

図形科学第一

第5回講義

教科書 第6章 軸測投影と斜投影

図形科学第一

第5回講義 形の立体表現

教科書 第6章 軸測投影と斜投影

正多面体はなぜ5種類のみ？

図形科学第一

〈本書の構成〉

正投影を基本とする図法幾何学

第1章 図法幾何学の基礎



第2章 副投影法による作図



(立体作図問題の準備)

第3章 交点, 交線の作図法

第4章 曲面表現と接触



第5章 立体の切断と相貫

形の立体表現(正投影以外の投影法)

第6章 軸測投影と斜投影

第7章 透視投影

第8章 立体の展開

第 5 回講義内容

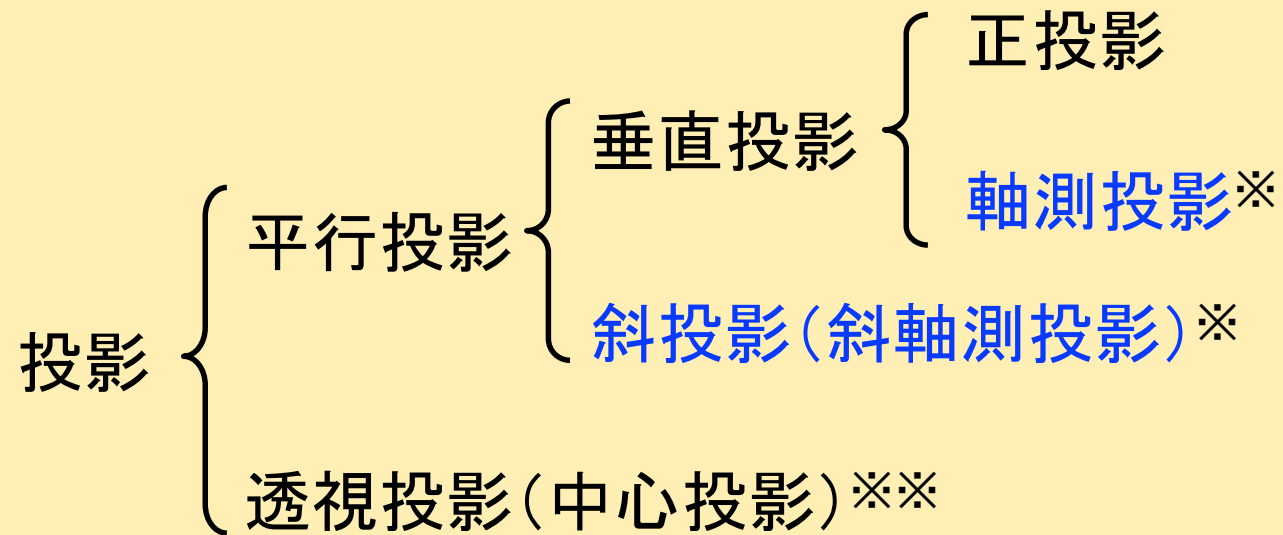
立体的な図を得る投影方法（今回）

軸測投影,

斜軸測投影

（次回の講義では透視図を解説）

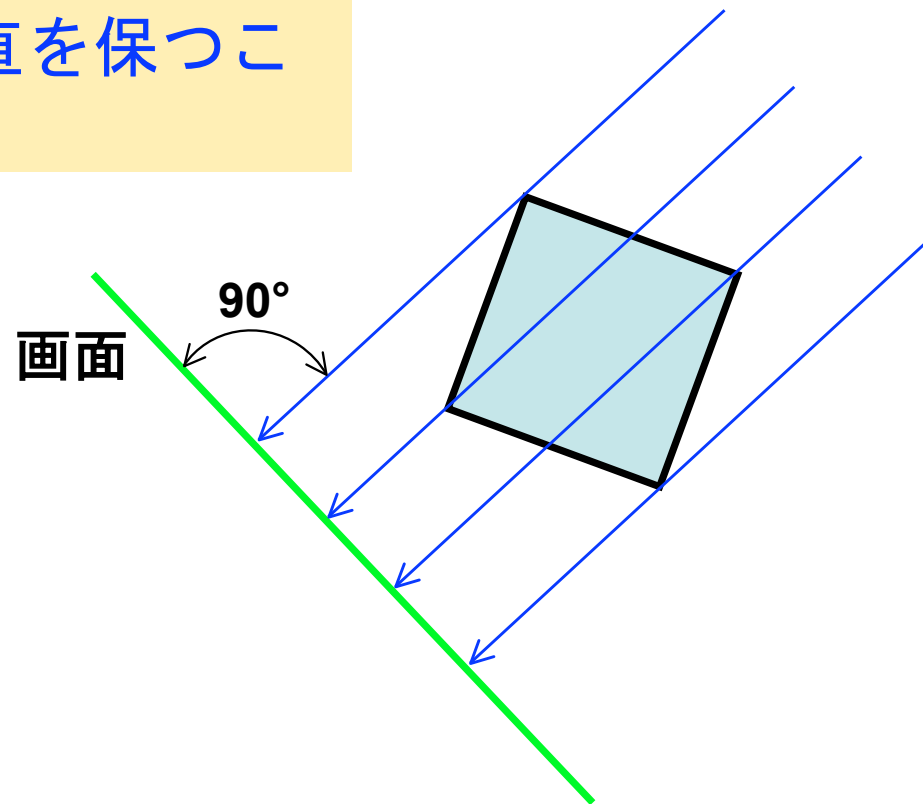
投影の種類



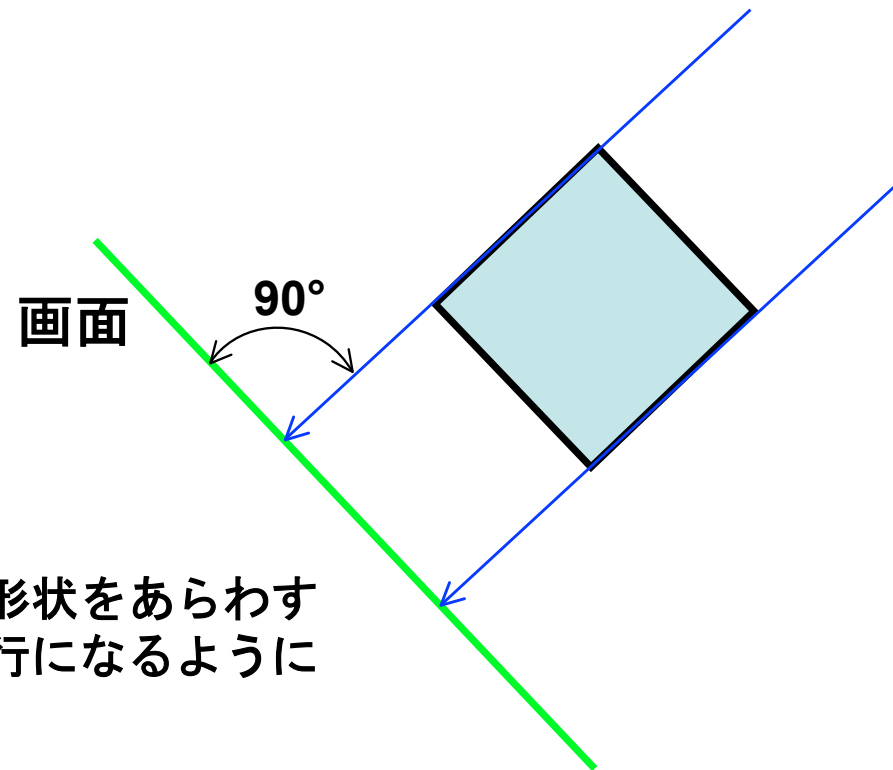
※ 今回の講義で解説, ※※ 次回の講義で解説

垂直投影について

垂直投影では投影線と投影面が垂直を保つことが前提.

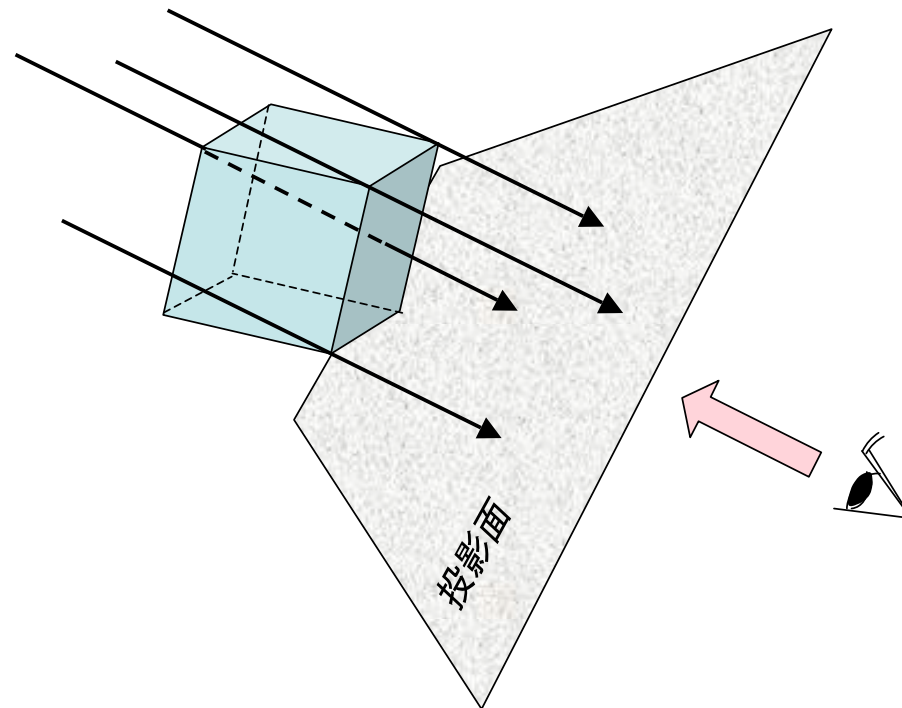


正投影について（垂直投影の範疇）



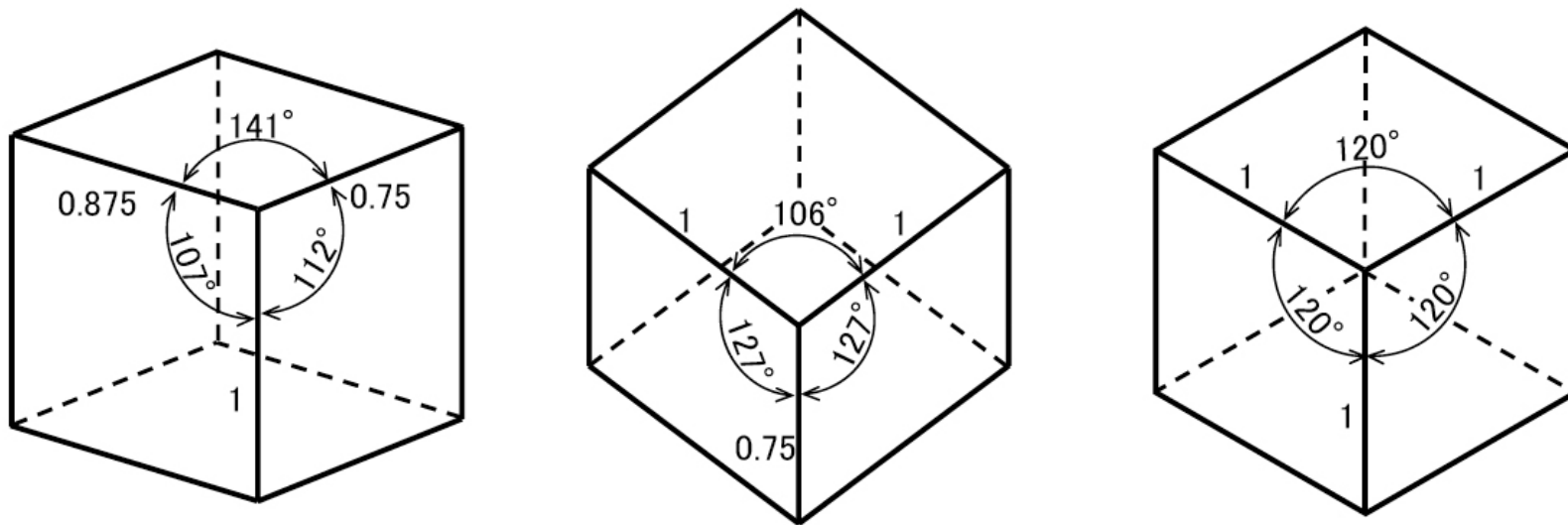
正投影では，立体形状をあらわす線分が投影面と平行になるように置く．

立方体の垂直投影



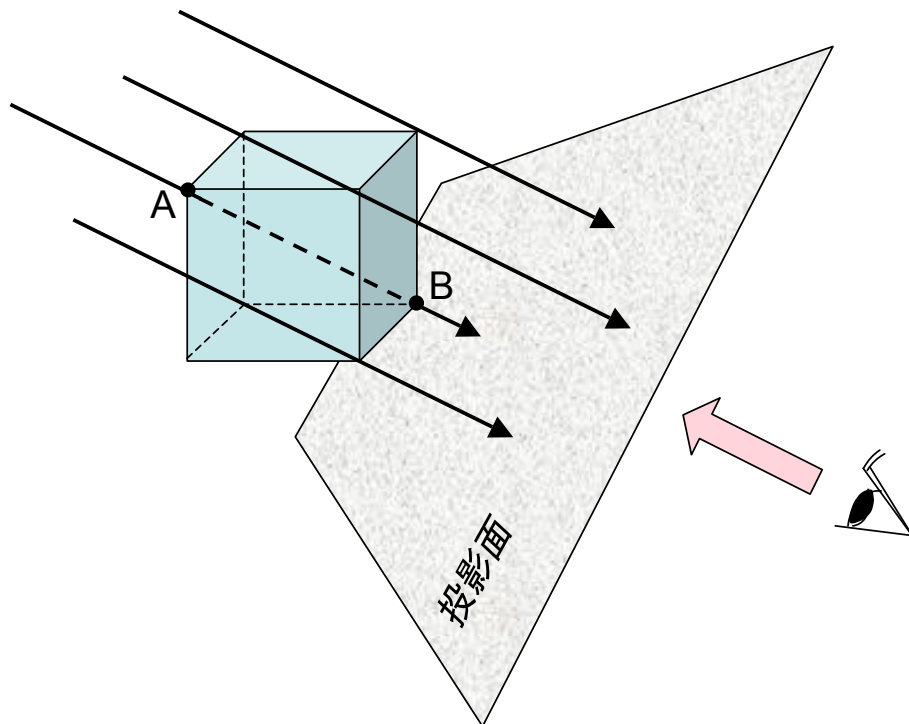
立方体の配置で投影図はどう変わるか？

立方体の投影図の例

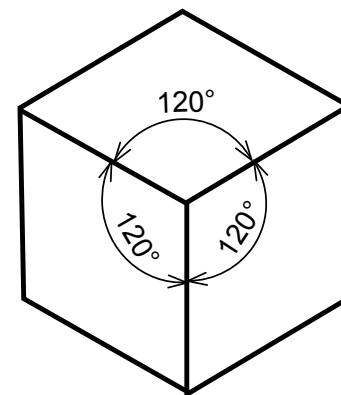


立方体の配置で投影図が種々に変化する.

等軸測投影（垂直投影の範疇）

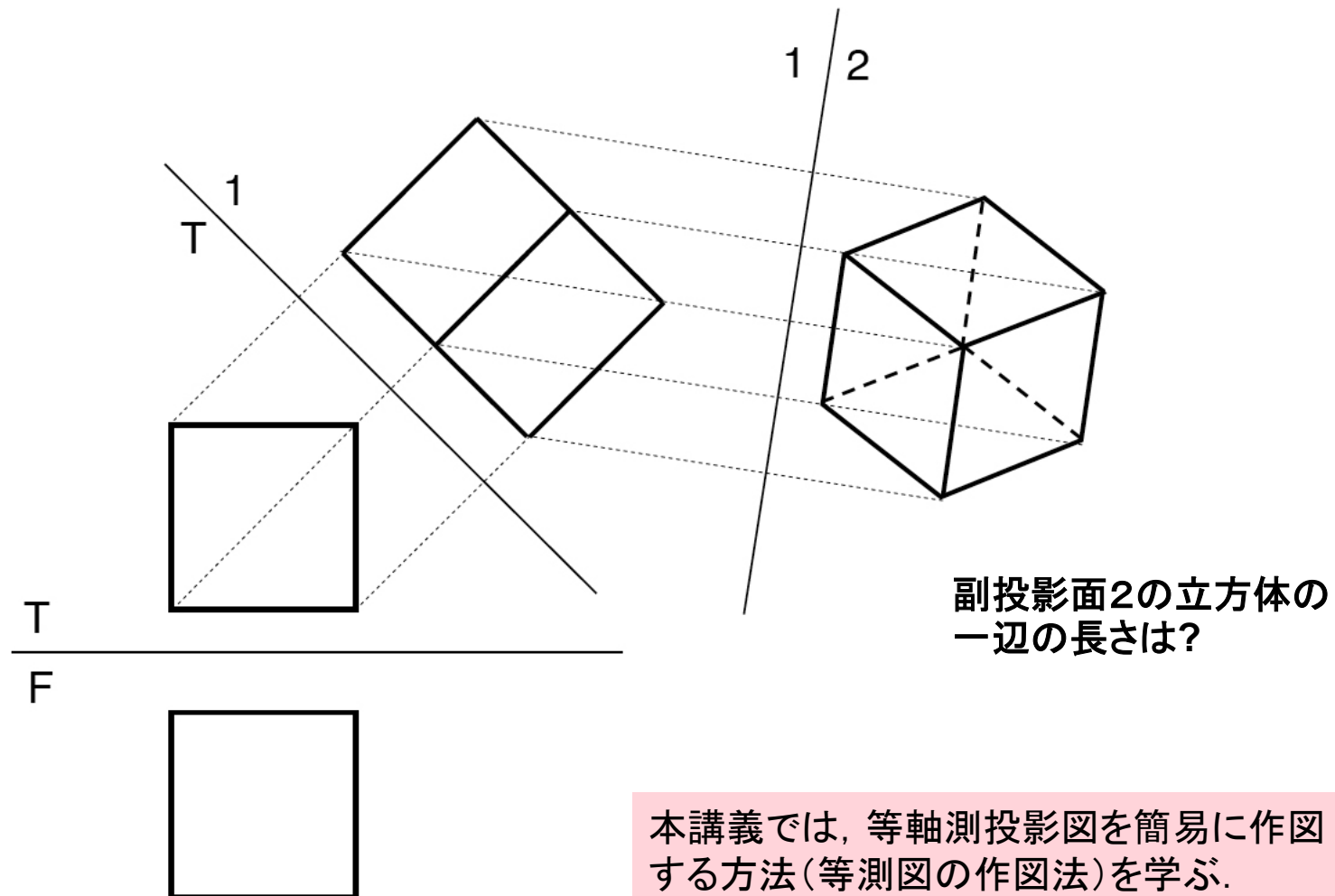


対角に位置する頂点ABを
結ぶベクトルで平行投影

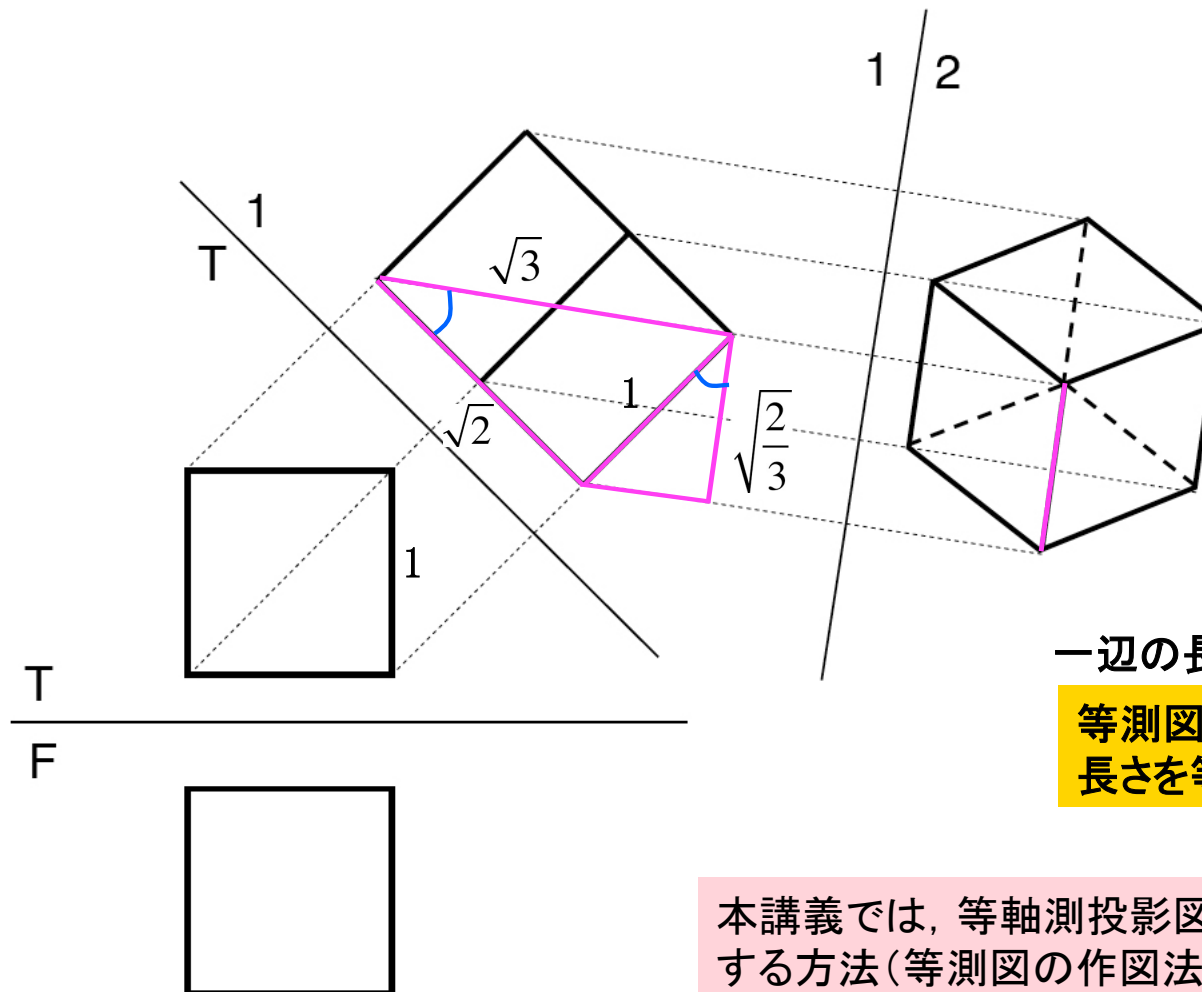


等軸測投影図

等軸測投影図の作図



等軸測投影図の作図

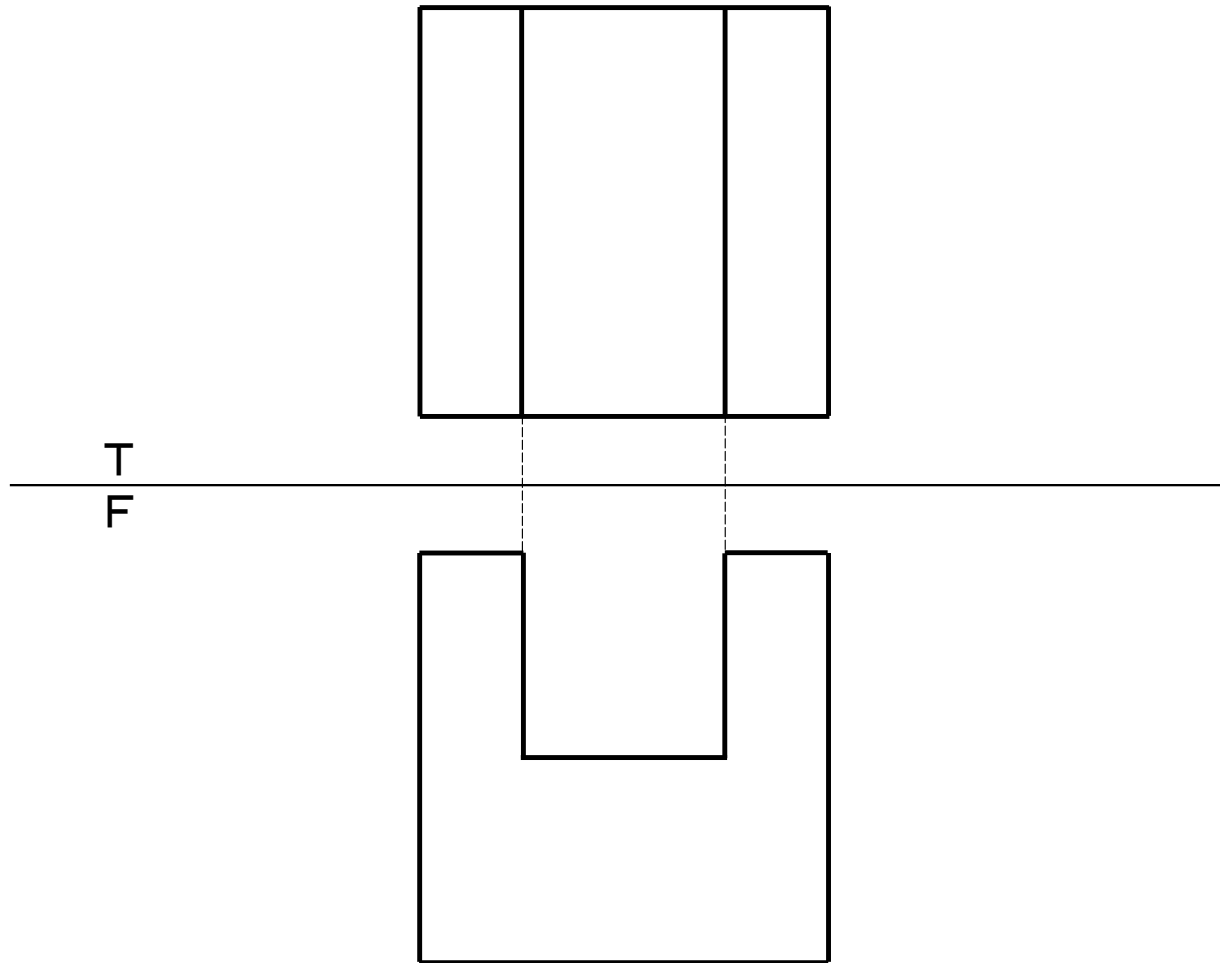


一辺の長さは約0.81倍

等測図では軸方向の
長さを等倍で描く。

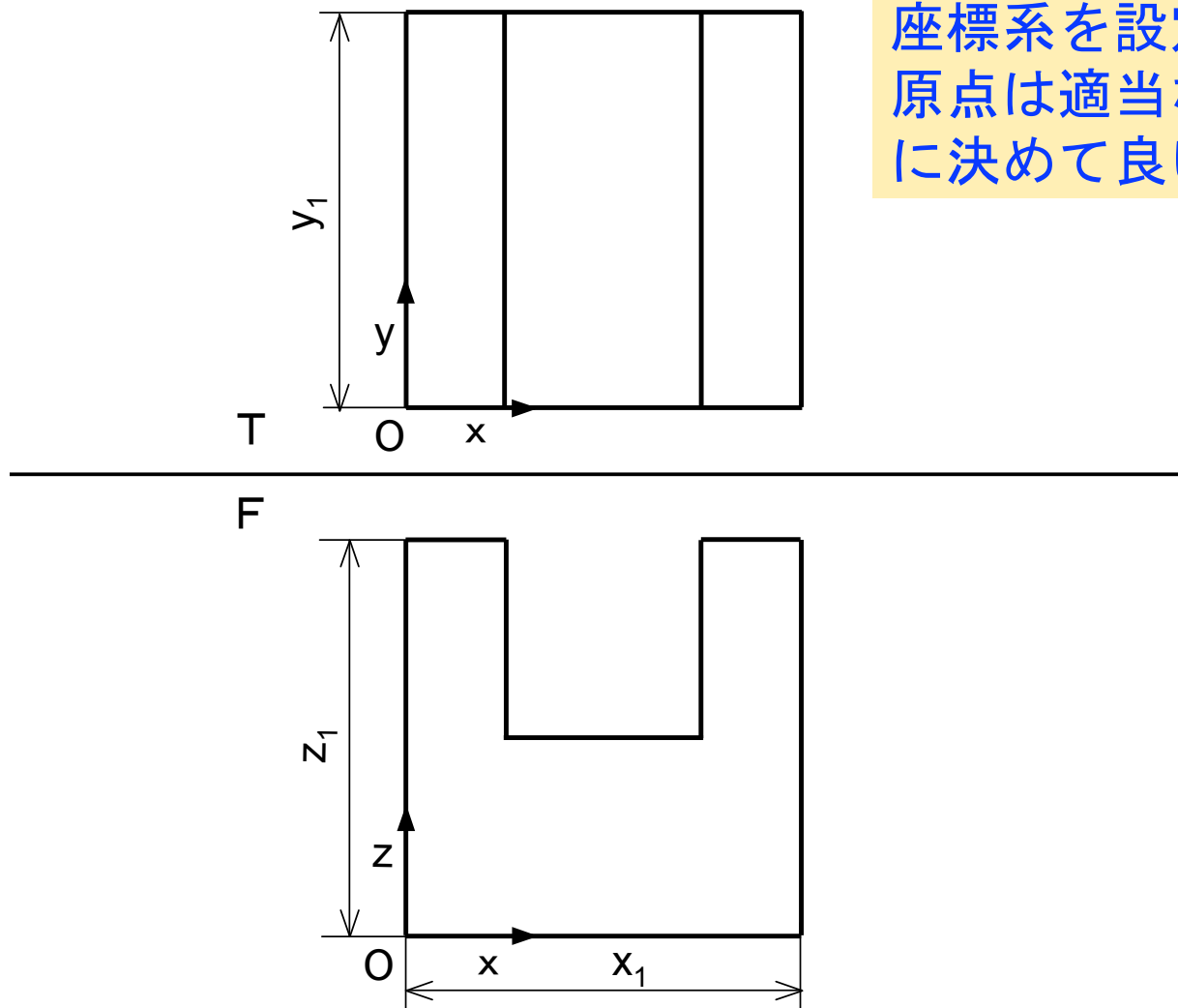
本講義では、等軸測投影図を簡易に作図
する方法(等測図の作図法)を学ぶ。

等測図（アイソメ図）の描き方



等測図の描き方

座標系を設定：
原点は適当な場所
に決めて良い。

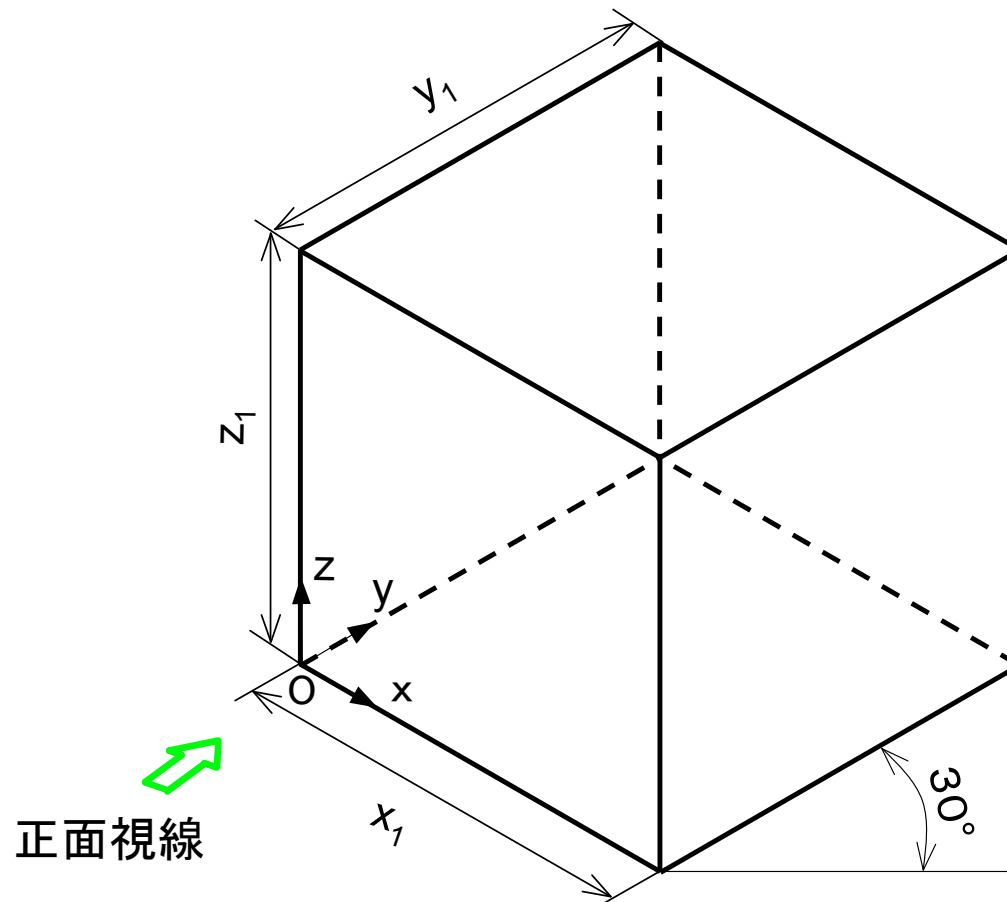


等測図で基本形の 立方体を描く

平面視線



等測図の立方体の1辺は
正投影図における一辺の
長さにとる.

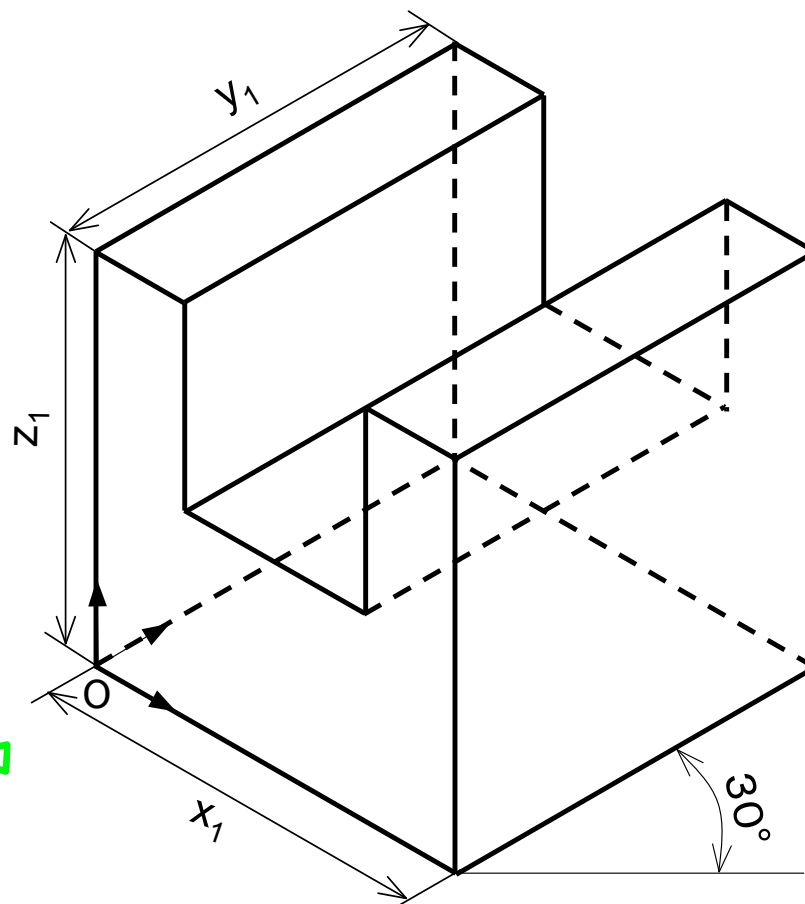


細部の形を描く

平面視線

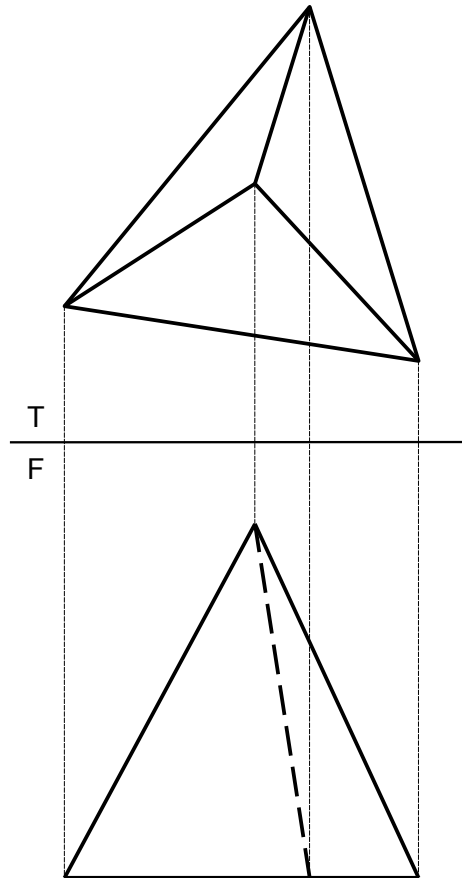


正面視線



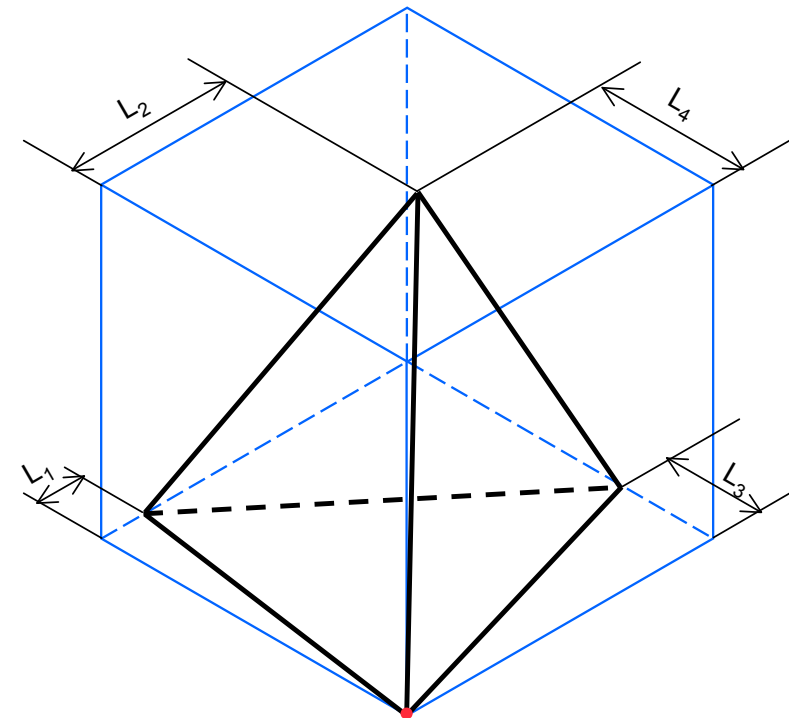
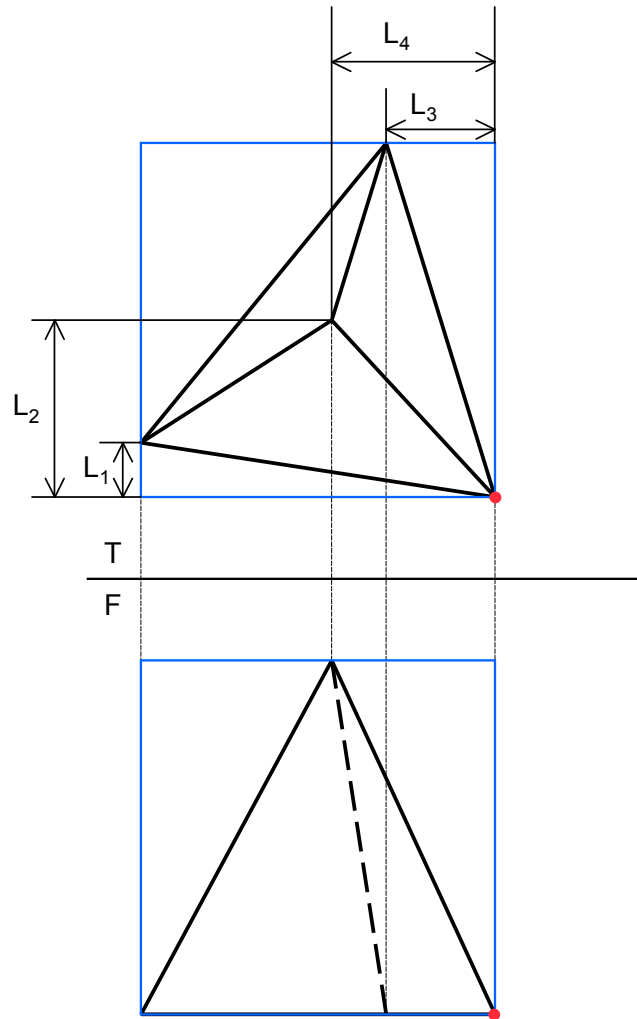
例題6-1 アイソメ図を描け.

この例題では四面体を構成する辺が投影面と平行になっていないので、 x , y , z 軸上に辺の長さをとることはできない.



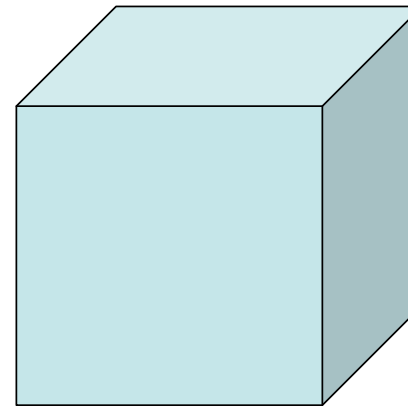
解答

まずは立方体のアイソメ図を描く。
次に、アイソメ図の基準点を決め、
四面体の各頂点の位置を求める。



斜投影（斜軸測投影）について

正面図あるいは平面図の
情報を保持しながら立体
感を表す表示方法



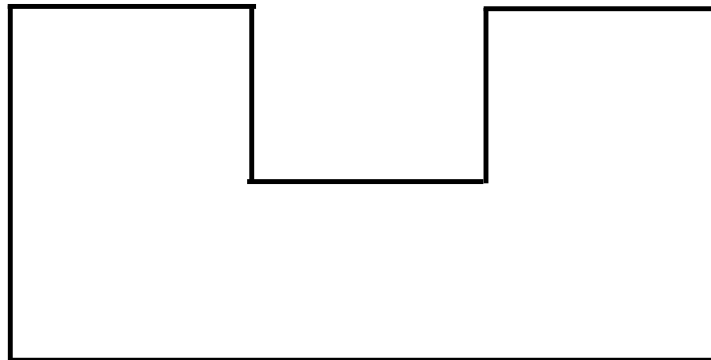
立方体の斜投影による表示

少し違和感を感じるが日常
生活でもこの表示はよく見
かける。

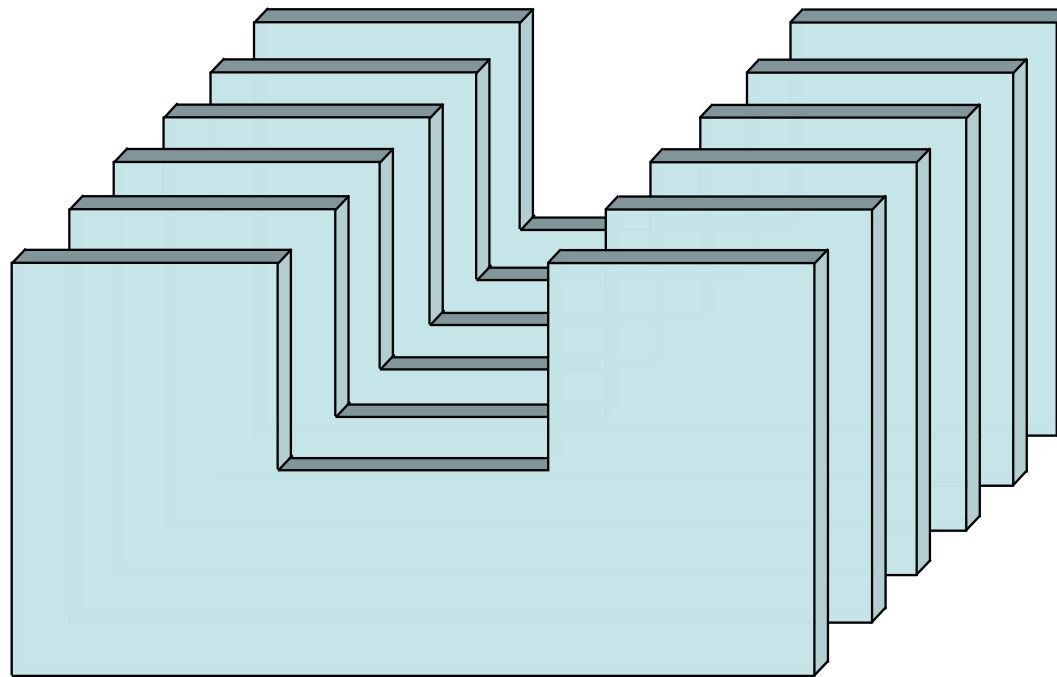
斜投影 による表現



T
—
F

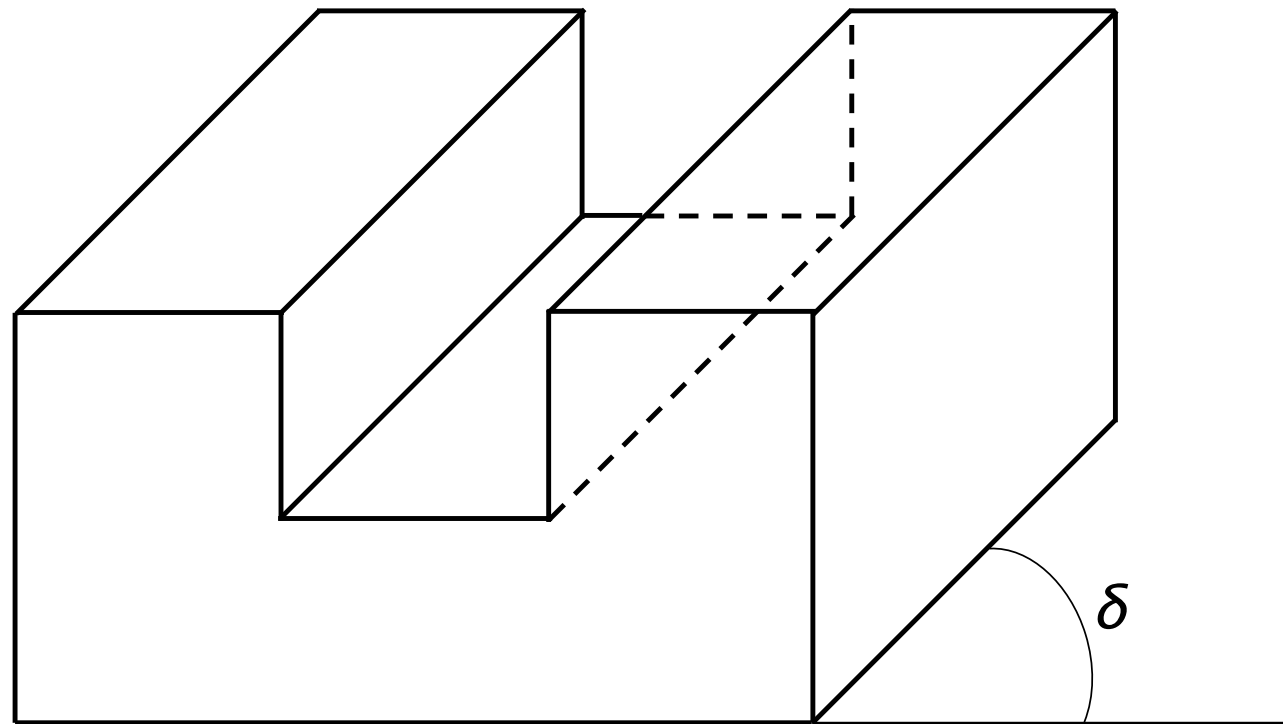


斜投影のイメージ（カバリエ投影）



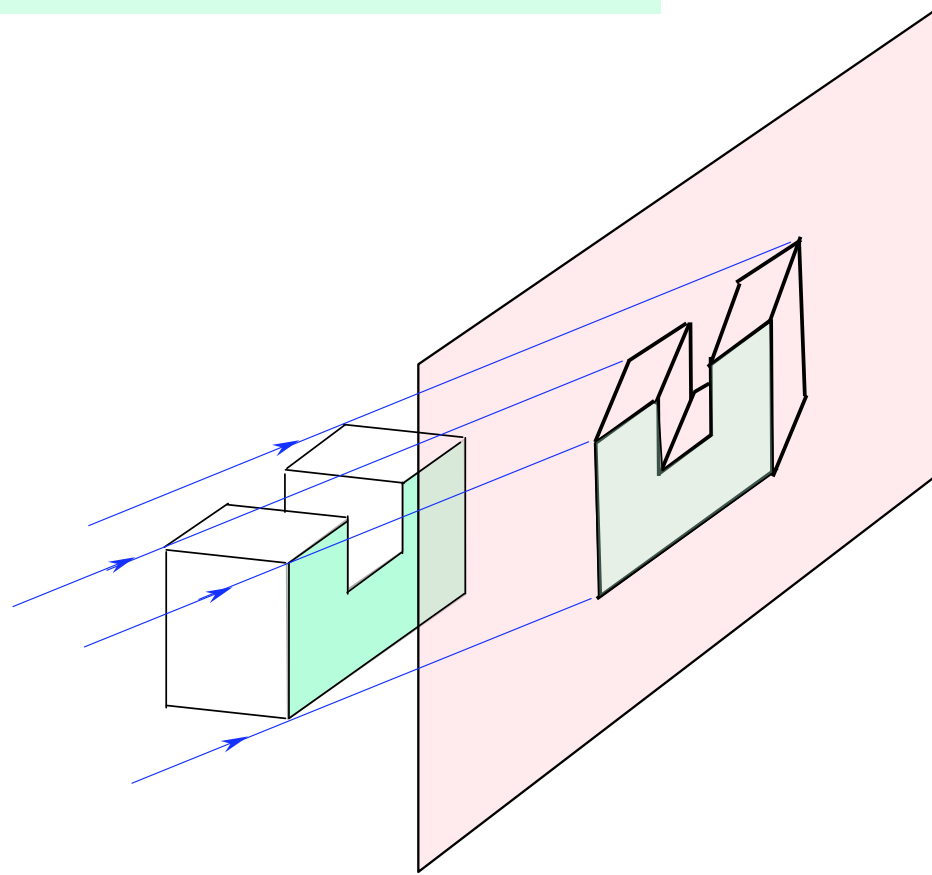
正面と平行な情報を正しく保持するために奥行き方向を一定の割合で少しづつずらして表示する.

斜投影による作図



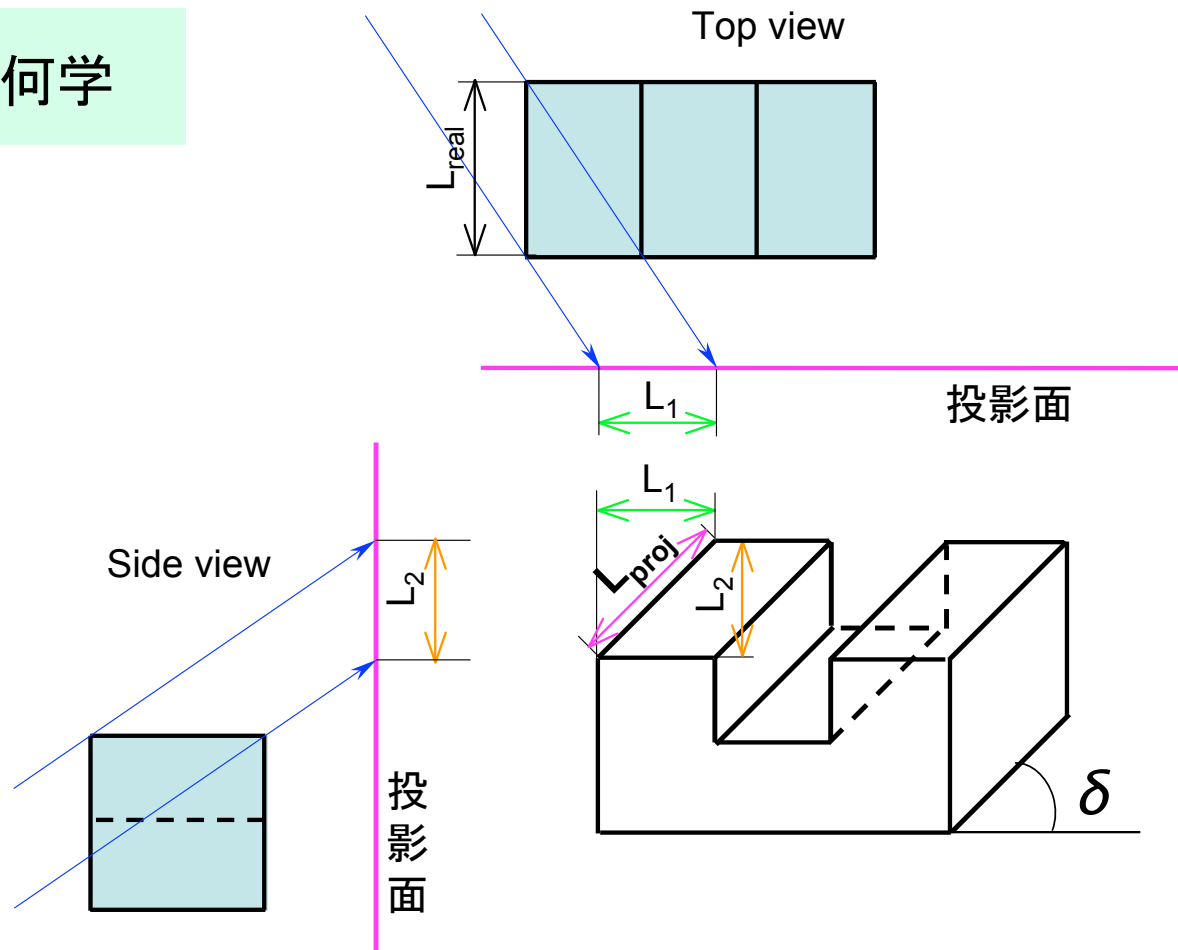
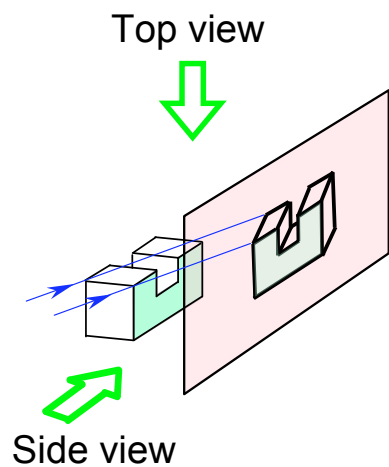
この例では奥行き方向の長さを斜線方向にとっているため長く見える。→奥行き方向は必要に応じて調節する。

カバリエ投影の概念図



投影線を斜め方向から投射して図形の特徴点を画面に投影する。（平行な投影線の投影なので正面の情報は保持される。）

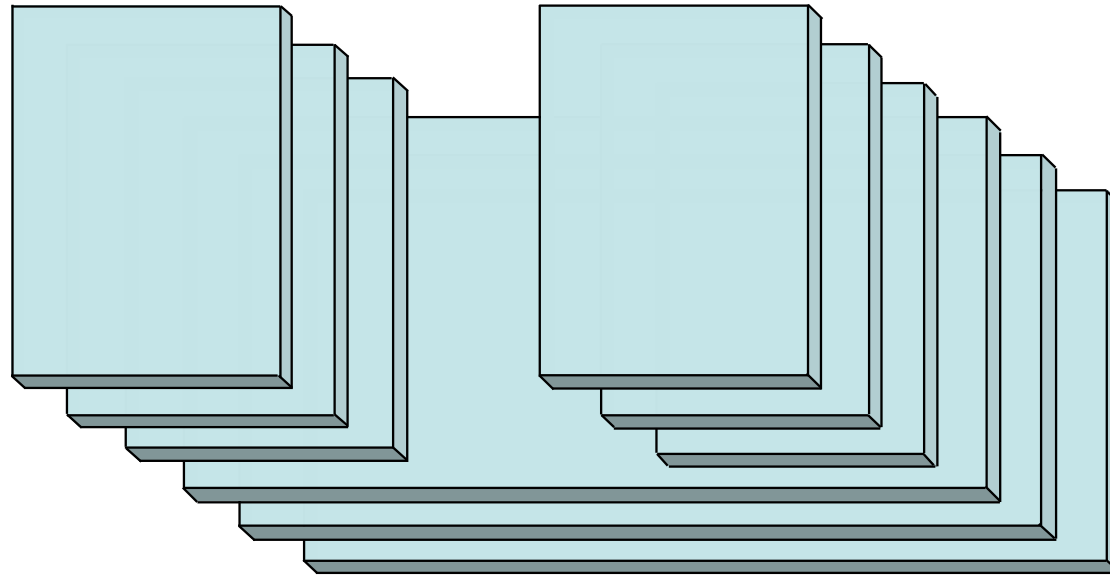
カバリエ投影の幾何学



作図に必要な $\mu = L_{\text{proj}} / L_{\text{real}}$ と δ は, あらかじめ与えられる.

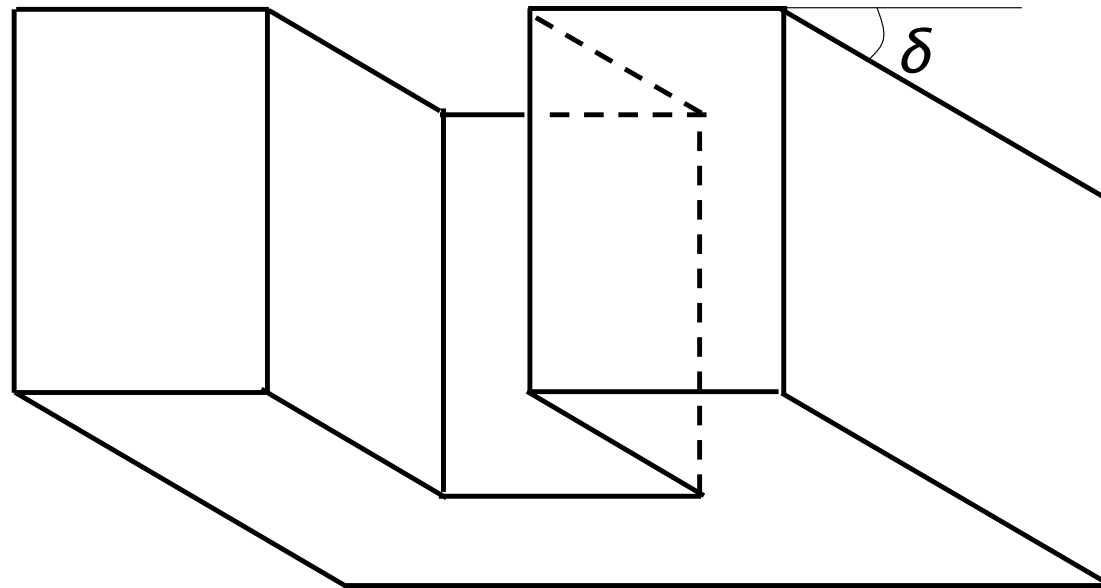
→ L_1 と L_2 を気にする必要はない(投影線が投影面となす角度も気にしなくてよい).

斜投影のイメージ（ミリタリ投影）



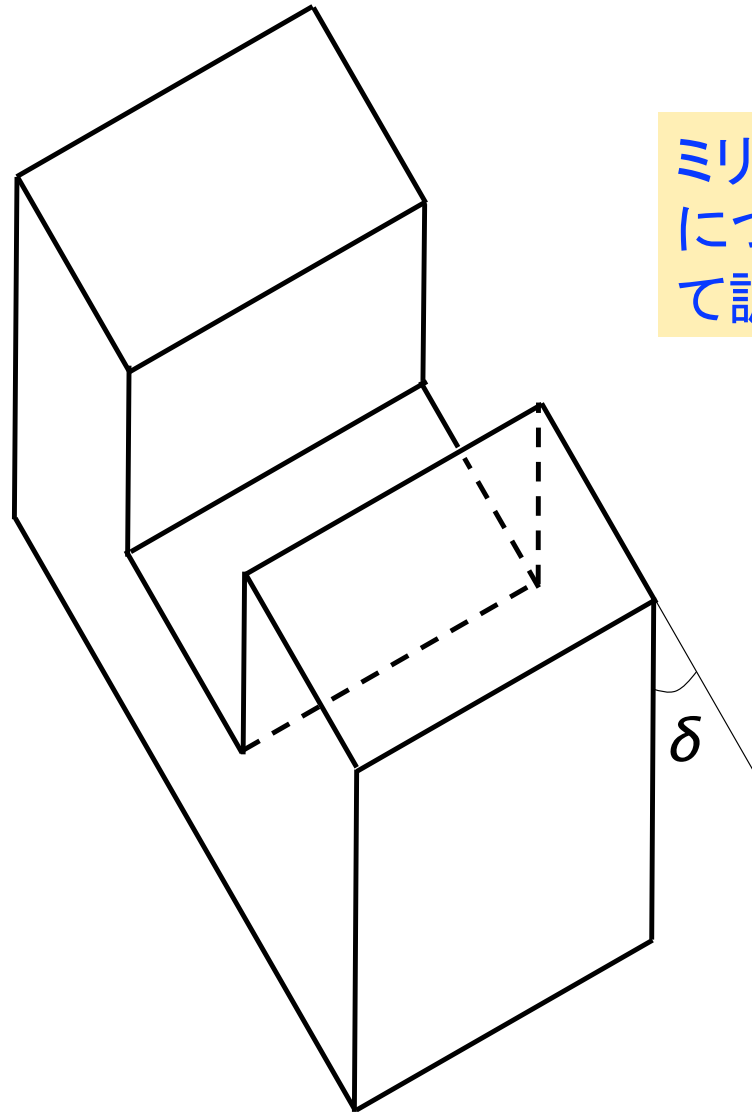
水平面と平行な情報を正しく保持するために奥行き方向を一定の割合で少しずつずらして表示する。

斜投影（ミリタリ投影）による作図



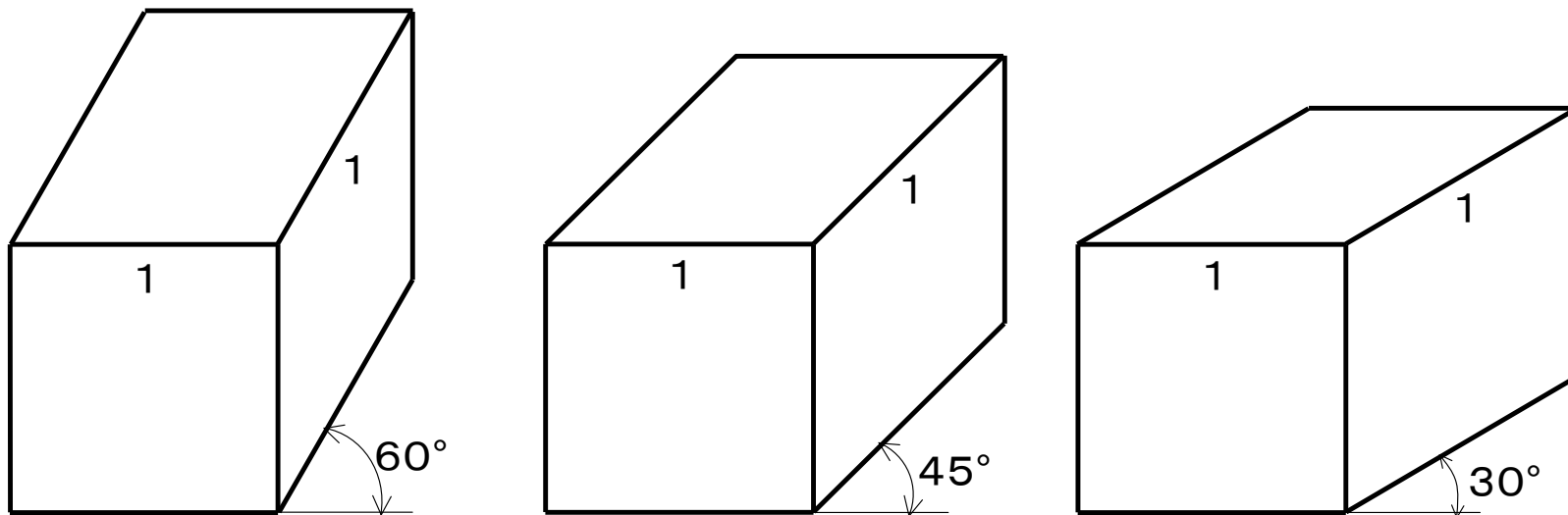
この配置では見づらいので全体
を回転させて表示.

斜投影（ミリタリ投影）による作図



ミリタリ投影も高さ方向
については必要に応じて調整する.

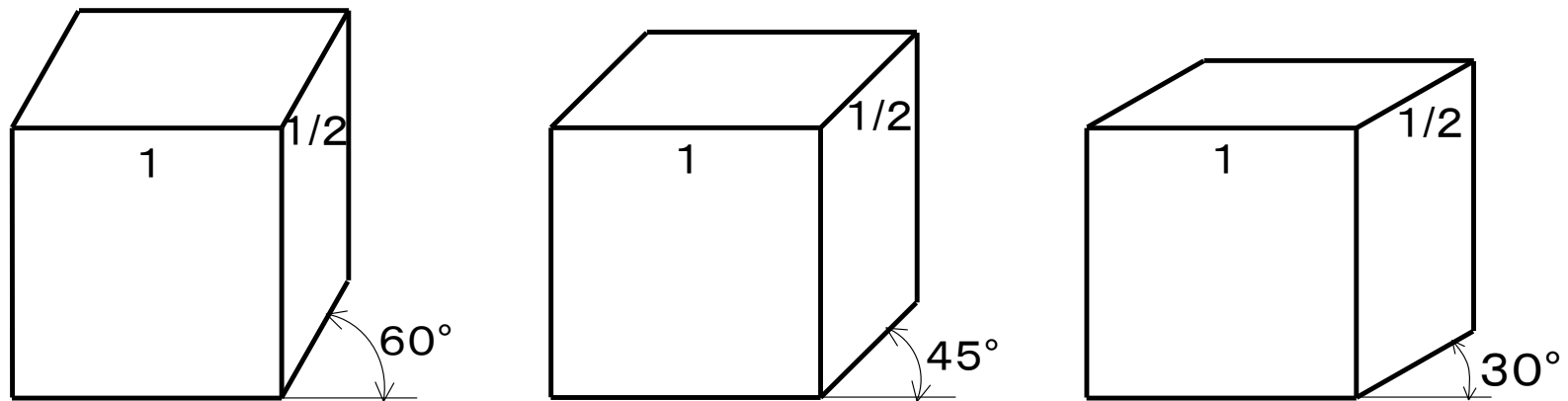
斜投影（カバリエ投影）による作図



投影角度を替えて表示

図面の長さに対する奥行き方向の長さの比 : $\mu = 1$

斜投影（カバリエ投影）による作図

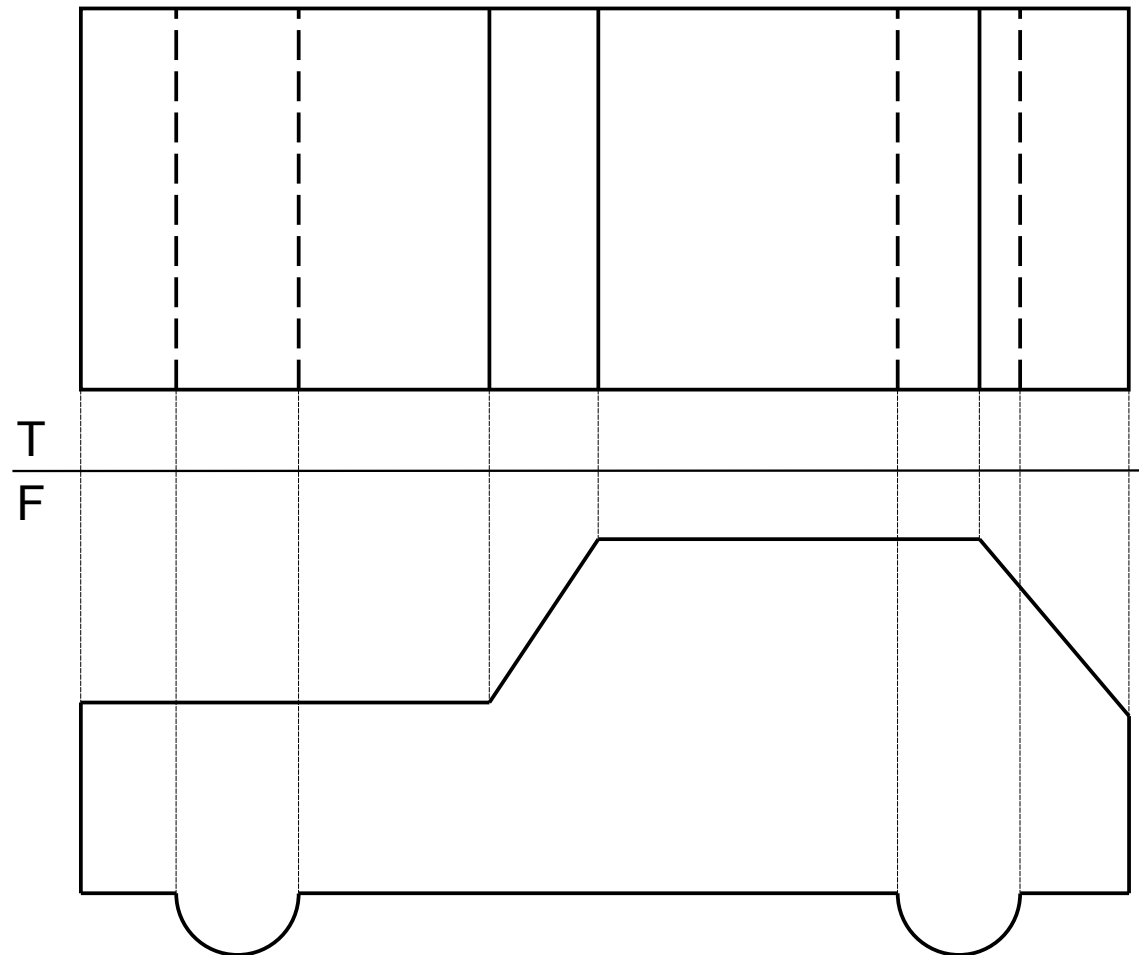


奥行き方向の長さを替えて表示

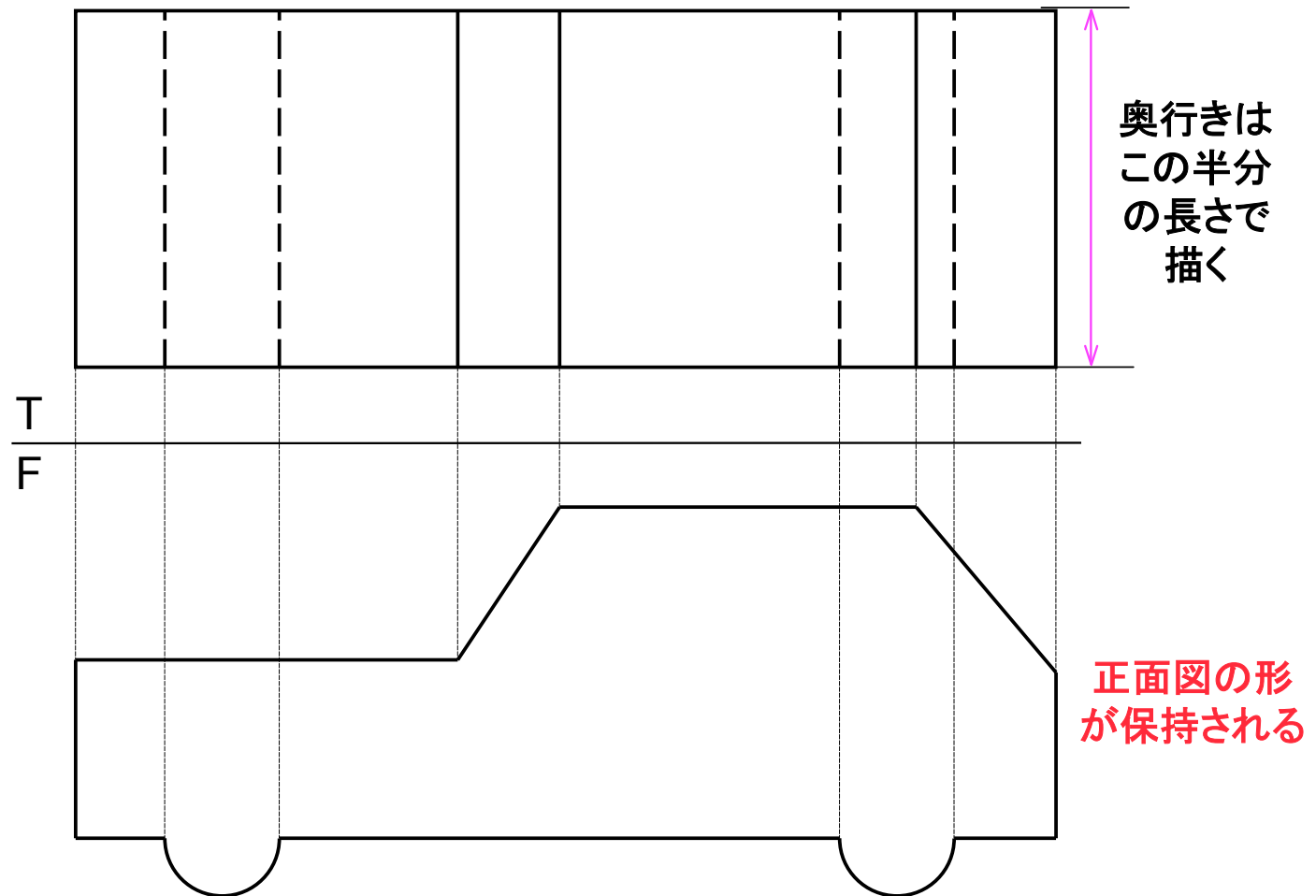
$\delta = 45^\circ$, $\mu = 0.5$ の表示 → カビネ投影

（三次元的な図としてもっともらしく見える。）

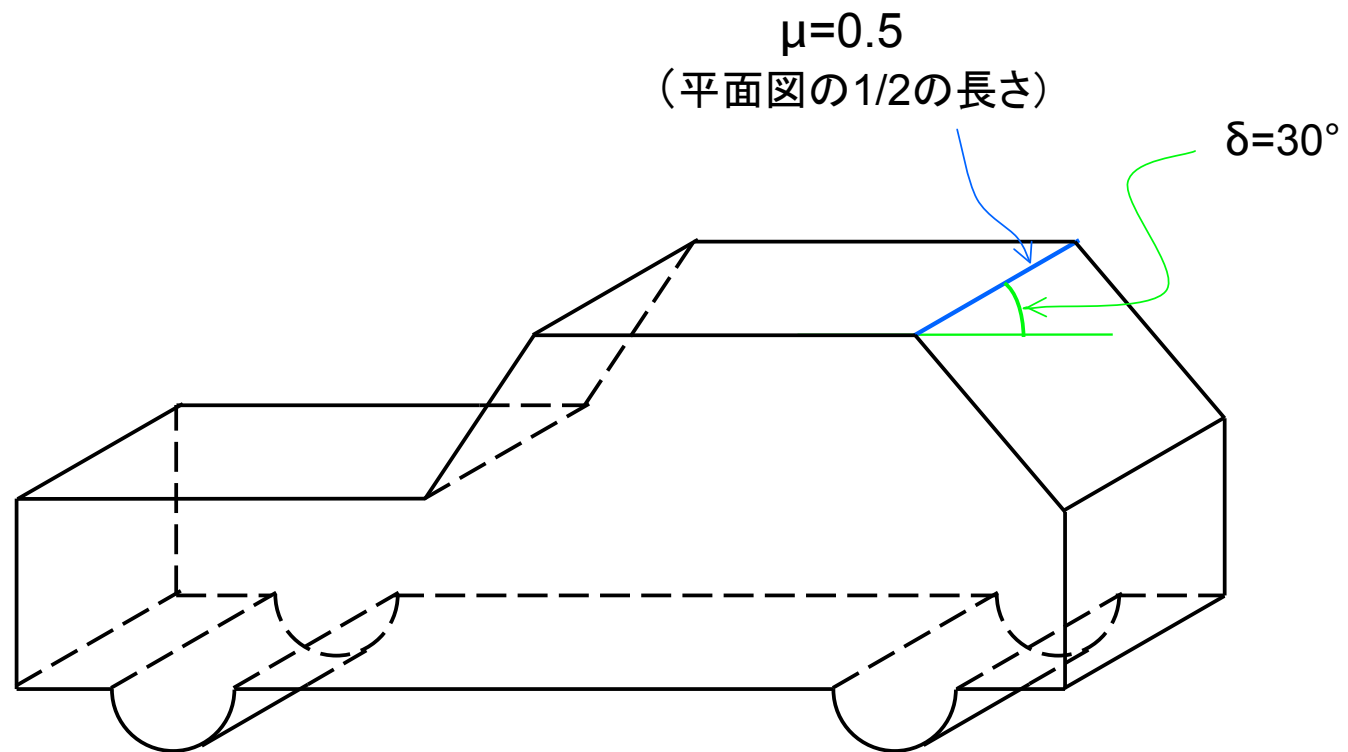
例題6-3 カバリエ投影図を描け. ただし $\delta=30^\circ$, $\mu=0.5$ とする.



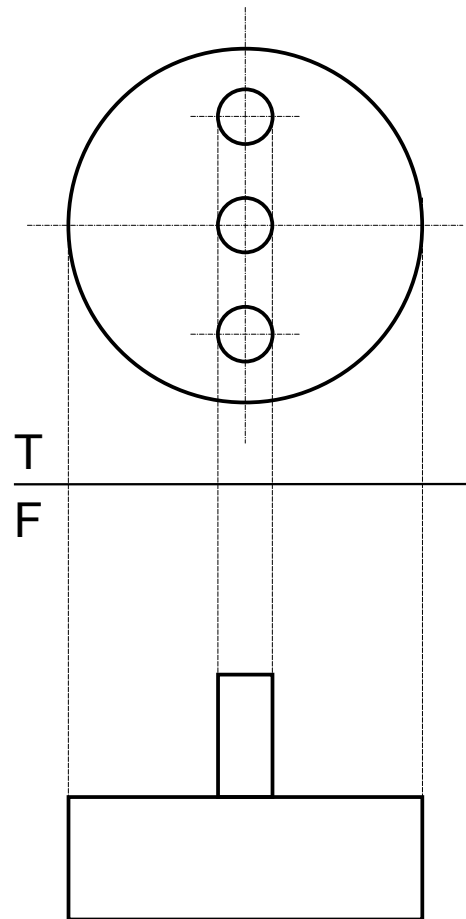
例題6-3 カバリエ投影図を描け. ただし $\delta=30^\circ$, $\mu=0.5$ とする.



解答

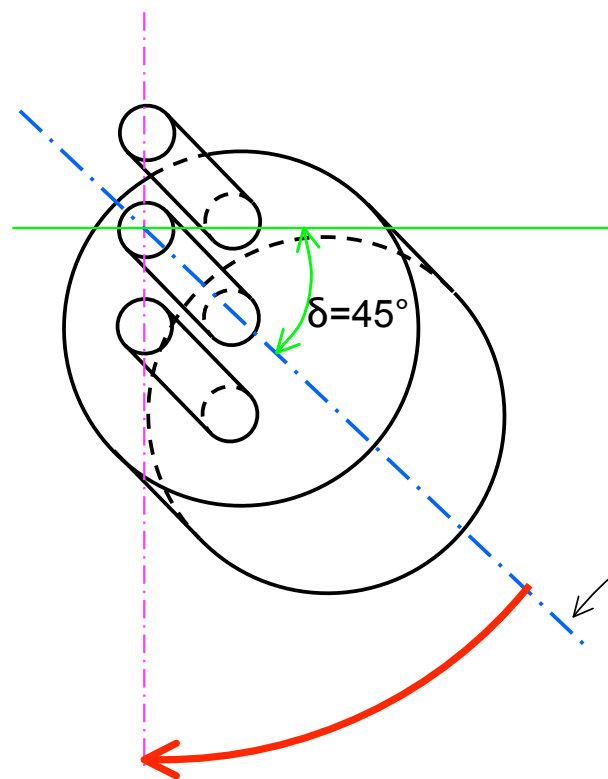


例題6-2 ミリタリ投影図を描け。ただし $\delta=45^\circ$, $\mu=1$ とする。



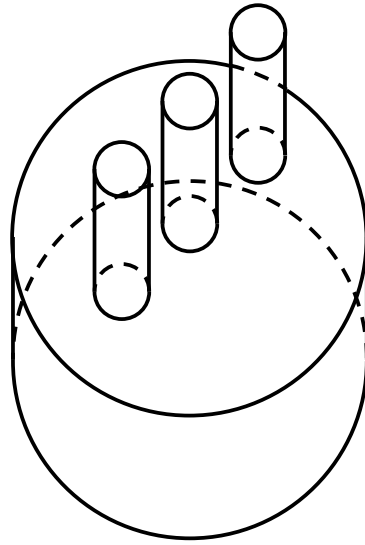
平面図の形
が保持される

奥行きは
正面図の
高さで描く

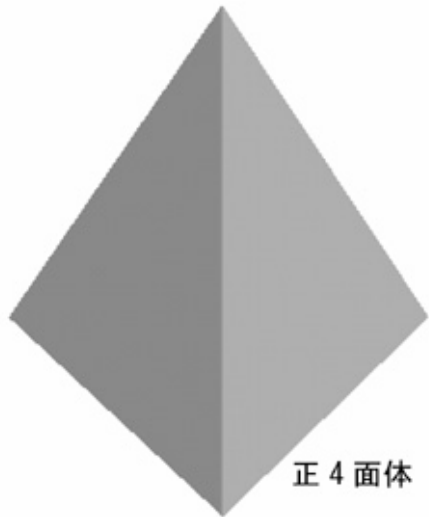


この軸が下方方向になる
ように全体を回転

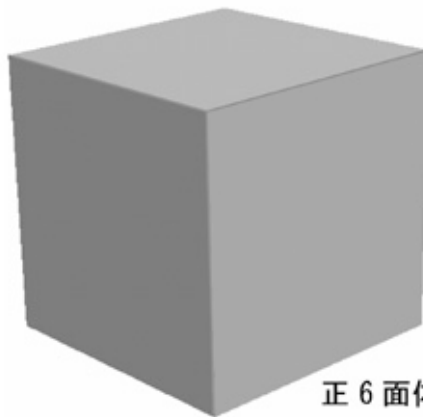
解答



正多面体はなぜ 5 種類のみ？（9.2章）



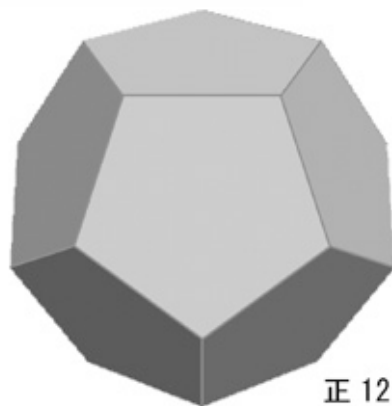
正 4 面体



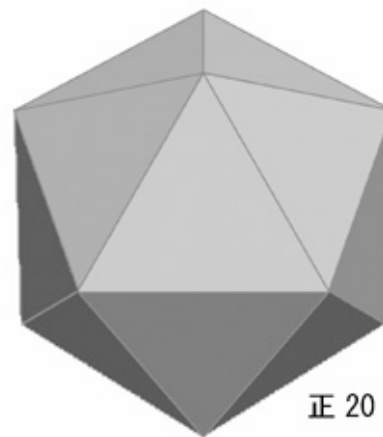
正 6 面体



正 8 面体



正 12 面体



正 20 面体

多面体に関するオイラーの公式

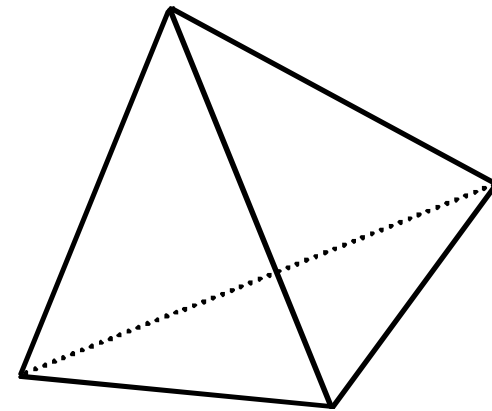
$$m_v - m_e + m_f = 2$$

ここで m_v : 節点数 v : vertex (頂点)
 m_e : 辺の数 e : edge (辺)
 m_f : 面の数 f : face (面)

たとえば四面体(三角錐)の場合, 公式が成立していることを確認できる.

$$m_v = 4, \quad m_e = 6, \quad m_f = 4$$

$$4 - 6 + 4 = 2$$



多面体に関するオイラーの公式

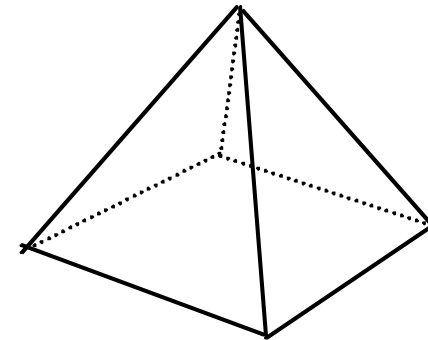
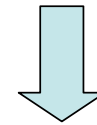
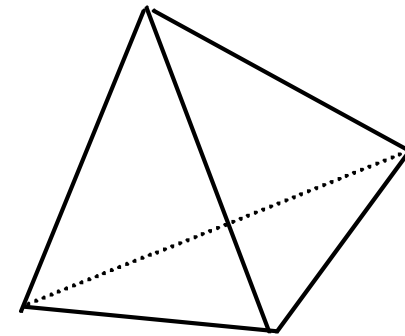
$$m_v - m_e + m_f = 2$$

三角錐の底面を4角形に変更(つまり四角錐)した場合:

オイラーの公式の各項の増分変化は次のようになり, 成立していることが確認できる.

$$\Delta m_v = 1, \quad \Delta m_e = 2, \quad \Delta m_f = 1$$

$$\Delta m_v - \Delta m_e + \Delta m_f = 0$$



5種類に限られることの証明

$$m_v - m_e + m_f = 2$$

多面体の各面が全て r 角形とすると次の関係式が成立する. ただし, n は頂点 (節点) に集まる辺の数

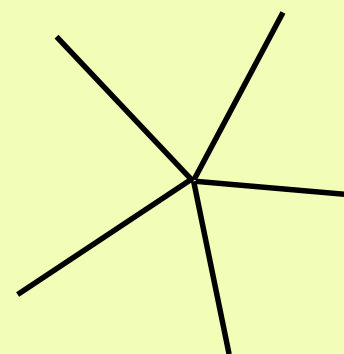
$$r \cdot m_f = 2m_e$$

$$n \cdot m_v = 2m_e$$

オイラーの公式の m_v, m_f を上式を使って消去

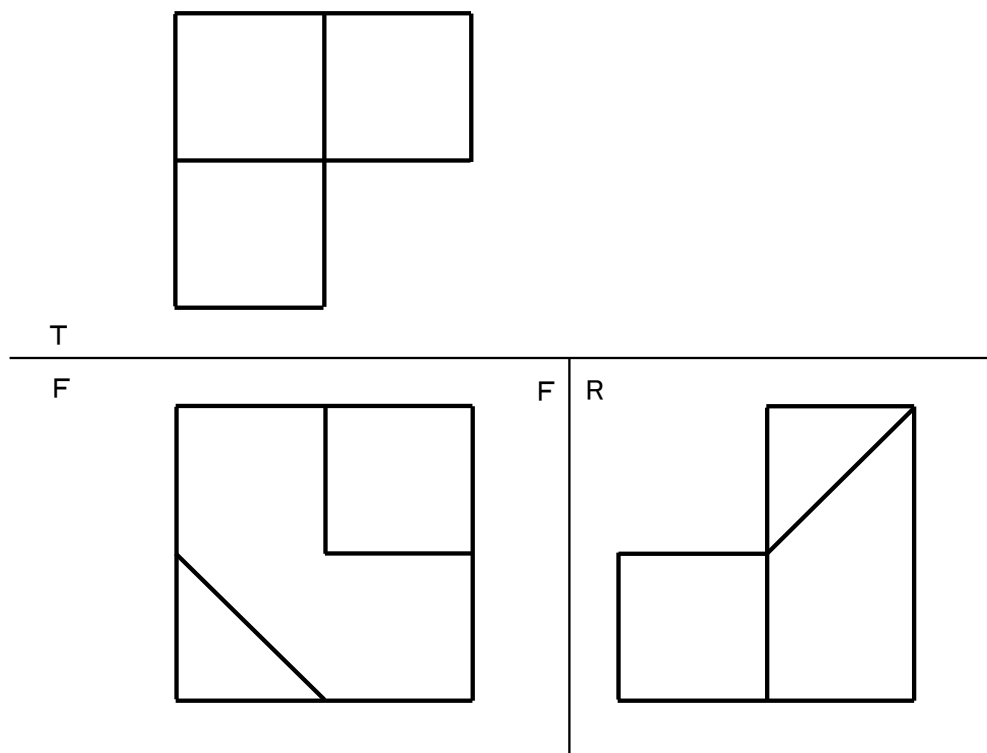
$$\frac{1}{n} - \frac{1}{2} + \frac{1}{r} = \frac{1}{m_e} \quad n, r \geq 3$$

この方程式から解が得られる.



頂点に集まる辺

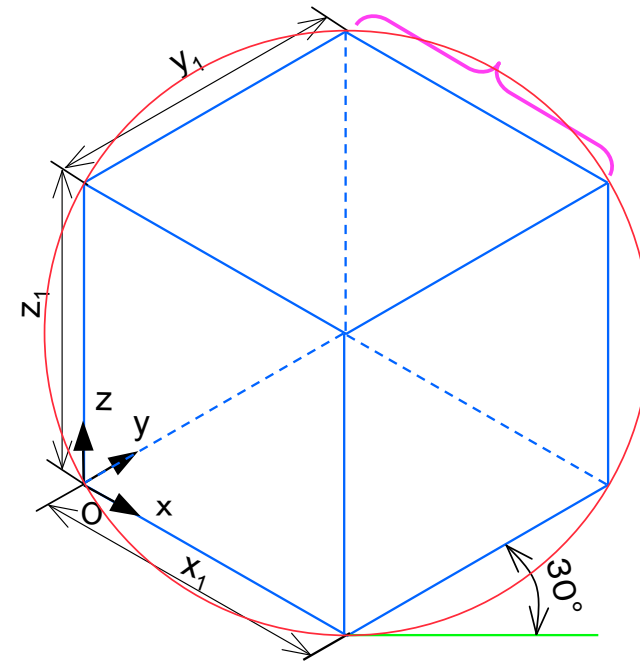
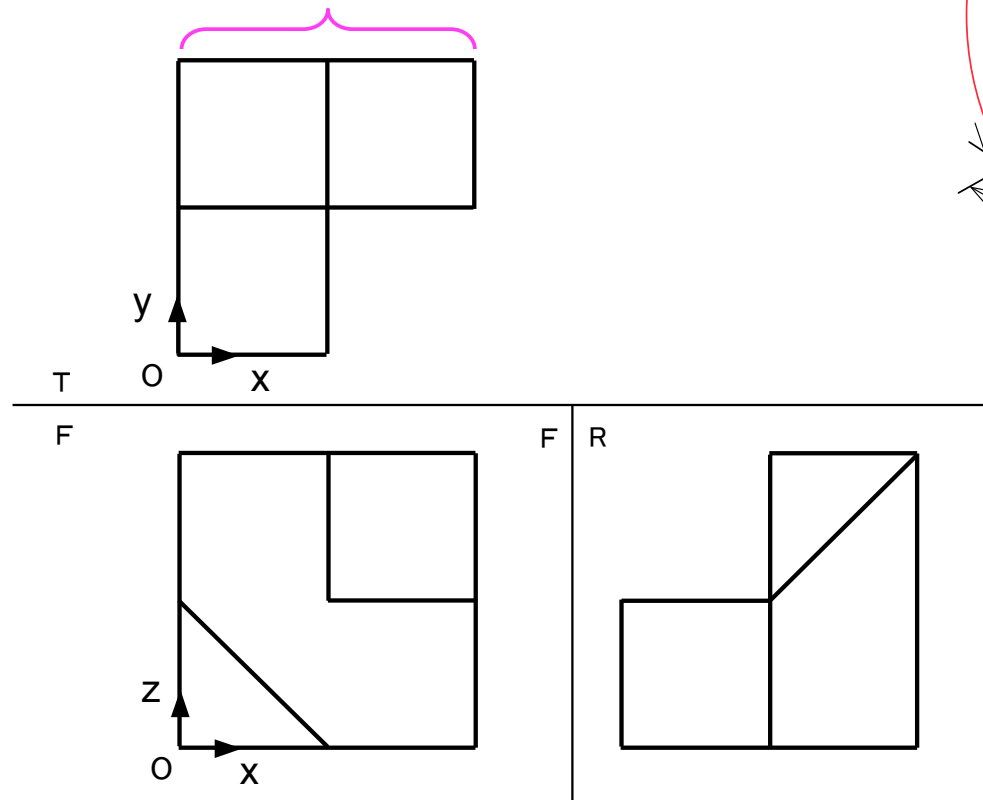
等測図を描きなさい.



ヒント:

図面の座標系を設定する.

立方体の等測図を書いてみる.



第5回講義おわり

第5回練習問題解答は、OCWに掲載.