

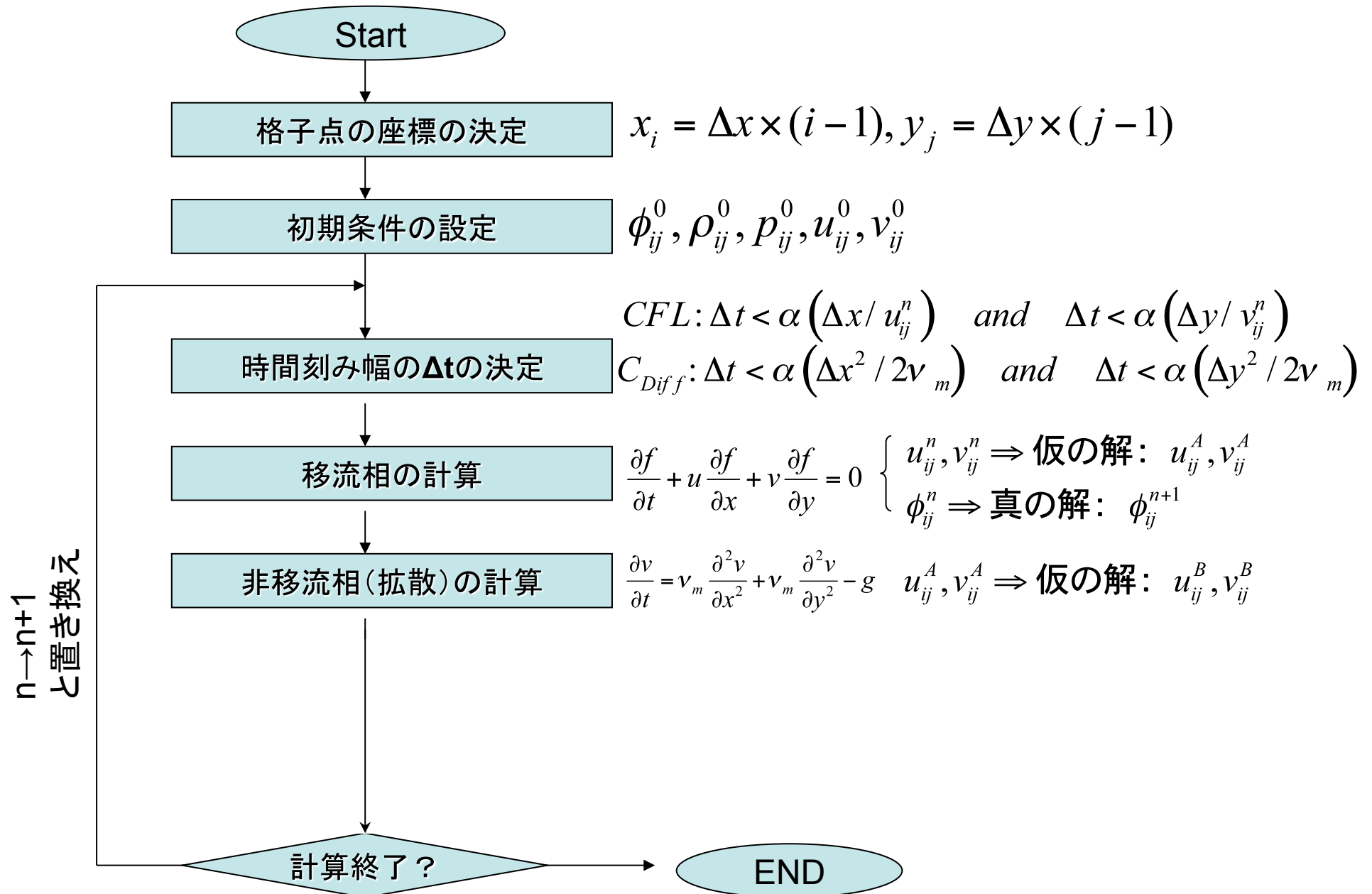
今週の課題

サンプルプログラム C言語: main.c Fortran: main.f

サンプルプログラムは斜め風上1次差分による移流方程式の解法
(Step1の移流相の計算部分)を計算するプログラム

課題: CIP法を用いた移流+拡散計算に拡張する

Projection法による計算手順



作業:

①移流方程式の計算の結果を用いて、拡散を計算するルーチンを作成する。

Step2: 拡散相

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v_{mol} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v_{mol} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} = v_{mol} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v_{mol} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + g$$

の計算を行う！

作業:

①移流方程式の計算の結果を用いて、拡散を計算するルーチンを作成する。

計算式(陽解法+中心差分)

$$u_{ij}^{n+1} = u_{ij}^{Adv} + \frac{v_{mol} \Delta t}{\Delta x^2} (u_{i+1j}^{Adv} - 2u_{ij}^{Adv} + u_{i-1j}^{Adv}) + \frac{v_{mol} \Delta t}{\Delta x^2} (u_{ij+1}^{Adv} - 2u_{ij}^{Adv} + u_{ij-1}^{Adv})$$

$$v_{ij}^{n+1} = v_{ij}^{Adv} + \frac{v_{mol} \Delta t}{\Delta x^2} (v_{i+1j}^{Adv} - 2v_{ij}^{Adv} + v_{i-1j}^{Adv}) + \frac{v_{mol} \Delta t}{\Delta x^2} (v_{ij+1}^{Adv} - 2v_{ij}^{Adv} + v_{ij-1}^{Adv}) + g \Delta t$$

の計算を行う！

CIP法では勾配を計算に用いる！



勾配の修正も必要！

Step2: 拡散相の基礎方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = S = \nu_{mol} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu_{mol} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\partial (\partial_x u)_{ij}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} S_{ij} & \Rightarrow (\partial_x u)_{ij}^{n+1} &= (\partial_x u)_{ij}^{Adv} + \frac{\partial S_{ij}}{\partial x} \Delta t \\ \frac{\partial (\partial_y u)_{ij}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial y} S_{ij} & (\partial_y u)_{ij}^{n+1} &= (\partial_y u)_{ij}^{Adv} + \frac{\partial S_{ij}}{\partial y} \Delta t \end{aligned}$$

一方、 $\frac{\partial u}{\partial t} = S$ より、 $u_{ij}^{n+1} - u_{ij}^{Adv} = S_{ij} \Delta t$ だから、

$$\frac{\partial S_{ij} \Delta t}{\partial x} = \frac{S_{i+1j} \Delta t - S_{i-1j} \Delta t}{2\Delta x} = \frac{(u_{i+1j}^{n+1} - u_{i+1j}^{Adv}) - (u_{i-1j}^{n+1} - u_{i-1j}^{Adv})}{2\Delta x} = \frac{u_{i+1j}^{n+1} - u_{i-1j}^{n+1} - u_{i+1j}^{Adv} + u_{i-1j}^{Adv}}{2\Delta x}$$

Step2: 拡散相の基礎方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = S = \nu_{mol} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu_{mol} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \Rightarrow$$

$$\therefore \begin{cases} \left(\partial_x u \right)_{ij}^{n+1} = \left(\partial_x u \right)_{ij}^{Adv} + \frac{(u_{i+1j}^{n+1} - u_{i-1j}^{n+1} - u_{i+1j}^{Adv} + u_{i-1j}^{Adv})}{2\Delta x} \\ \left(\partial_y u \right)_{ij}^{n+1} = \left(\partial_y u \right)_{ij}^{Adv} + \frac{(u_{ij+1}^{n+1} - u_{ij-1}^{n+1} - u_{ij+1}^{Adv} + u_{ij-1}^{Adv})}{2\Delta y} \end{cases}$$

流速Vも同様に、

$$\therefore \begin{cases} \left(\partial_x v \right)_{ij}^{n+1} = \left(\partial_x v \right)_{ij}^{Adv} + \frac{(v_{i+1j}^{n+1} - v_{i-1j}^{n+1} - v_{i+1j}^{Adv} + v_{i-1j}^{Adv})}{2\Delta x} \\ \left(\partial_y v \right)_{ij}^{n+1} = \left(\partial_y v \right)_{ij}^{Adv} + \frac{(v_{ij+1}^{n+1} - v_{ij-1}^{n+1} - v_{ij+1}^{Adv} + v_{ij-1}^{Adv})}{2\Delta y} \end{cases}$$

作業:

②拡散項の計算の安定条件を満たすように Δt を修正する。

安定条件:

$$\Delta t \leq \alpha_{vis_safe} \times \frac{\Delta x^2}{2\nu_{mol}} \quad \text{かつ} \quad \Delta t \leq \alpha_{vis_safe} \times \frac{\Delta y^2}{2\nu_{mol}}$$

$$\therefore \Delta t = \text{Min}\left(\alpha_{vis_safe} \times \frac{\Delta x^2}{2\nu_{mol}}, \alpha_{vis_safe} \times \frac{\Delta y^2}{2\nu_{mol}}\right)$$

以下になるように Δt を修正すればよい。

作業:

③拡散計算のチェック!

- ・移流項の計算をコメントアウトする
- ・拡散の様子が分かるような初期条件をu,vに対して与えてみる。

たとえば、

$$u_{ij}^0 = \begin{cases} 1 & \text{for } 0.3 x_{\max} < x < 0.7 x_{\max} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- ・拡散係数を大きくし、重力g=0とする。
- ・計算結果をgnuplotで可視化して確認する。

作業:

④ 圧力修正相の準備

・移流後のColor Functionの値を用いて密度を準備する。

$$\rho_{ij}^{n+1} = \begin{cases} \rho_{water} & \text{if } \phi_{ij}^{n+1} \geq 0.5 \\ \rho_{air} & \text{if } \phi_{ij}^{n+1} < 0.5 \end{cases}$$

```
DO I=0,Nx
  DO J=0,Ny
    if(color_func[i][j]>0.5) then
      density[i][j]=density_water
    else
      density[i][j]=density_air
    endif
  ENDDO
ENDDO
```

作業:

⑤ density[i][j]の途中結果を出力する。

・color_func[i][j]の途中結果の出力部分を参考にして追加する。

Fortran:

```
113  FORMAT("DENSITY_",I4.4,".dat")
      WRITE(FILENAME,113) output_file_number
      OPEN(UNIT=18,FILE=FILENAME)
      WRITE(18,*) "xx(i) yy(j) density(i,j)"
      DO i=1,nx-1
        DO j=1,ny-1
          WRITE(18,*) xx(i),yy(j),density(i,j)
        ENDDO
      WRITE(18,*) ' '
    ENDDO
      CLOSE(UNIT=18)
```

作業:

⑤ density[i][j]の途中結果を出力する。

・color_func[i][j]の途中結果の出力部分を参考にして追加する。

C

```
sprintf(filename,"DENSITY_%4.4d.dat",output_file_number);
fp=fopen(filename,"w");
fprintf(fp,"xx[i] yy[j] density[i][j]\n");
for(i=1;i<=nx-1;i++){
    for(j=1;j<=ny-1;j++){
        fprintf(fp,"%e %e %e\n",xx[i],yy[j],density[i][j]);
    }
    fprintf(fp,"\n");
}
fclose(fp);
```