4　抗土圧構造物の設計－１ (土圧)

4.1　土圧とは

- 抗土圧構造物: 土が崩壊しないよう設置する構造物
  このような構造物の設計において考慮する土圧とは？
  - 構造物に荷重として作用する土圧
  - 作用に対する抵抗力としての土圧（地盤反力）
- いずれの土圧も地盤と構造物の相互作用の結果発生するもの
- 設計に利用される土圧理論は，土が弾性体である，若しくは，
  剛塑性的な振る舞いをするものであると仮定した上で，
  理想的（仮想的）な境界条件下での土圧を求めるもの

ⓒAkihiro Takahashi 2008

4.2 主働・静止・受働土圧

主働土圧: 壁が前面側（土がない側）に動くときに
壁面に作用する極限土圧 （極限に達するまでに必要な壁の変位は小さい）

静止土圧: 壁の変位が 0 の時の土圧

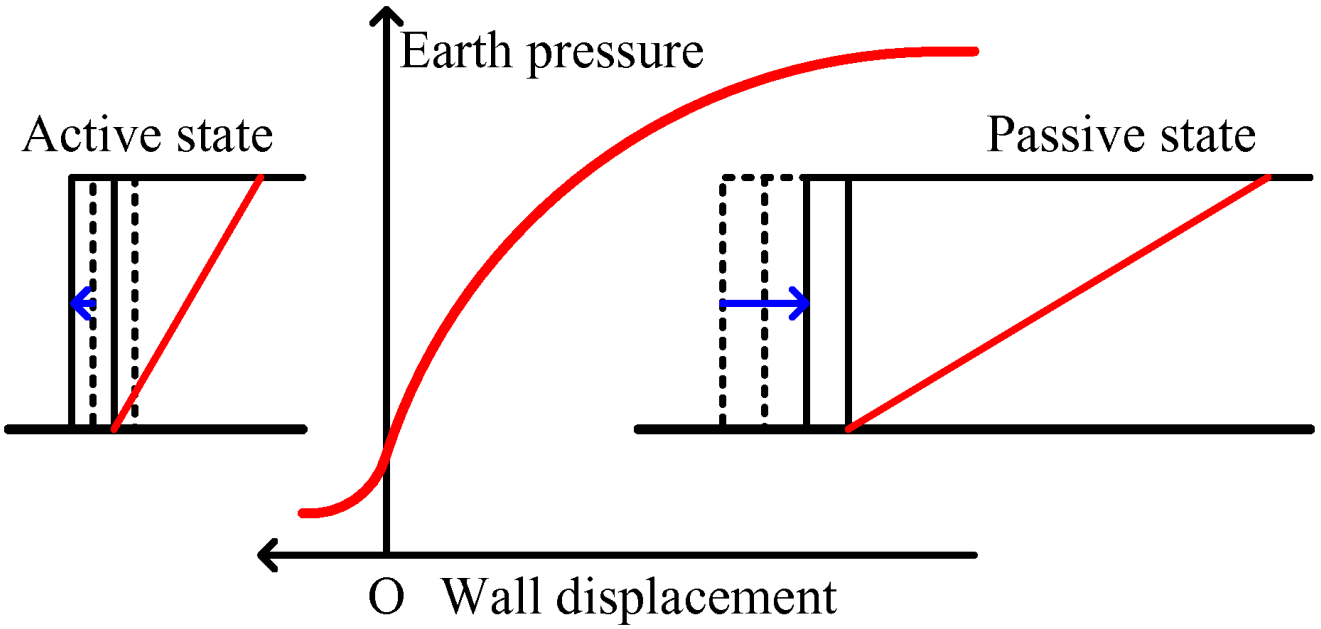
受働土圧: 壁が背面側（土を押す方向）に押されるときに
壁面に作用する極限土圧 （極限に達するまでに必要な壁の変位は大きい）

・ 各土圧をその点での鉛直有効応力で除した値を土圧係数という
（ただし，$c = 0$ の時）

K_a: 主働土圧係数　K_0: 静止土圧係数　K_p: 受働土圧係数

©Akihiro Takahashi 2008

主働状態と受働状態



静止土圧係数, K_0

正規圧密状態（締固められていない自然堆積砂も含む）では,
Jaky（ヤーキー）の式がほぼ成立すると言われている：

$$K_0 = 1 - \sin\phi' \qquad \sigma'_h = K_0\sigma'_v = K_0\rho' gz$$

©Akihiro Takahashi 2008

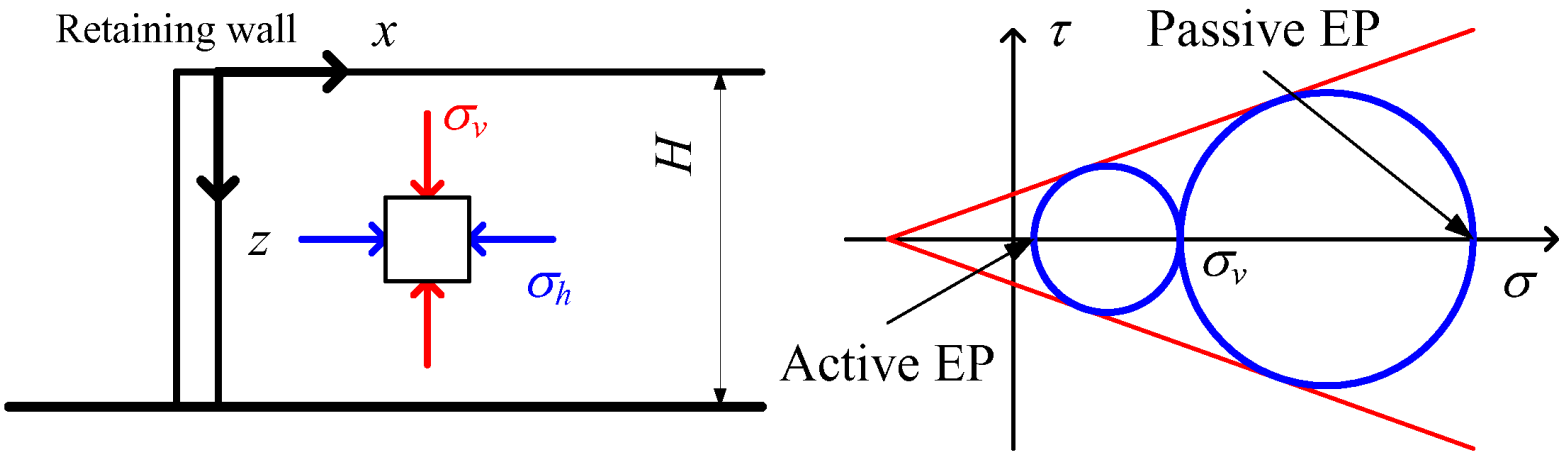
4.3 Rankine 土圧と Coulomb 土圧

- 実務設計でよく用いられる土圧理論には，
  Rankine（ランキン）土圧と Coulomb（クーロン）土圧がある
- Rankine 土圧は，極限解析の下界値の例で示したものと同じ
  （下界値を与え，主働では大きめの値を，受働では小さめの値を与える）
- Coulomb 土圧は，極限解析の上界値の例で示したものと同じ
  （上界値を与え，主働では小さめの値を，受働では大きめの値を与える）

ⓒAkihiro Takahashi 2008

4.4 Rankine 土圧

- 一様な応力場における，ある鉛直な検査面に作用する土圧に相当
- 地表面が水平な場合，鉛直な検査面は主応力面であることから，壁面に摩擦がない場合にのみ適用可能



ⓒAkihiro Takahashi 2008

Rankine 土圧－1

ある深さ z での主働土圧 σ_{ha}：

$$\sigma_{ha} = \frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi}\rho g z - 2c\frac{\cos\phi}{1+\sin\phi}$$

$$= \tan^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)\rho g z - 2c\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right) = K_a\rho g z - 2c\sqrt{K_a}$$

同様に，受働土圧 σ_{hp}：

$$\sigma_{hp} = \tan^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)\rho g z + 2c\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right) = K_p\rho g z + 2c\sqrt{K_p}$$

ここで，下記のような関係等を使用：

$$\frac{\cos\phi}{1+\sin\phi} = \frac{\cos^2\frac{\phi}{2}-\sin^2\frac{\phi}{2}}{\left(\cos\frac{\phi}{2}+\sin\frac{\phi}{2}\right)^2} = \frac{\cos\frac{\phi}{2}-\sin\frac{\phi}{2}}{\cos\frac{\phi}{2}+\sin\frac{\phi}{2}} = \frac{1-\tan\frac{\phi}{2}}{1+\tan\frac{\phi}{2}} = \frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\phi}{2}}{1+\tan\frac{\pi}{4}\tan\frac{\phi}{2}} = \tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)$$

ⓒAkihiro Takahashi 2008

Rankine 土圧－2

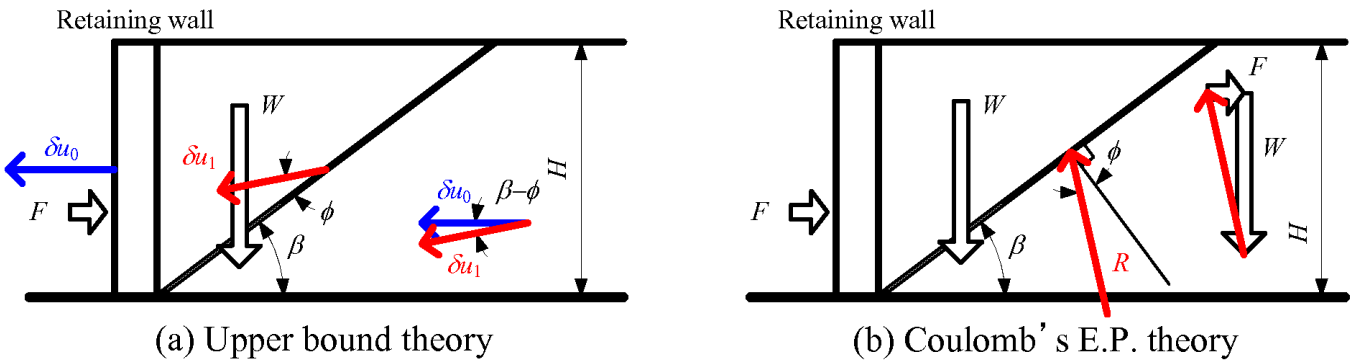
- 主働破壊時モール円の極は 点 $(\sigma_{ha}, 0)$，受働は 点 $(\sigma_{hp}, 0)$ なので，最大せん断応力面（すべり面に相当）は，それぞれ，水平から，$\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)$，$\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)$ の角度をなす面となる
- 主働土圧係数 K_a と受働土圧係数 K_p の関係：
$K_a = \tan^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right) = \frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi} = \frac{1}{\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}} = \frac{1}{\tan^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)} = \frac{1}{K_p}$
- $c = 0,\ \phi = 30^\circ$ とすると，主働・静止・受働土圧係数は，$K_a = \frac{1}{3},\ K_0 = 0.5,\ K_p = 3$ となり，状態によって大きく変化することが分かる

ⓒAkihiro Takahashi 2008

4.5 Coulomb 土圧

- Coulomb の土圧理論は，土くさび論とも呼ばれ，
  壁背面の土塊が直線すべり面に沿って滑る崩壊を考え，
  各作用力のつり合いから土圧を求める理論（極限平衡法）である
- 想定する破壊メカニズムが，許容速度場の条件を満足しているとき，その値は上界法で得られたものと同じになる
- 下は上界法と Coulomb 土圧理論の比較

（$c = 0$ の地盤から滑な壁面に作用する主働土圧を計算する場合）



(a) Upper bound theory　　(b) Coulomb's E.P. theory

©Akihiro Takahashi 2008

Coulomb 土圧－1

作用する力のつり合いから，主働土圧の合力 P_a（$c=0$ の場合）：

$$P_a = W\tan(\beta-\phi) = \frac{1}{2}\rho g H^2 \frac{\tan(\beta-\phi)}{\tan\beta} = \frac{1}{2}K_a\rho g H^2$$

これが最小となるのは，$\frac{\partial P_a}{\partial\beta} = \frac{\cos(2\beta-\phi)\sin\phi}{\sin^2\beta\cos^2(\beta-\phi)} = 0$ の時で，$\beta = \frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}$

また，$\frac{\tan(\beta-\phi)}{\tan\beta} = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)} = \frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi}$ なので，$K_a = \tan^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)$

同様に，受働土圧の合力 P_p（$c=0$ の場合）：

$$P_p = \frac{1}{2}K_p\rho g H^2,\quad K_p = \tan^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)$$

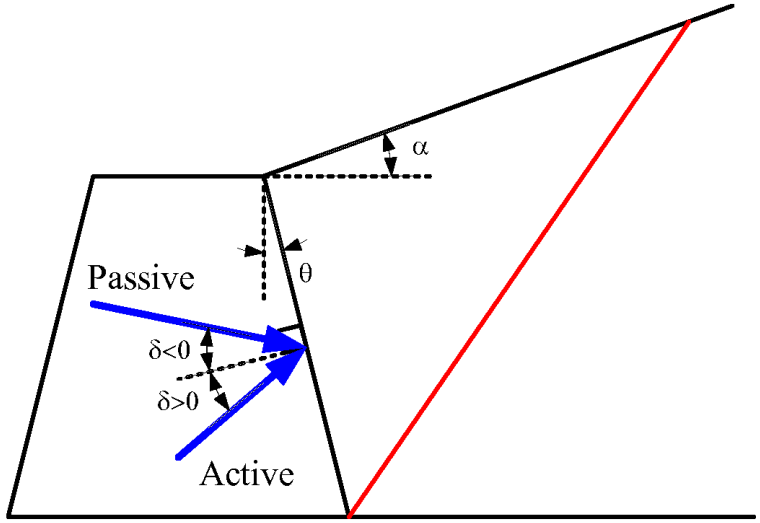
- この理論では，壁面と土の間に摩擦があったり，
  地表面形状が多少複雑でも対応可能（実は上界法も同様）

©Akihiro Takahashi 2008

Coulomb 土圧－2

壁面と土の間に摩擦があり，地表面が傾斜している場合の土圧係数：

$$\left.\begin{array}{l} K_a \\ K_p \end{array}\right\} = \frac{\cos^2(\phi \mp \theta)}{\cos^2\theta\cos(\theta+\delta)\left\{1 \pm \sqrt{\frac{\sin(\phi\pm\delta)\sin(\phi\mp\alpha)}{\cos(\theta+\delta)\cos(\theta-\alpha)}}\right\}^2}$$



例えば，$\theta = \alpha = 0, \phi = 30°, \delta = 20°$ なら，

$K_a = 0.297, K_p = 6.11$ となる

→ 壁面と土の間に摩擦がある場合，受働土圧はかなり過大評価となるので要注意（すべり線を直線と仮定しているため）

ⓒAkihiro Takahashi 2008