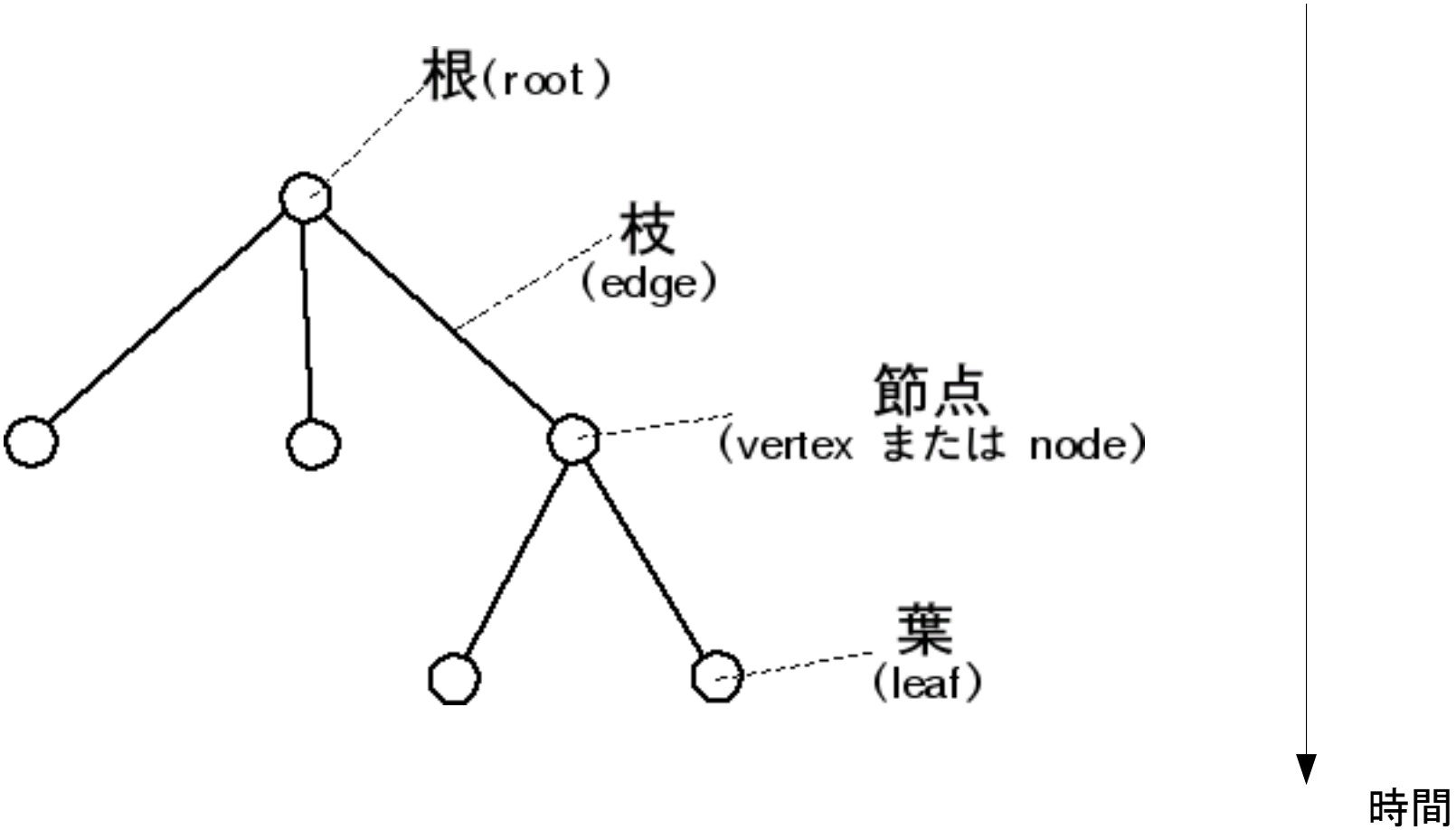
意思決定分析入門
-- 決定の木　と　情報の価値 --

合理的思考の技術 Lecture 4

小林憲正

シナリオの木

- （根つき）木構造で、その上に定義された半順序関係が、因果関係の順序を表すもの

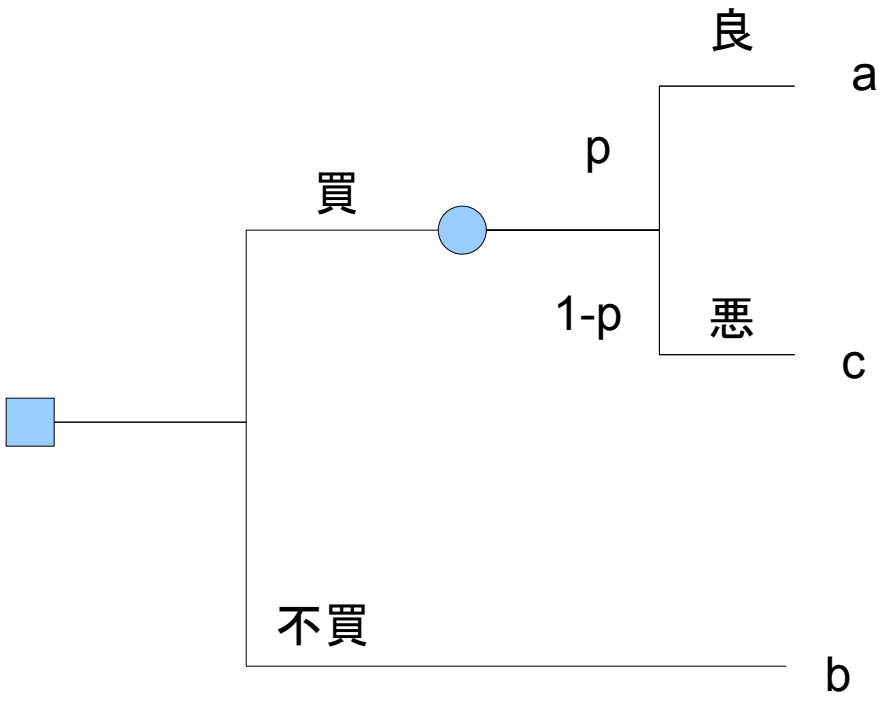


Wikipedia 木_(数学)

シナリオ上の一人意思決定の表現 -- 決定の木 Decision Tree --

- 決定ノード　decision node ○
- 不確実性ノード　chance node □
- 終端ノードには　基数効用

例）　買うか否か？



a > b > c

後ろ向き帰納法 backward induction

未来を考慮して、現在の選択肢を決めたい --> 例） 将棋の「読み」

- 終端ノードから出発
- 以下のように、直前のノードで折りたたむ:（再帰的手続き）
  - 不確実性ノードについては、期待効用を計算
  - 決定ノードについては、効用最大値で置き換え
- プロセスの終点は、根（通常の一人意思決定の木では、始点ノードは、決定ノード）

別の表現方法
Influence Diagram

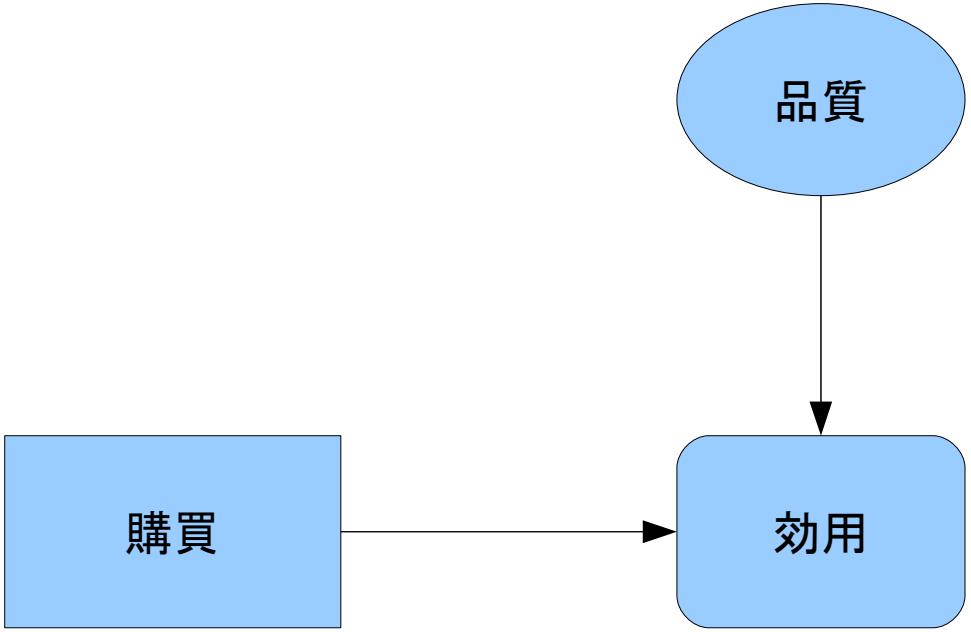
以下のノードと枝からなる Directed Acyclic Graph（＝無閉路有向グラフ）

- ノード node
  - 決定ノード
  - 不確実性ノード
  - 価値ノード（結果ノード）

（角が丸い四角）

- 枝 arc
  ノード間の関係性 dependency を示す

Influence Diagram の例



＊　購買と品質の間に矢印がないことは、両者が独立であることを示す

決定の木　と　influence diagram それぞれの特徴

決定の木

- 詳細
- 冗長になる場合がある
（例）異なる経路をたどって同じ場所についた場合

Influence Diagram

- 概要
- 経路による違いを表現しにくい

意思決定状況　と　歴史

決定の木における一つの経路 path のことを
履歴（歴史） history と呼ぶ

↓

過去を正しく反省するためには:

- 実際に起こった出来事のみを眺める　×
- 実際には選択されなかった仮想的未来 counterfactual についても考える　○

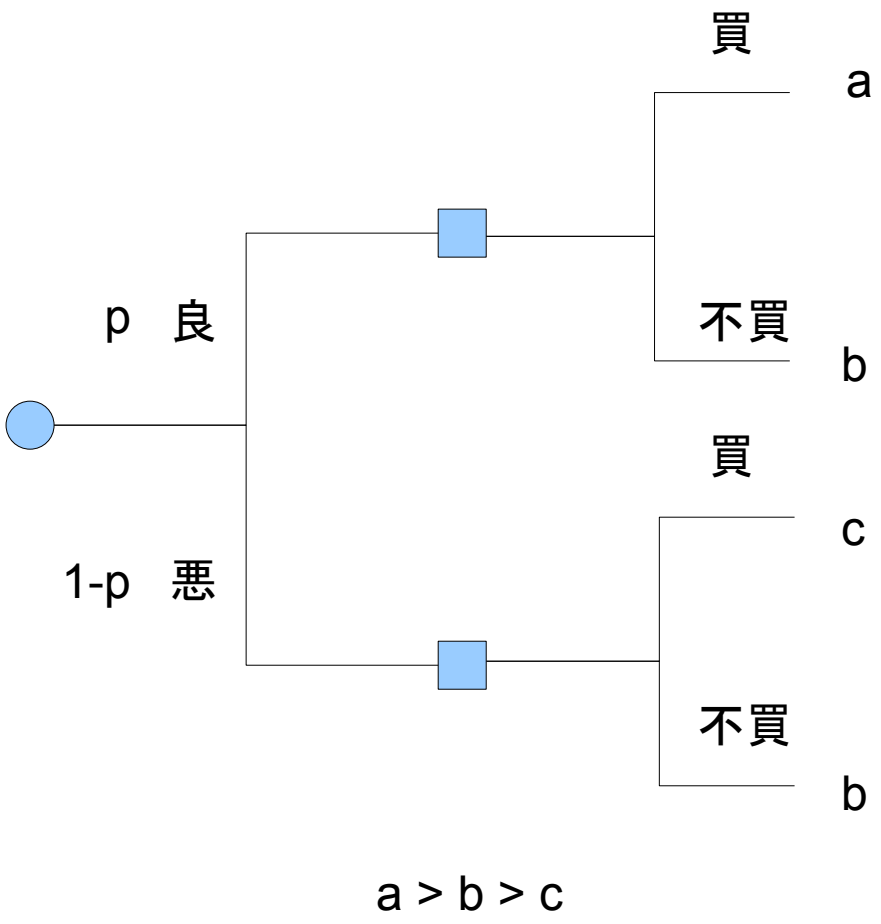
情報の価値（ 完全情報の場合）
expected value of perfect information (EVPI)

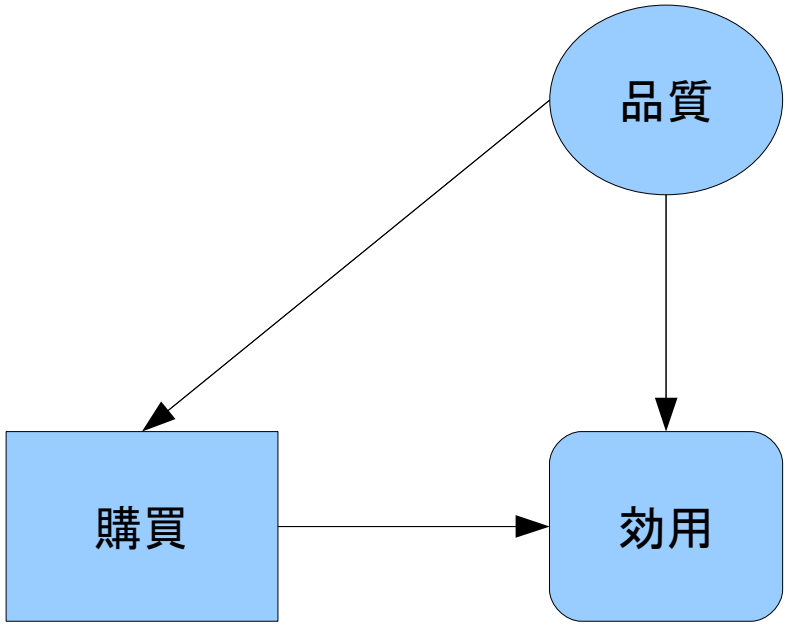
- 状態依存効用関数 $u(\omega, x)$
- EVPI $\sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) \max_{x \in X} u(\omega, x) - \max_{x \in X} \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) u(\omega, x)$

＊ max とシグマの順序に注意！

簡単に証明できるが、EVPI は常にゼロ以上

買い物の例:　情報ありの場合（情報なしの場合は既出）





情報の価値がない例 -- 支配状況

ω の値によらず、最適解が変わらない場合、
その最適解は、他の選択肢を（ 状態空間上で）パレート 支配する　という 。

例）買い物サイト のレビューが、自分の好みと独立であると 思えるとき 。
（ 先の図の例では、暗黙の前提として、情報から得られる好みと 自分の好みを同一とした。）

情報量（エントロピー）と情報の価値

情報を得る前から、どの状態が生じるかほぼ分かっているとき、情報の価値はほとんどない。

例）買い物サイトでの評価を見る前から、あらかじめ、その商品のおおむねの評判を知っているとき。p ~ 0 or 1

最適解変化の限界効用

情報を得ることによる選択の改善に伴う効用の上昇分が大きければ、
それに応じて情報の価値も一般に大きい

例）　買い物が高いものであればあるほど、一般には慎重になるべき。

事前評価　と　事後評価

- 事前評価 EVPI は、実際に起こる状態の確率評価に依存する。

$$\sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) \max_{x \in X} u(\omega, x) - \max_{x \in X} \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) u(\omega, x)$$

↓

- 事後評価は、実現した状態を所与として評価を下す。（ ＝　驚きが重要！）

$$\max_{x \in X} u(\omega^*, x) - u(\omega^*, \arg\max_{x \in X} \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) u(\omega, x))$$

ただし、ω^* を実現した状態とする。

注意 -- 運と実力を分離せよ！！！

- 例）　砂漠の空模様を深く経験している老人の知恵はたぶん正しい
- 例）　サブプライム問題が起こったときに、「たまたま」利益を出している人は、その人の言っていることには情報の価値はないかも

参考資料

- Clemen, R. T. (1996). *Making Hard Decisions – An Introduction to Decision Analysis (2nd Ed)*, Duxbury Press
- Howard, R. A. And Matheson, J. E. (2005). “Influence Diagrams”, *Decision Analysis* 2 (3), 127-143
- http://ja.wikipedia.org/wiki/木_(数学)