元移流方程式の解法ーCIP法

２次元：

x,y２方向の勾配も計算する。

$$\partial_x f_{ij}^n = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{ij}^n, \quad \partial_y f_{ij}^n = \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{ij}^n$$



補間関数：x,yの３次多項式

$$F(x,y) = C_{30}X^3 + C_{20}X^2 + C_{10}X + C_{00} + C_{03}Y^3 + C_{02}Y^2 + C_{01}Y$$
$$+ C_{21}X^2Y + C_{11}XY + C_{12}XY^2 + C_{31}X^3Y + C_{13}XY^3$$

$$X = x - x_i, \quad Y = y - y_j$$

係数の決定には、４格子点上における連続条件を用いる。

高次元移流方程式の解法ーCIP法

２次元の計算式：

Step１；

DO LOOP I

DO LOOP J

$$iup = i - sign(u_{ij}^n), \quad j\,up = j - sign(v_{ij}^n)$$

$$\xi = -u_{ij}^n \Delta t, \quad \eta = -v_{ij}^n \Delta t$$

$$f_{ij}^{n+1} = C_{30}\xi^3 + C_{20}\xi^2 + C_{10}\xi + C_{00} + C_{03}\eta^3 + C_{02}\eta^2 + C_{01}\eta$$
$$+ C_{21}\xi^2\eta + C_{11}\xi\eta + C_{12}\xi\eta^2 + C_{31}\xi^3\eta + C_{13}\xi\eta^3$$

$$\partial_x f_{ij}^* = 3C_{30}\xi^2 + 2C_{20}\xi + C_{10} + 2C_{21}\xi\eta + C_{11}\eta + C_{12}\eta^2 + 3C_{31}\xi^2\eta + C_{13}\eta^3$$

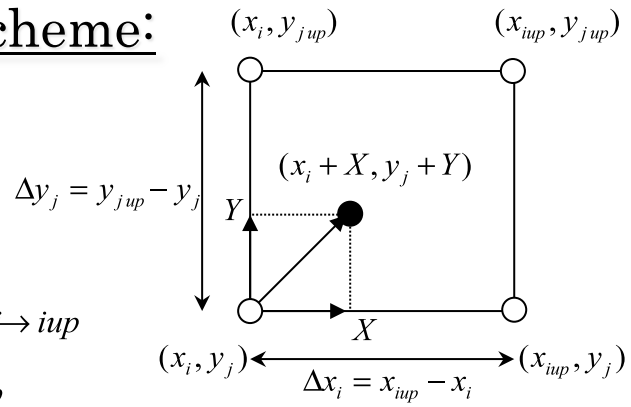
$$\partial_y f_{ij}^* = 3C_{03}\eta^2 + 2C_{02}\eta + C_{01} + C_{21}\xi^2 + C_{11}\xi + 2C_{12}\xi\eta + C_{31}\xi^3 + 3C_{13}\xi\eta^2$$

ENDDO

ENDDO

上記式で $f_{ij}^{n+1}, \partial_x f_{ij}^*, \partial_y f_{ij}^*$ を計算

Two Dimensional Interpolation Function in CIP scheme:



$$C_{00} = f_{ij}^n \quad C_{10} = \partial_x f_{ij}^n \quad C_{01} = \partial_y f_{ij}^n$$

$$C_{20} = 3(-f_{ij}^n + f_{iupj}^n)/\Delta x_{i\to iup}^2 - (2\partial_x f_{ij}^n + \partial_x f_{iupj}^n)/\Delta x_{i\to iup}$$

$$C_{02} = 3(-f_{ij}^n + f_{ij\,up}^n)/\Delta y_{j\to j\,up}^2 - (2\partial_y f_{ij}^n + \partial_y f_{ij\,up}^n)/\Delta y_{j\to j\,up}$$

$$C_{30} = 2(f_{ij}^n - f_{iupj}^n)/\Delta x_{i\to iup}^3 + (\partial_x f_{ij}^n + \partial_x f_{iupj}^n)/\Delta x_{i\to iup}^2$$

$$C_{03} = 2(f_{ij}^n - f_{ij\,up}^n)/\Delta y_{j\to j\,up}^3 + (\partial_y f_{ij}^n + \partial_y f_{ij\,up}^n)/\Delta y_{j\to j\,up}^2$$

$$C_{31} = -2A/\Delta x_{i\to iup}^3 \Delta y_{j\to j\,up} + (-\partial_x f_{ij}^n - \partial_x f_{iupj}^n + \partial_x f_{ij\,up}^n + \partial_x f_{iupj\,up}^n)/\Delta x_{i\to iup}^2 \Delta y_{j\to j\,up}$$

$$C_{13} = -2A/\Delta x_{i\to iup} \Delta y_{j\to j\,up}^3 + (-\partial_y f_{ij}^n - \partial_y f_{ij\,up}^n + \partial_y f_{iupj}^n + \partial_y f_{iupj\,up}^n)/\Delta x_{i\to iup} \Delta y_{j\to j\,up}^2$$

$$C_{21} = 3A/\Delta x_{i\to iup}^2 \Delta y_{j\to j\,up} + (2\partial_x f_{ij}^n + \partial_x f_{iupj}^n - 2\partial_x f_{ij\,up}^n - \partial_x f_{iupj\,up}^n)/\Delta x_{i\to iup} \Delta y_{j\to j\,up}$$

$$C_{12} = 3A/\Delta x_{i\to iup} \Delta y_{j\to j\,up}^2 + (2\partial_y f_{ij}^n + \partial_y f_{ij\,up}^n - 2\partial_y f_{iupj}^n - \partial_y f_{iupj\,up}^n)/\Delta x_{i\to iup} \Delta y_{j\to j\,up}$$

$$C_{11} = -A/\Delta x_{i\to iup} \Delta y_{j\to j\,up} + (-\partial_x f_{ij}^n + \partial_x f_{ij\,up}^n)/\Delta y_{j\to j\,up} + (-\partial_y f_{ij}^n + \partial_y f_{iupj}^n)/\Delta x_{i\to iup}$$

$$A = f_{ij}^n - f_{iupj}^n - f_{ij\,up}^n + f_{iupj\,up}^n$$

(CIP,Type-B)

$$\Delta x_{i\to iup} = x_{iup} - x_i, \quad \Delta y_{j\to j\,up} = y_{j\,up} - y_j$$

高次元移流方程式の解法ーCIP法

2次元の計算式:

Step2;微分の修正

DO LOOP I
  DO LOOP J

$$\partial_x f_{ij}^{n+1} = \partial_x f_{ij}^{*} - \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ij}^{*} \partial_x f_{ij}^{*} \Delta t - \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_{ij}^{*} \partial_y f_{ij}^{*} \Delta t$$

$$\partial_y f_{ij}^{n+1} = \partial_y f_{ij}^{*} - \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{ij}^{*} \partial_x f_{ij}^{*} \Delta t - \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_{ij}^{*} \partial_y f_{ij}^{*} \Delta t$$

  ENDDO
ENDDO