10.5 一般的な斜面安定問題

- 極限解析*可能な斜面安定問題は限られている（無限・鉛直斜面）
- 一般的な斜面安定問題では，汎用的な方法を使う必要あり
- 極限平衡法，剛塑性有限要素解析，…
- 極限平衡法もいろいろある．
  いろいろな滑り線（面）形状に対応した方法：

  (a) 直線

  (b) 円弧 （フェレニウス法，簡易ビショップ法，テイラーの安定図表）

  (c) 任意の形状 （フェレニウス法，簡易ビショップ法，ヤンブー法，· · ·）
- ここでは，(b) を中心に，分割法による安定解析の概要を説明

*空間的に離散化して，数値解析により解く場合を除く

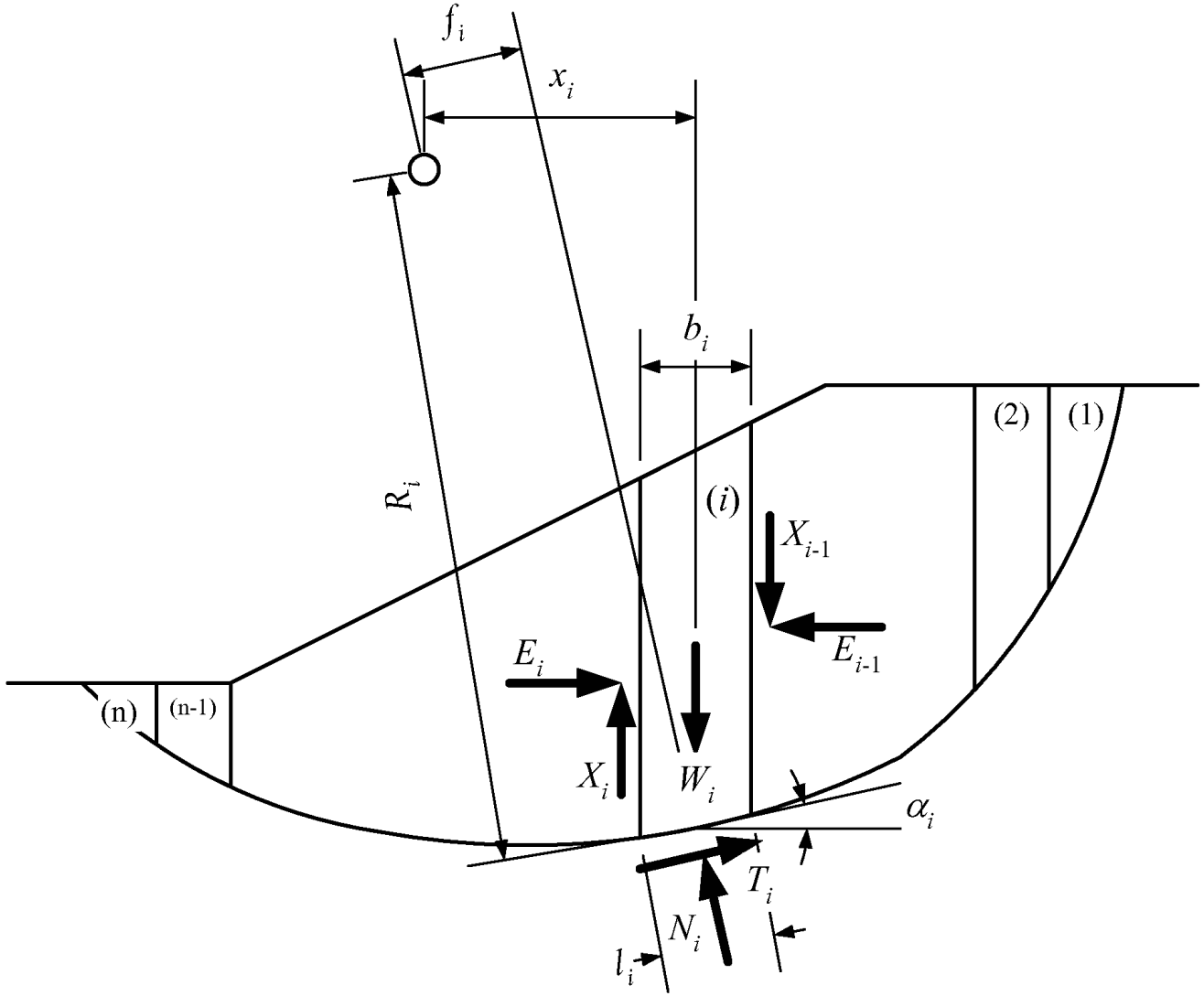
©Akihiro Takahashi 2008

10.6 分割法による安定解析

- 想定する滑り面より上の土塊を n 個に分割して，
  それぞれの小土塊のつりあい条件，破壊条件，並びに，
  静定化条件を考えて，斜面の安全率等を計算する安定計算法
- 地層構成や土構造物の形状が複雑な場合にも適用可能なため，
  実用性は高い（ただし，力学的性質は明確とは言えない）
- 次の頁に示すような，滑り面を想定し，
  このときの小土塊のつりあい条件等を考える

ⓒAkihiro Takahashi 2008

滑り面と小土塊に作用する力



ⓒAkihiro Takahashi 2008

小土塊に作用する力のつりあい

$W_i =$ 自重，E_i, $X_i =$ 側面に作用する水平・鉛直力,
T_i, $N_i =$ 底面での滑り面方向抵抗力と滑り面に直交する抗力,
$u_i =$ 底面位置での間隙水圧（与条件）とすれば,

- 底面でのせん断応力：
  $\tau_{m\,i} = \frac{T_i}{l_i} = \frac{\tau_{f\,i}}{F_s} = \{c_i + (N_i/l_i - u_i)\tan\phi_i\}/\,F_s$
- 土塊全体の任意点まわりのモーメントのつりあい：
  $-\sum_{i=1}^{n} W_i x_i + \sum_{i=1}^{n} T_i R_i + \sum_{i=1}^{n} N_i f_i = 0$
- 小土塊側面に作用する力のつりあい：
  鉛直方向：$W_i - N_i\cos\alpha_i - T_i\sin\alpha_i - X_i + X_{i-1} = 0$
  水平方向：$T_i\cos\alpha_i - N_i\sin\alpha_i + E_i - E_{i-1} = 0$

©Akihiro Takahashi 2008

変数の数と問題を静定化するための工夫

- 変数の数は，小土塊の数を n とすると，
  小土塊間の作用・反作用（内力）E_i, $X_i = 2(n-1)$ 個
  小土塊底面に作用する力（底面反力）T_i, $N_i = 2n$ 個
  安全率 $F_s = 1$ 個の合計 $4n - 1$ 個

- 式の数は，底面に発揮されるせん断応力（強度）$= n$ 個
  土塊全体のモーメントのつりあい $= 1$ 個
  小土塊側面に作用するちからのつりあい $= 2n$ 個の合計 $3n + 1$ 個
  $\rightarrow$ 条件式が $n - 2$ 個足りない不静定問題となる

- 計算を可能にするため，更なる仮定を設ける必要がある
  $\rightarrow$ フェレニウス (Fellenius) 法，ビショップ (Bishop) 法等

©Akihiro Takahashi 2008

10.7 フェレニウス (Fellenius) 法

- $E_i = E_{i-1}$, $X_i = X_{i-1}$ と仮定するため，（→ 無限斜面と同じ）
  条件式数は $(3n+1)+2(n-1) = 5n-1 > 4n-1$ (変数の数)*
- これにより N_i は簡単に，$N_i = W_i \cos\alpha_i$ と求められ，
  $T_i = \{c_i l_i + (W_i \cos\alpha_i - u_i l_i)\tan\phi_i\}/F_s$
- 土塊全体のモーメントのつりあいから，
  $F_s = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\{c_i l_i + (W_i \cos\alpha_i - u_i l_i)\tan\phi_i\}R_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i x_i - \sum_{i=1}^{n} W_i \cos\alpha_i f_i}$ と安全率を求めることができる

---

*力学的矛盾を生じる．本当は α_i が場所によって異なるため，上記仮定には無理があるものの，計算が非常に簡単になること，これにより得られる安全率は小さめの値を与えることから，実務では簡便法として用いられている

©Akihiro Takahashi 2008

円弧滑りを仮定したフェレニウス法

- 滑り面を円弧とし，モーメントのつりあいを考える点を円弧の中心と一致させれば，$R_i = R\,(\text{定数})$, $f_i = 0$, $x_i = R\sin\alpha_i$ となるため，安全率を求める式は簡単になる：

$$F_s = \sum_{i=1}^{n}\left\{c_i l_i + (W_i\cos\alpha_i - u_i l_i)\tan\phi_i\right\} \Big/ \sum_{i=1}^{n} W_i \sin\alpha_i$$

- 斜面安定解析では，滑り面の大きさ・位置等を変えて，F_s の最小値を求める

ⓒAkihiro Takahashi 2008

10.8 ビショップ (Bishop) 法

- $X_i = X_{i-1}$ と仮定 $\leftarrow$ フェレニウス法より条件は緩い
  $\rightarrow X_1 = \cdots = X_{n-1} \neq 0$ となるため,
  条件式数は $(3n+1)+(n-2) = 4n-1 = 4n-1$ (変数の数)

- これにより鉛直方向の小土塊の力のつりあいは,
  $W_i - N_i \cos\alpha_i - T_i \sin\alpha_i = 0$ になり,
  $T_i = \{c_i l_i + (N_i - u_i l_i)\tan\phi_i\} / F_s$ であることから N_i は,
  $$N_i = \left\{\frac{W_i}{\cos\alpha_i} - \frac{l_i}{F_s}(c_i - u_i \tan\phi_i)\tan\alpha_i\right\} \Big/ \left(1 + \frac{\tan\alpha_i \tan\phi_i}{F_s}\right).$$

- 土塊全体のモーメントのつりあいから，安全率を求めることができるが，ここでは式は異常に長いので省略

ⓒAkihiro Takahashi 2008

円弧滑りを仮定した簡易ビショップ法

- 滑り面を円弧とし，モーメントのつりあいを考える点を円弧の中心と一致させれば，$R_i = R\,(\text{定数})$，$f_i = 0$, $x_i = R\sin\alpha_i$ となるため，安全率を求める式は簡単になる：

$$F_s = \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i l_i + \left(\frac{W_i}{\cos\alpha_i} - u_i l_i\right)\tan\phi_i}{1 + \frac{\tan\alpha_i \tan\phi_i}{F_s}} \Bigg/ \sum_{i=1}^{n} W_i \sin\alpha_i$$

- 左右辺に F_s が入っているため，一つの円弧に対しても，F_s を求めるために，繰返し計算が必要となる
- $\phi_i = 0$ なら，フェレニウス法と式はまったく同じになる
- 斜面安定解析では，滑り面の大きさ・位置等を変えて，F_s の最小値を求める

ⓒAkihiro Takahashi 2008

10.9　安定計算図表

- これまでに紹介した安定計算法は，簡単ではあるが
手で計算すると非常に時間がかかる
- 今は計算機で簡単に最適解を求めることができるが，
昔は大変だった
- 限られた条件ではあるが，解析結果を無次元量で表して
図表として整理し，殆ど計算することなく，安定性の確認
（安全率の計算）を可能にするものを，安定計算図表という
- 今でも，おおよその値・感覚をつかむための便利なツール

ⓒAkihiro Takahashi 2008

10.10 テイラー (Taylor) の安定図表

- 摩擦円法という解析法で求めた均一土質斜面の安定図表
- 斜面角 β，せん断抵抗角 ϕ 若しくは基盤面の深さ ($\phi = 0$ 時) が与えられれば，斜面の安定係数 $N_s = \frac{\rho g H}{c}$ が求まる
- $\phi = 0$ のときは，深い滑りが発生しやすい
  $\rightarrow$ 基盤面の深さを考慮することができるようになっている
- $\phi = 0$ 時は，繰返し計算をすることなく安全率を求めることが可能
- $\phi \neq 0$ 時は，粘着力に対する安全率を $F_c = \frac{c}{c_{\text{mob}}}$，
  せん断抵抗角に対する安全率を $F_\phi = \frac{\tan\phi}{\tan\phi_{\text{mob}}}$ とすれば，
  安全率を求めるために，$F_c = F_\phi$ となるまで繰返し計算が必要

ⓒAkihiro Takahashi 2008

テイラーの安定図表

（中瀬明男ら (1981): 斜面および盛土のための安定図表, 技報堂出版, p9 の図 2.1 や p28 の図 4.1 等を参照）

ⓒAkihiro Takahashi 2008

10.11　演習 5 − 無限斜面の安定性

- ある岩盤上に崩積土が堆積していた.
  崩積土表面と岩盤は並行で無限斜面と見なせ，斜面勾配は 4H:1V,
  崩積土の厚さは 4m であった.
  このとき以下の場合の安全率を求めよ．ただし,
  - 崩積土のせん断抵抗角 $\phi' = 26.6°$,
  - 崩積土の飽和単位体積重量は 20kN/m^3,
  - 水の単位体積重量は 10kN/m^3 としてよい

(a) 地下水位が岩盤面以下にあるとき

(b) 地下水位が地表面にあるとき（浸透流は地表面に平行）

(c) 斜面が水没しているとき（浸透流はないものと考える）

ⓒAkihiro Takahashi 2008

10.12 演習 6 − テイラーの安定図表

- テイラーの安定図表を用いて，以下を求めよ.

(a) 高さ $H = 10$m, 斜面角$\beta = 35°$, 飽和単位体積重量$\rho g = 14$kN/m^3, $c = 35$kPa, $\phi = 0°$ で，斜面先より 2m の深さに水平な基盤面がある時の斜面の安全率

(b) 上記と同じ条件（当然，斜面高さを除く）で，安全率が 1.2 を満足する斜面の高さ

(c) 高さ $H = 10$m, 斜面角$\beta = 45°$, 飽和単位体積重量$\rho g = 20$kN/m^3, $c = 20$kPa, $\phi = 20°$ の斜面の安全率

ⓒAkihiro Takahashi 2008

演習（レポート）提出期限

- 次回の講義がはじまるまで（7/14（月）15:00）
- その後は受け取りません（そのとき解答例を配るため）

ⓒAkihiro Takahashi 2008