バイオメカニクス特論（第5回）

次元解析

物理現象を支配している物理量同士の関係を把握する方法．物理現象を支配している物理量がわかれば方程式を立てなくても関係式を求めることができる（物理量の選定が適切でないと正しい解は得られない）．

次元解析の方法：

・ロード・レイリー法

・バッキンガムのπ定理による方法

ロード・レイリー法

注目している物理現象で必要と思われる物理量を選定し，無次元の実験係数を仮定してべき式による関数関係式を作る．次に両辺における基本量の指数を等しくおいて各物理量の指数を求めれば，所望の関係式が得られる．

例１：振り子の周期
例２：原子爆弾の衝撃波

原子爆弾の衝撃波

球状衝撃波の時間的拡大が観察される.

衝撃波の拡大:2.5乗則

理論解は偏微分方程式より導出された.
（Taylor 1950）

2.5乗則は次元解析でも導出できることで有用性が示された.

バッキンガムのπ定理による方法

　ロード・レイリー法では，物理量の数が多いと関数式の指数が決まらないことがある（たとえ重要な因子であっても関係式に反映させることができない）.

　指数を決定するという観点でなく，物理現象を支配する無次元量（あるいは無次元数）を見つけるという観点で次元解析する方法がバッキンガムのπ定理である．バッキンガムのπ定理を用いると物理現象を表現する無次元量をくまなく求めることができる．この定理の適用も物理量が正しく挙げられていることが大前提である.

バッキンガムのπ定理

注目する物理現象がn個の物理量$q_1, q_2, q_3, \ldots q_n$を使って

$$f(q_1, q_2, q_3, \ldots q_n)=0$$

と記述されるとする．この物理現象は質量M，長さL，時間Tのような基本的次元の数がm個であるとき，互いに独立したn-m 個の無次元量$\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_{n-m}$を変数として

$$\phi(\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_{n-m})=0$$

の形で置き換えることができる.

πパラメータを作る手順

ステップ１：
基本的変数と考えられる物理量を$q_1, q_2, q_3, \ldots q_n$からｍ個選ぶ.

ステップ２：
べき乗式のπパラメータを$n-m$ 個作る．べき乗式には選定したｍ個の物理量を常に入れ，残りの物理量を一つ加えた形にする.

ステップ３：
各πパラメータの指数を求める.

πパラメータの性質

- πパラメータを作る手順以外の方法で求めた無次元量もπパラメータの一つにできる.
- 二つの物理量が同一の次元をもっていれば，その比がπパラメータの一つとなる.
- πパラメータは，任意の指数乗にしてもよい.
- 任意のπパラメータに無次元の係数を乗じてもよい.
- 任意のπパラメータは，他のπパラメータの関数としても表わせる.

※無次元量が得られても現象が把握できるわけではない.
無次元量を結びつける関数の考察が必要である.