

第11回

ビット誤り率(2)・光増幅器

2007年7月2日(月)

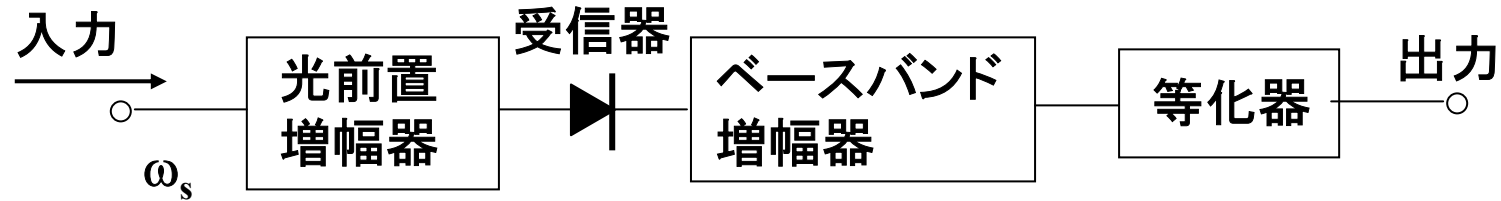
資料中、著作権にかかわる資料は意図的に
削除しておりますことをご承知置きください。

参考文献は明記しておりますのでご参照ください。

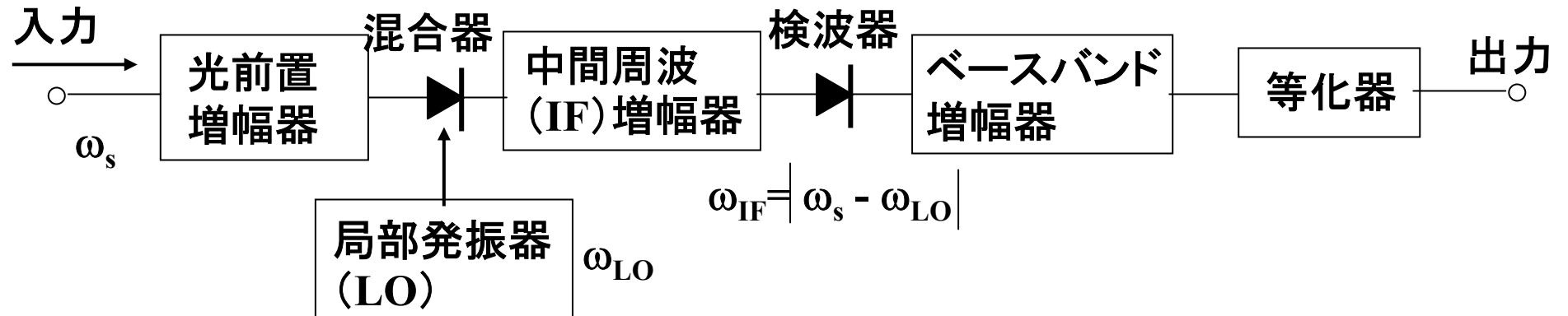
コヒーレント検波方式のBER

受信系の基本構成(1)

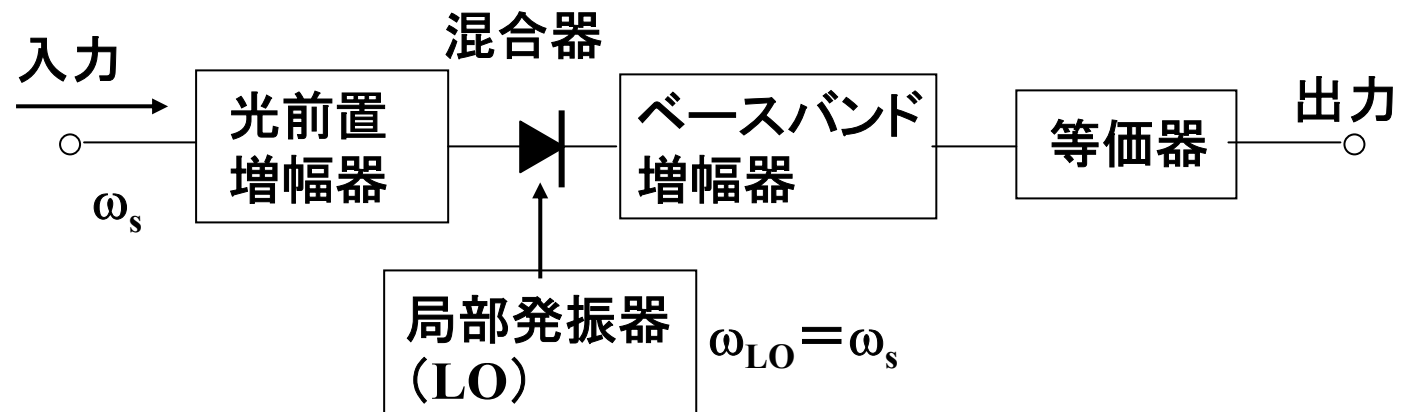
① 直接検波(IM-DD方式)



② ヘテロダイン検波



③ ホモダイン検波



コヒーレント検波のBER特性(1)

IM-DD

中間周波数の受信器帯域を信号帯域の
2倍と仮定

本章4ページ目より、

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1^2 = \sigma_{i_s}^2 + \sigma_{i_d}^2 + \sigma_{i_{th}}^2 = 2e \cdot e\eta i \left(\frac{P_s}{\hbar\omega} \right) B + 2e i_d B + \frac{4kTB}{R_L} \\ \sigma_0^2 = \sigma_{i_d}^2 + \sigma_{i_{th}}^2 \\ S_D = e\eta i \left(\frac{P_s}{\hbar\omega} \right) \end{array} \right. \quad (6.10)$$

$2 \cdot \frac{B}{2}$

コヒーレント検波

コヒーレント検波では局部発振光のショット雑音を加算される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{H_1}^2 = \sigma_{i_s}^2 + \sigma_{i_d}^2 + \sigma_{i_{th}}^2 + \sigma_{i_{LO}}^2 \cong \sigma_{i_{th}}^2 + \sigma_{i_{LO}}^2 \\ \sigma_{H_0}^2 = \sigma_{i_d}^2 + \sigma_{i_{th}}^2 + \sigma_{i_{LO}}^2 \cong \sigma_{i_{th}}^2 + \sigma_{i_{LO}}^2 \\ \sigma_{i_{LO}}^2 = 2e \cdot e\eta i \left(\frac{P_{LO}}{\hbar\omega} \right) B \end{array} \right. \quad (6.11)$$

ヘテロダイン検波方式の中間周波電流 S_H を導出する。

$$\begin{cases} E_s(t) = \sqrt{2P_s} \cos \omega_s t \\ E_{LO}(t) = \sqrt{2P_{LO}} \cos \omega_{LO} t \end{cases}$$

とすると、

$$P_{tot}(t) = [E_s(t) + E_{LO}(t)]^{ms}$$

$$i(t) = e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) P_{tot}(t) = e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) [\sqrt{2P_s} \cos \omega_s t + \sqrt{2P_{LO}} \cos \omega_{LO} t]^{ms}$$

$$= e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) [\text{Re} \{ \sqrt{2P_s} \exp(j\omega_s t) + \sqrt{2P_{LO}} \exp(j\omega_{LO} t) \}]^{ms}$$

$$= e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) [\text{Re} \{ \exp j\omega_{LO} t \} \{ \sqrt{2P_s} \exp(j(\omega_s - \omega_{LO})t) + \sqrt{2P_{LO}} \}]^{ms}$$

$$= e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} \right) \left| \sqrt{2P_s} \exp j\omega_{IF} t + \sqrt{2P_{LO}} \right|^2 \quad (\omega_{IF} = \omega_s - \omega_{LO})$$

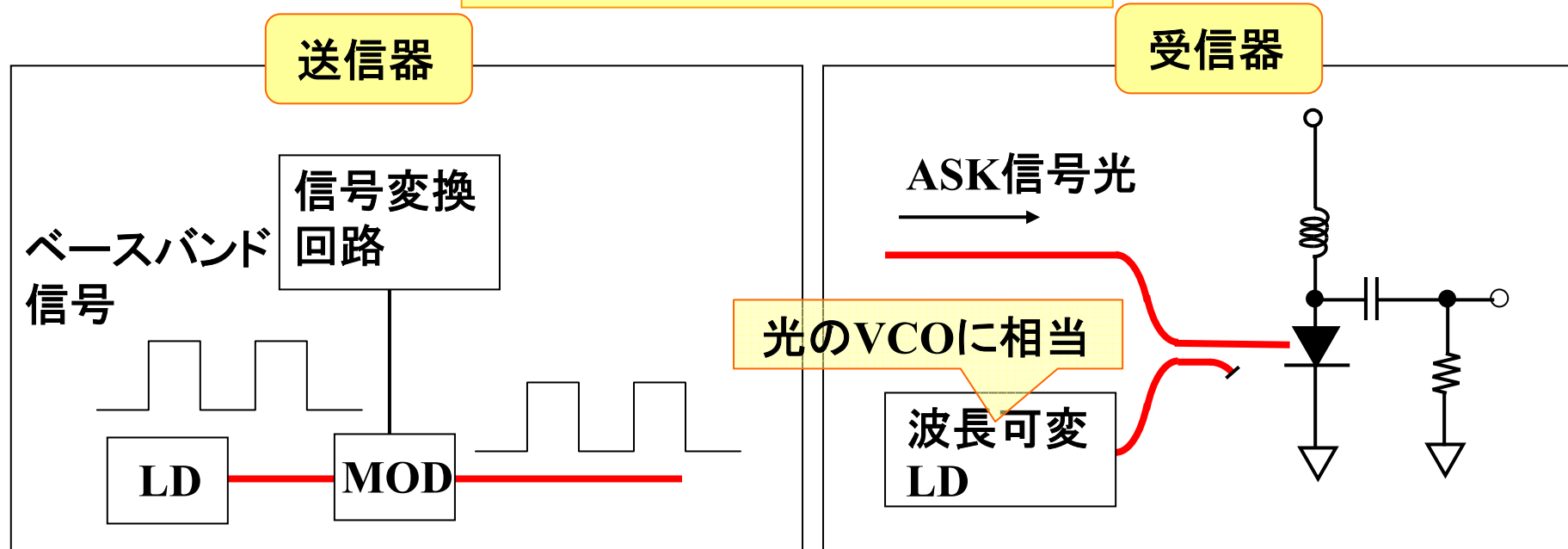
$$= e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) [P_s + P_{LO} + 2\sqrt{P_s P_{LO}} \cos \omega_{IF} t] \quad (6.12)$$

$$S_H = 2\left(\frac{e\eta_i}{\hbar\omega}\right)\sqrt{P_s P_{LO}} \quad (6.13)$$

$$\therefore SNR = \frac{[S_H]^2}{\sigma_H^2} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)S_H^2}{\left(\frac{\sigma_{H_1} + \sigma_{H_0}}{2}\right)^2} \quad (6.14)$$

ASKのBER(1)

ASKヘテロダイン同期検波方式



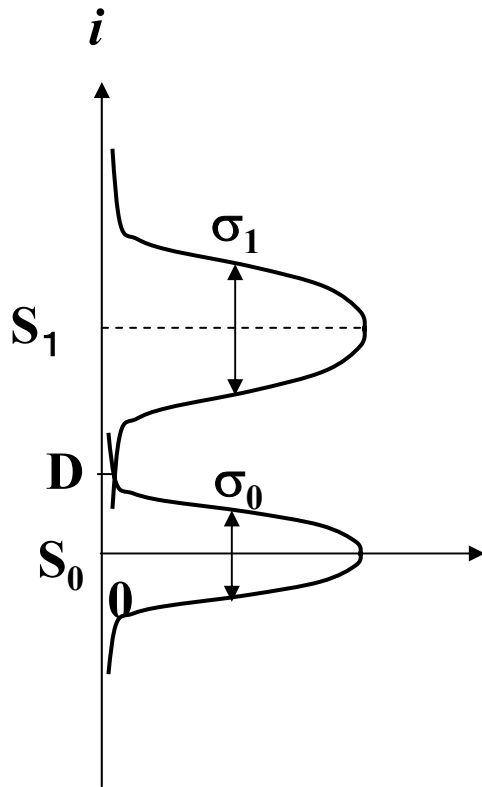
本章式(6.1)、(6.2)になぞらえて、

$$\begin{aligned}
 BER &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{S_H - D_{opt}}{\sqrt{2}\sigma_H} \right) \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{D_{opt}}{\sqrt{2}\sigma_H} \right) \right] \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{S_H}{2\sqrt{2}\sigma_H} \right) \quad (D_{opt} = S_H/2 : \text{最適閾値レベル}, \sigma_H = \sigma_{H1} = \sigma_{H0}) \\
 &\quad (6.15)
 \end{aligned}$$

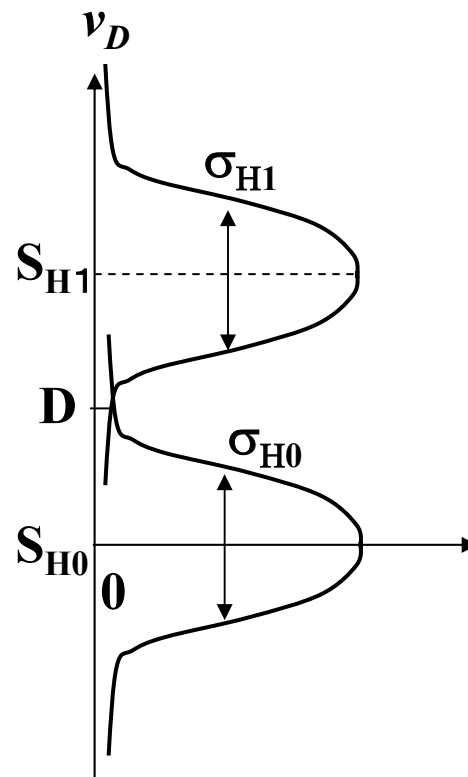
ASKのBER (2)

ASKヘテロダイン包絡線検波方式

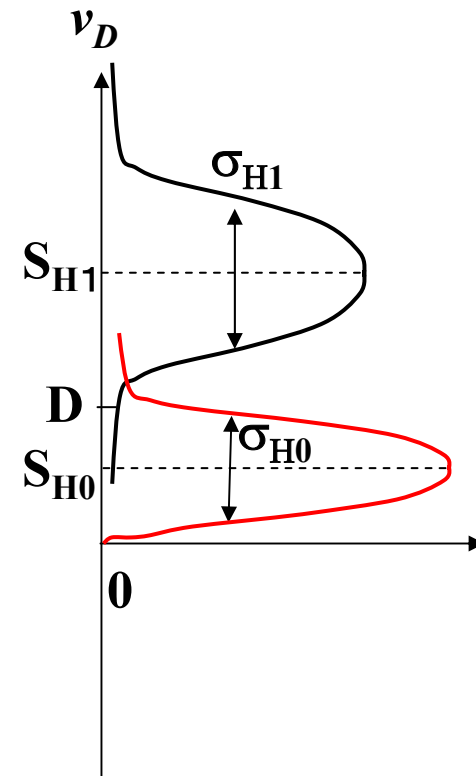
IM-DD方式



ASKヘテロダイン
同期検波方式



ASKヘテロダイン
包絡線検波方式



ASKのBER (3)

ASKヘテロダイン包絡線検波方式

包絡線検波方式の出力の確立密度関数はライス分布に従う
(I_0 は0次の第1種変形ベッセル関数)。

$$BER = \frac{1}{2} \left[1 - \int_D^\infty \frac{\eta}{\sigma_{H1}^2} I_0 \left(\frac{S_H \eta}{\sigma_{H1}^2} \right) \exp \left(-\frac{\eta^2 + S_H^2}{2\sigma_{H1}^2} \right) d\eta \right] \\ + \frac{1}{2} \left[\int_D^\infty \frac{r_0}{\sigma_{H0}^2} \exp \left(-\frac{r_0^2}{2\sigma_{H0}^2} \right) dr_0 \right]$$

ただし、 x_1, x_0, y_1, y_0 はそれぞれマーク時、スペース時の両直交雑音成分であり、添字1, 0はそれぞれマーク、スペースを表す。

$$\eta_1 = \sqrt{(x_1 + S_H)^2 + y_1^2}$$

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

$$\overline{x_1^2} = \overline{y_1^2} = \sigma_{H1}^2$$

$$\overline{x_0^2} = \overline{y_0^2} = \sigma_{H0}^2$$

ASKのBER(4)

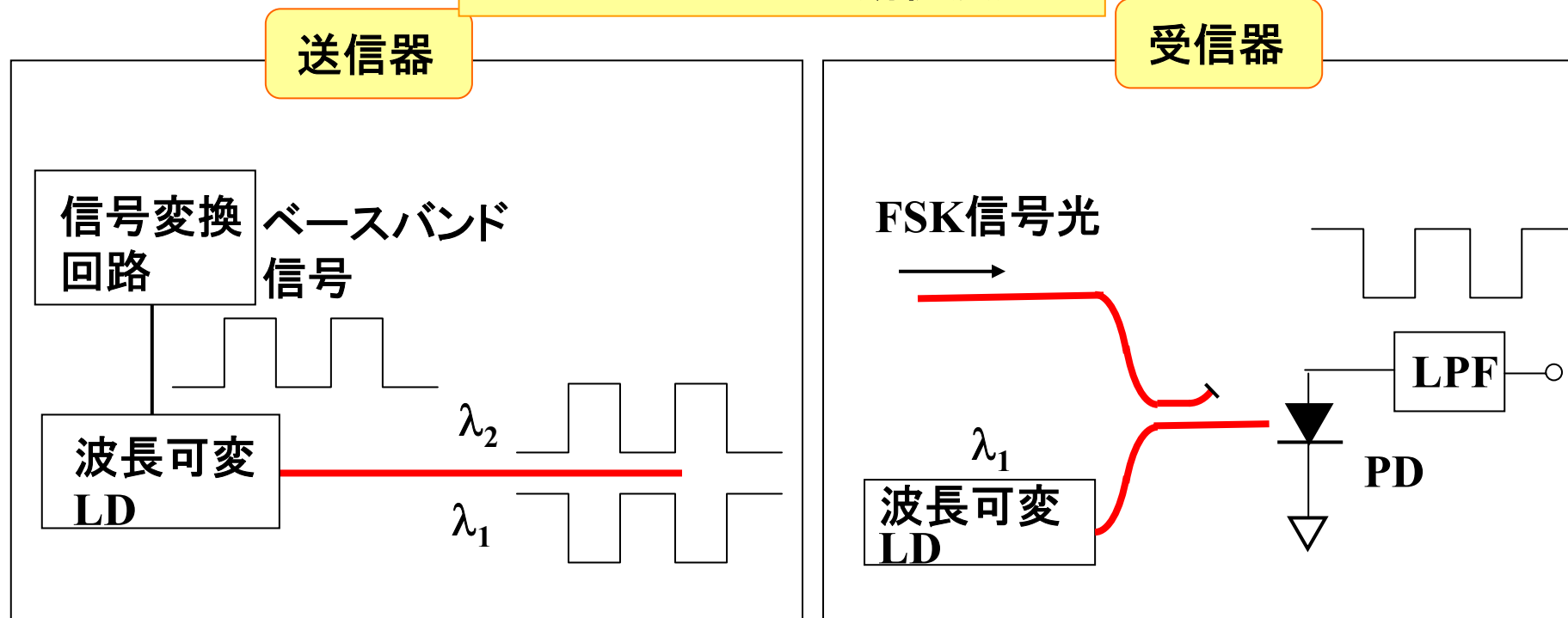
ASKヘテロダイン包絡線検波方式

以下の変形は参考書(『コヒーレント光通信工学』(大越, 菊池著, オーム社))に任せるが、BERは以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} BER &= \frac{1}{4} \operatorname{erfc}\left(\frac{S_H}{2\sqrt{2}\sigma_H}\right) + \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{S_H^2}{8\sigma_H^2}\right) \\ &\cong \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{S_H^2}{8\sigma_H^2}\right) \end{aligned}$$

FSKのBER(1)

FSKヘテロダイン同期検波方式



受信器1の出力 v_1 の確率密度関数は、

$$p(v_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{H1}} \exp\left(-\frac{(S_H - v_1)^2}{2\sigma_{H1}^2}\right)$$

受信器2の出力 v_2 の確率密度関数は、

$$p(v_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{H0}} \exp\left(-\frac{v_2^2}{2\sigma_{H0}^2}\right)$$

$$BER = \Pr ob(v_1 - v_2 < 0)$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{S_H}{2\sigma_H}\right) \quad (6.16)$$

FSKのBER(2)

FSKヘテロダイン包絡線検波方式

波長 λ_1, λ_2 の受信器出力の確率密度関数は、ASKヘテロダイン包絡線検波方式と同様に以下のライス分布で表される。

$$p(r_1) = \frac{r_1}{\sigma_{H1}^2} I_0 \left(\frac{S_H r_1}{\sigma_{H1}^2} \right) \exp \left(-\frac{r_1^2 + S_H^2}{2\sigma_{H1}^2} \right)$$

$$p(r_2) = \frac{r_2}{\sigma_{H0}^2} \exp \left(-\frac{r_2^2}{2\sigma_{H0}^2} \right)$$

よって、

$$\begin{aligned} \text{BER} &= \text{Prob}(r_2 > r_1) \\ &= \int_{r_1=0}^{\infty} p(r_1) \left[\int_{r_2=r_1}^{\infty} p(r_2) dr_2 \right] dr_1 \\ &\cong \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{S_H^2}{4\sigma_H^2} \right) \end{aligned}$$

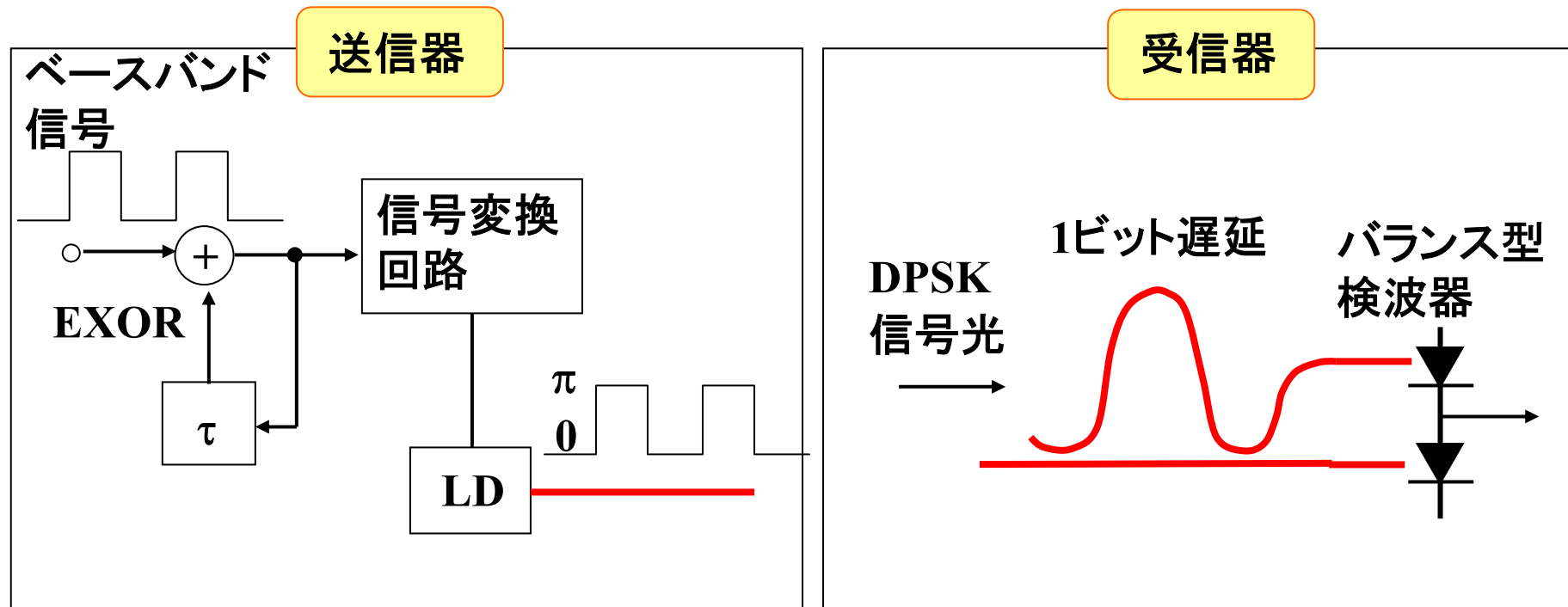
PSKヘテロダイン同期検波方式

$D_{\text{opt}}=0$ より以下の式を得る。

$$\begin{aligned} BER &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_H} \exp\left(-\frac{(S_H - v_1)^2}{2\sigma_H^2}\right) dv_1 + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_H} \exp\left(-\frac{(-S_H - v_2)^2}{2\sigma_H^2}\right) dv_2 \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{S_H}{\sqrt{2}\sigma_H}\right) \end{aligned}$$

PSKのBER(2)

PSKヘテロダイン差動同期検波方式(DPSK)



$$BER \cong \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{S_H^2}{\sigma_H^2}\right) \quad (6.17)$$

参考文献: S. Stein, and J. Jones, "Modern Communication Principles", McGraws Hill (1965).

ホモダイン受信器の性能

- ホモダイン受信器: ベースバンド受信器
cf. ヘテロダイン方式: 中間周波増幅器

➡ ホモダイン受信器の増幅器帯域
= ヘテロダイン受信器の増幅器帯域 $\times 1/2$

➡ 雑音パワーが半分

$$\sigma'^2 = \frac{1}{2} \sigma_H^2$$

➡ 同じSN比に対して受信感度が半分(3dB改善)になる。

各種変復調方式の理論BER

光検波方式	変調方式	非同期検波方式	同期検波方式
直接検波 (IM-DD)	NRZ	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{S_D}{\sigma_1 + \sigma_0}\right)$	—————
ヘテロダイン ↓ 3dB改善	ASK	包絡線 $\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{S_H^2}{8\sigma_H^2}\right)$ ≡	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{S_H}{\sigma_H}\right)$
	FSK	包絡線 $\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{S_H^2}{4\sigma_H^2}\right)$ ≡	↓ 3dB改善 $\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2} \frac{S_H}{\sigma_H}\right)$
	PSK	DPSK $\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{S_H^2}{\sigma_H^2}\right)$ ≡	↓ 3dB改善 $\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{S_H}{\sigma_H}\right)$
ホモダイン	ASK	—————	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{S_H}{\sigma'}\right)$
	PSK	—————	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{S_H}{\sigma'}\right)$

$$\sigma'^2 = \frac{1}{2} \sigma_H^2$$

IM-DD方式のSNRについては、shot雑音限界を考える。

$$SNR = 4 \left(\eta_i \frac{P_s}{\hbar \omega} \frac{1}{B} \right) = 4 \eta_i N_p \quad (N_p : 1 \text{ ビットあたりの光子数})$$

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{4 \eta_i N_p}}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\eta_i N_p}{2}} \right)$$

コヒーレント方式については、式(6.11), (6.13), (6.14)より、

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{1}{2} \frac{S_H^2}{\sigma_H^2} = \frac{1}{2} \frac{4 \left(\frac{e \eta_i}{\hbar \omega} \right)^2 P_s P_{LO}}{2e \cdot e \eta_i \left(\frac{P_{LO}}{\hbar \omega} \right) B} \\ &= \eta_i \frac{P_s}{\hbar \omega} \frac{1}{B} = \eta_i N_p \end{aligned}$$

光子数での最小受信感度の比較(2)

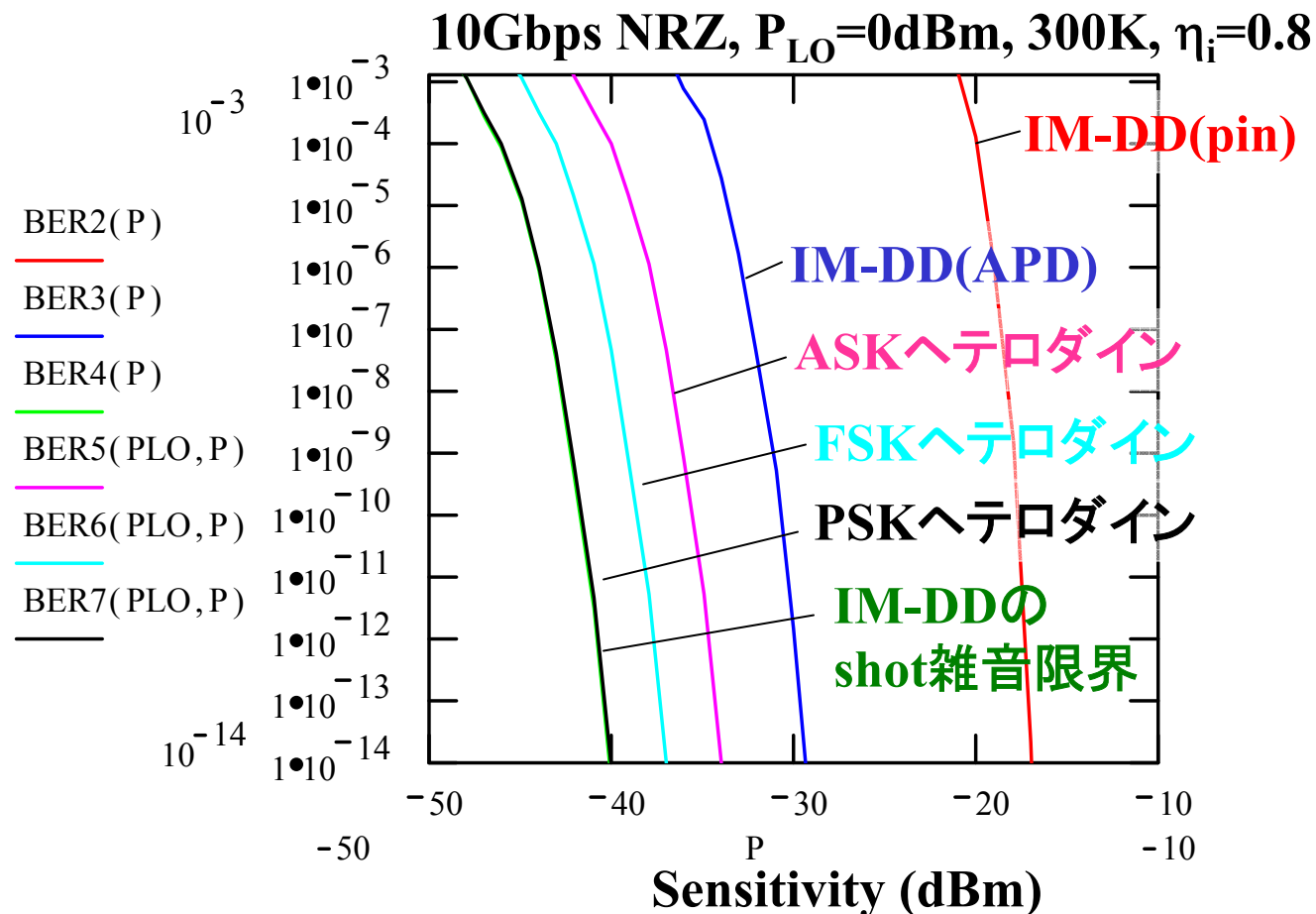
光検波方式	変調方式	受信感度@ BER=10 ⁻⁹ [photon/bit]	
		非同期検波方式	同期検波方式
直接検波 (IM-DD)	NRZ	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\eta_i N_p}{2}} \right) = 36$	—
ヘテロダイン	ASK	$\frac{1}{2} \exp \left(-\frac{\eta_i N_p}{4} \right) = 80$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{\eta_i N_p}}{2} \right) = 72$
	FSK	$\frac{1}{2} \exp \left(-\frac{\eta_i N_p}{2} \right) = 40$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\eta_i N_p}{2}} \right) = 36$
	PSK	$\frac{1}{2} \exp(-\eta_i N_p) = 20$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\eta_i N_p} \right) = 18$
ホモダイン	ASK	—	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\eta_i N_p}{2}} \right) = 36$
	PSK	—	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{2\eta_i N_p} \right) = 9$

$$\begin{aligned}
 & 10 \log \left[\left\{ \left(\frac{hc}{\lambda} \cdot B \right) \cdot N \right\} \times 10^{-3} \right] \\
 &= 10 \log \left(\frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.55 \times 10^{-6}} \times 10 \times 10^9 \times 9 \times 10^3 \right) \\
 &= -49.4 \text{ dBm} @ 10 \text{ Gbps}
 \end{aligned}$$

各種変復調方式のBER計算結果

- ・コヒーレント検波方式はIM-DD(pin-PD)より20～25dBの受信感度改善
- ・PSKはshot雑音限界に近い受信感度が可能

➡ 高強度の局部発振光による信号レベルの改善が主に寄与



受信感度の向上を目的とした光コヒーレント検波技術であるが、以下の技術的困難を伴う。

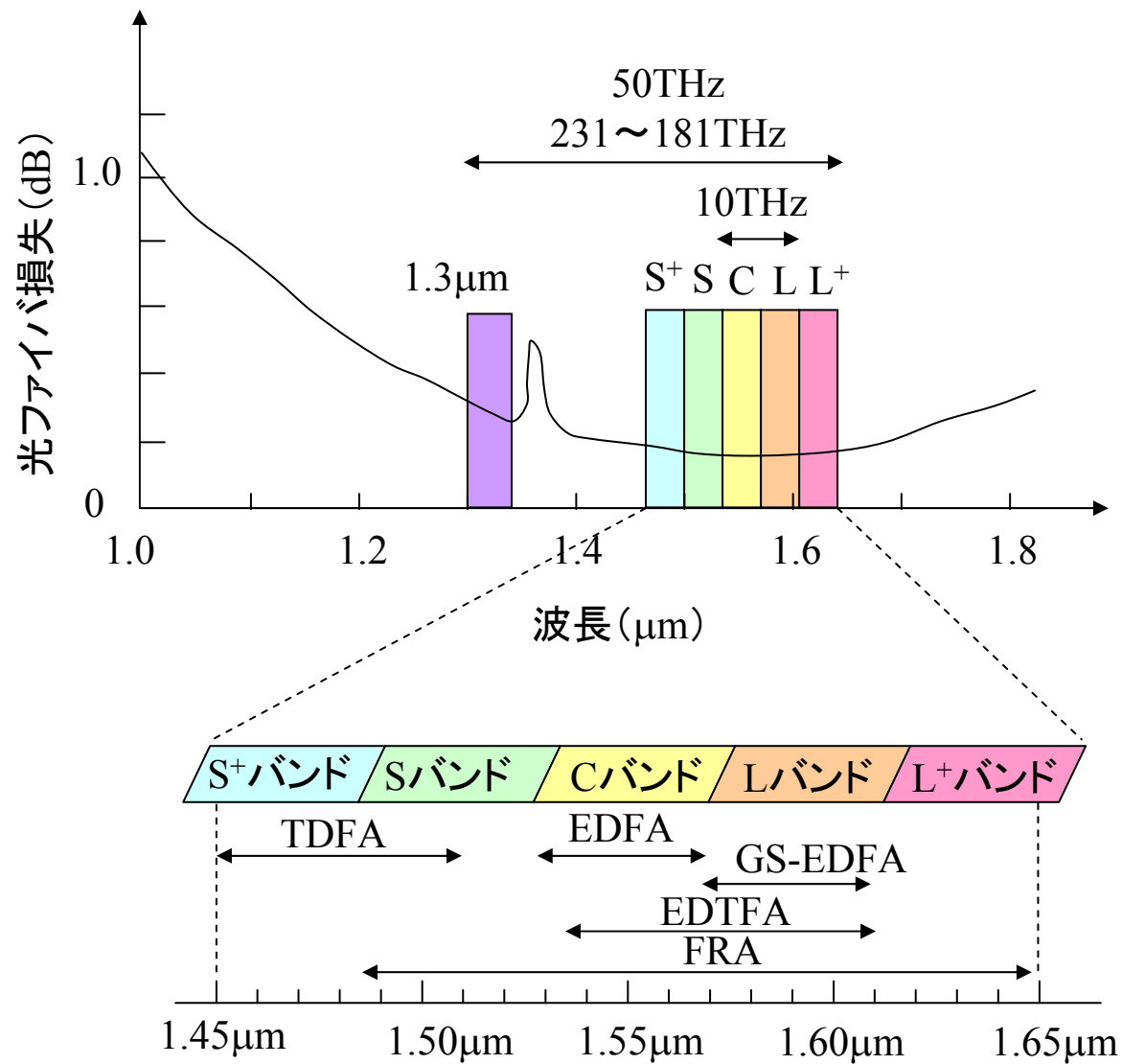
- ① 局部発振LDの波長を信号光の搬送波波長に正確に合わせる必要がある。
- ② 局部発振LDの発振線幅を狭くしないといけない($< 1\text{MHz}$)。
(位相雑音の原因)
- ③ 局部発振LDと信号光の位相を正確に合わせないといけない。
- ④ 局部発振LDと信号光の偏波を正確に合わせないといけない。

第7章

光増幅器技術

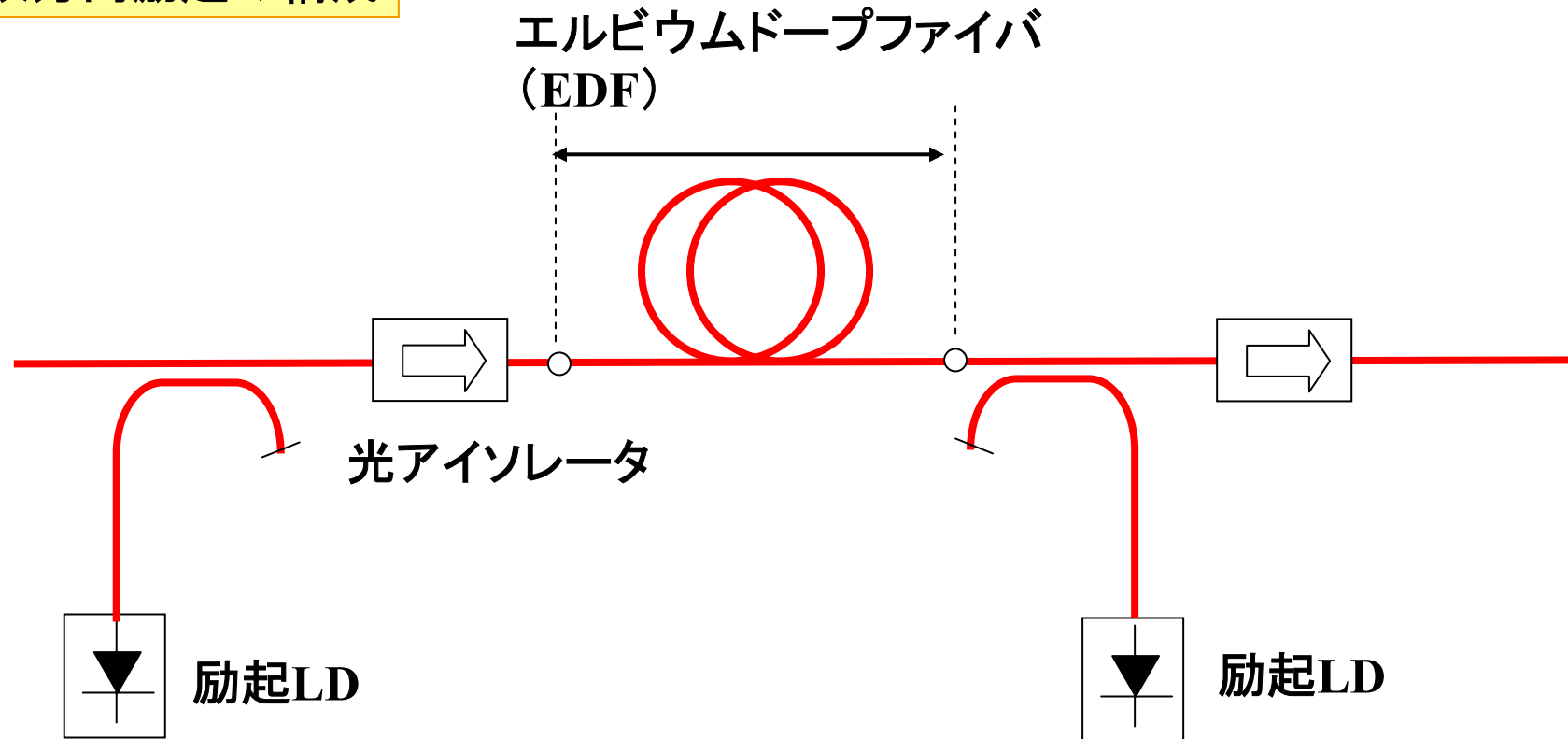
2007年7月2日(月)

1. 光増幅器の雑音
2. ASE雑音によるSN比と伝送限界
3. 光ファイバ増幅器の種類



光ファイバ増幅器の構成

双方向励起の構成

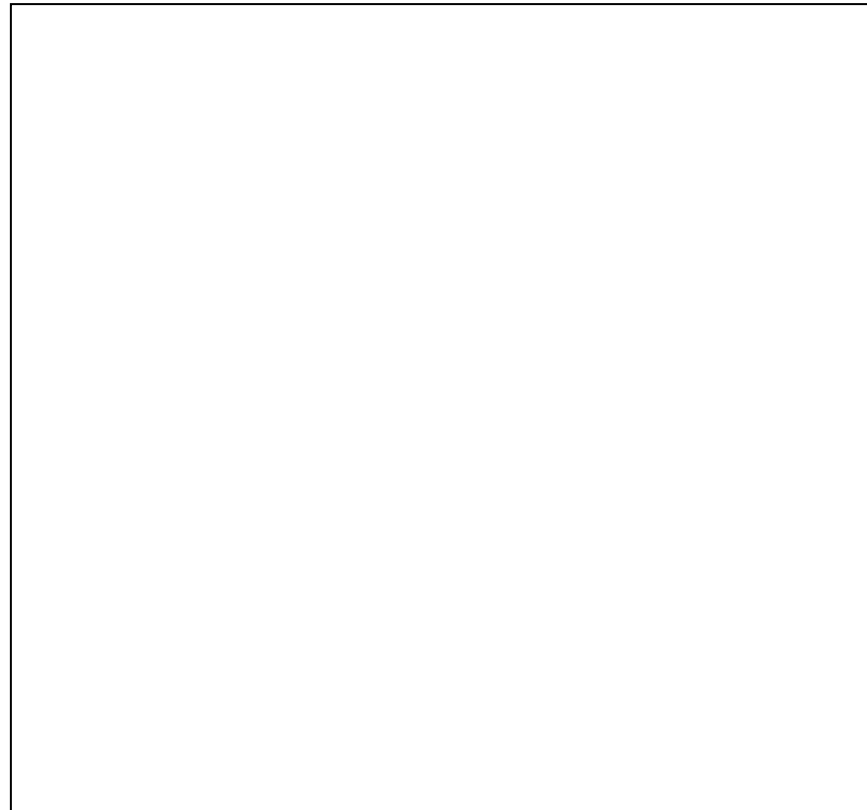


2007年度

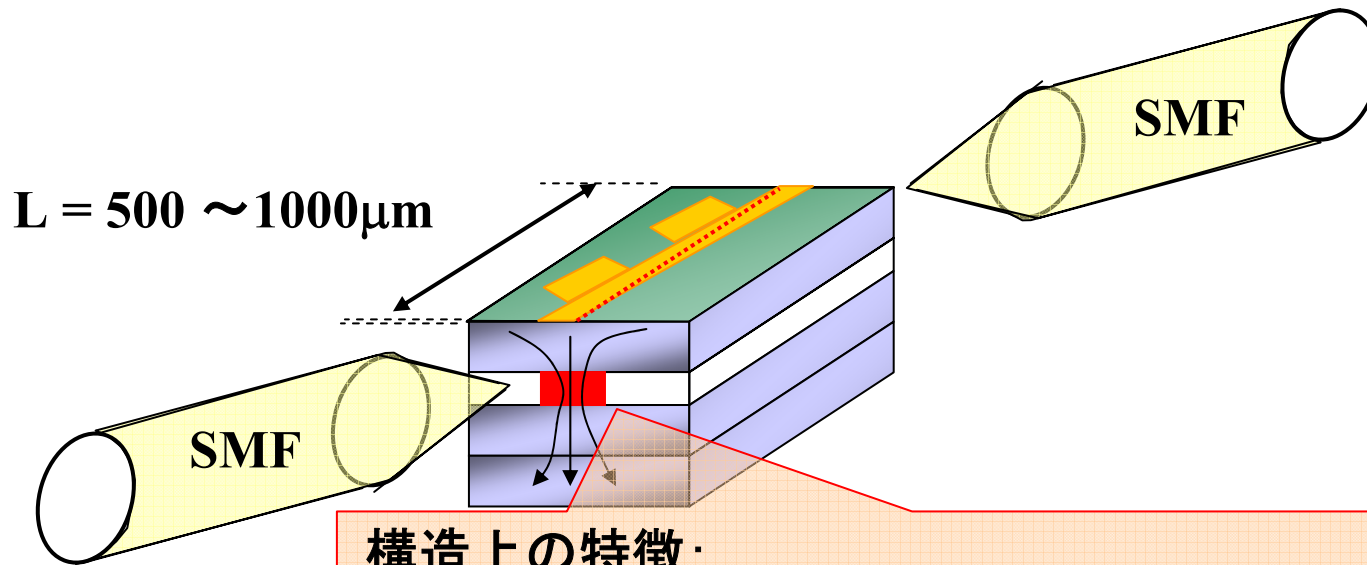
光通信システム

Cバンド動作EDFSAとEDFFAのASEスペクトル

- ・A1共添加EDSFA: $1.54\mu\text{m} \sim 1.56\mu\text{m}$ の利得平坦動作、利得平坦度0.5dB以下
- ・EDFFA: $1.53\mu\text{m} \sim 1.56\mu\text{m}$ の利得平坦動作、利得平坦度1.5dB程度



半導体光増幅器(SOA)の基本構成



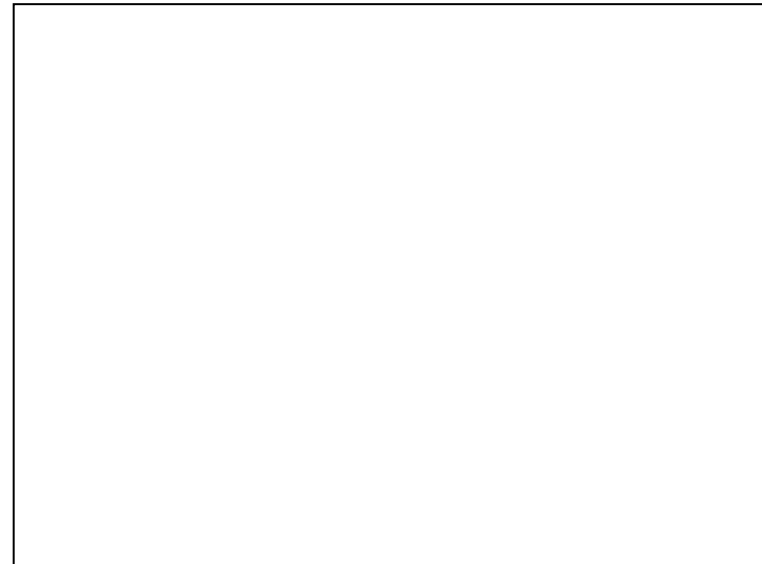
構造上の特徴:

- ① 偏波無依存化を実現するため、最近はバルク構造が主流
- ② 横に扁平した導波路の偏波依存性($\Gamma_{\text{TE}} > \Gamma_{\text{TM}}$)を補償するため伸長歪み導入の構造も見られる。
- ③ MQWによる高利得の検討例もあるが、偏波無依存化のため伸長歪みバリア・井戸構造にする必要あり。
- ④ SMFとの結合向上のためのスポットサイズ変換器の装荷
- ⑤ 発振抑制のための無反射コート($R < 0.1\%$) + 斜め導波路(端面の垂線から約7度傾斜) + 導波路のない窓領域

Semiconductor Optical Amplifier (SOA)

K. Morito, M. Ekawa, T. Watanabe, and Y. Kotaki, IEEE J. Lightwave Technol., vol.21, No.1, pp.176-181 (2003).

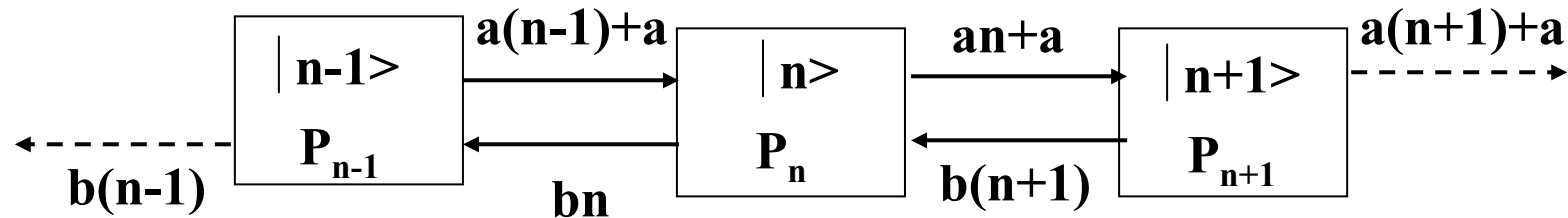
- ・伸長歪みバルク活性層による偏波無依存化
- ・光閉じ込め係数低減による飽和光出力増大



光増幅器の雑音

光増幅器の雑音特性(1)

n個の光子数を持つ状態 $|n\rangle$ と $|n+1\rangle$, $|n-1\rangle$ 間の遷移図



$a=A\Gamma N_2$: 誘導放出の遷移確率 = 自然放出確率

$b=A\Gamma N_1$: 誘導吸収の遷移確率

ただし A : アインシュタインの A 係数

N_1 : 下準位の密度

N_2 : 上準位の密度

n 個あった光子数が $n+1$ 個に増える確率は、 $a+an$

$n+1$ 個から n 個になる確率は、 $b(n+1)$

従って、光子数が n 個になる存在確率 $P_n(t)$ の時間変化は以下の方程式で表される。

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = -[a(n+1) + bn]P_n(t) + [a(n-1) + a]P_{n-1}(t) + [b(n+1)]P_{n+1}(t) \quad (7.1)$$

光増幅器の雑音特性(2)

光子数の平均値 $\langle n \rangle$, 2乗平均値 $\langle n^2 \rangle$ は $P_n(t)$ を用いて表現される光子数の
k次モーメント $\langle n^k \rangle = \sum n_k P_n$ において $k=1, 2$ の場合であるから、式(7.1)より

$$\frac{d \langle n \rangle}{dt} = (a - b) \langle n \rangle + a \quad (7.2)$$

$$\frac{d \langle n^2 \rangle}{dt} = 2(a - b) \langle n^2 \rangle + (3a + b) \langle n \rangle + a \quad (7.3)$$

一つのモード当たりの入射信号光子数に対応する初期条件
 $\langle n(0) \rangle = \langle n_0 \rangle$, $\langle n^2(0) \rangle = \langle n_0^2 \rangle$ で解くと、

$$\langle n \rangle = \langle n_0 \rangle \exp[(a-b)t] + n_{sp} \{ \exp[(a-b)t] - 1 \} \quad (7.4)$$

$$\begin{aligned} \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = & \langle n_0 \rangle \exp[(a-b)t] + n_{sp} \{ \exp[(a-b)t] - 1 \} \\ & + 2n_{sp} \{ \exp[(a-b)t] - 1 \} \langle n_0 \rangle \exp[(a-b)t] \\ & + n_{sp}^2 \{ \exp[(a-b)t] - 1 \}^2 \\ & + \exp[2(a-b)t] (\langle n_0^2 \rangle - \langle n_0 \rangle^2 - \langle n_0 \rangle) \end{aligned} \quad (7.5)$$

式(7.4)、(7.5)をすべてのモードに対する和を取る。

$$\left. \begin{aligned} \langle n_0 \rangle^2 &\rightarrow \langle n_{in} \rangle^2 \\ \langle n_0^2 \rangle &\rightarrow \langle n_{in}^2 \rangle \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{入射光の全スペクトル領域の和を取る。} \\ &\text{ただし入射光は単一モードの条件。} \\ &\langle n_{in} \rangle : \text{全入射光子数の平均値} \end{aligned}$$

- ・利得媒質の等価的な周波数帯域幅(波長フィルタを使用する場合はその帯域幅) Δf
- ・導波される横モードの総数 m_t (直交偏波を含む)

$$n_{sp} \rightarrow n_{sp} m_t \Delta f$$

光増幅器の雑音特性(4)

- ・式(7.5)中の第3項 $n_{sp}\langle n_0 \rangle \rightarrow$ 自然放出光と信号光の各モードが一致している前提なので、 $n_{sp}\langle n_{in} \rangle$ とする。
- ・式(7.5)中の第4項 $n_{sp}^2 \rightarrow$ 一つのモードの自乗和なので、 $n_{sp}^2 m_t \Delta f$ とする。

以上から、光増幅器出力端での平均光子数 $\langle n_{out} \rangle$ と分散 $\sigma_{out}^2 (\langle n_{out}^2 \rangle - \langle n_{out} \rangle^2)$ は、

$$\langle n_{out} \rangle = G\langle n_{in} \rangle + (G-1)n_{sp}m_t\Delta f \quad (7.6)$$

$$\sigma_{out}^2 = G\langle n_{in} \rangle + (G-1)n_{sp}m_t\Delta f + 2G(G-1)n_{sp}\langle n_{in} \rangle + (G-1)^2n_{sp}^2m_t\Delta f + G^2\beta\langle n_{in} \rangle \quad (7.7)$$

式(7.6)中の項の意味

第1項: 増幅された信号光

第2項: 発生したASE (Amplified Spontaneous Emission)

式(7.7)中の項の意味

第1項: 信号光のショット雑音

第2項: ASEのショット雑音

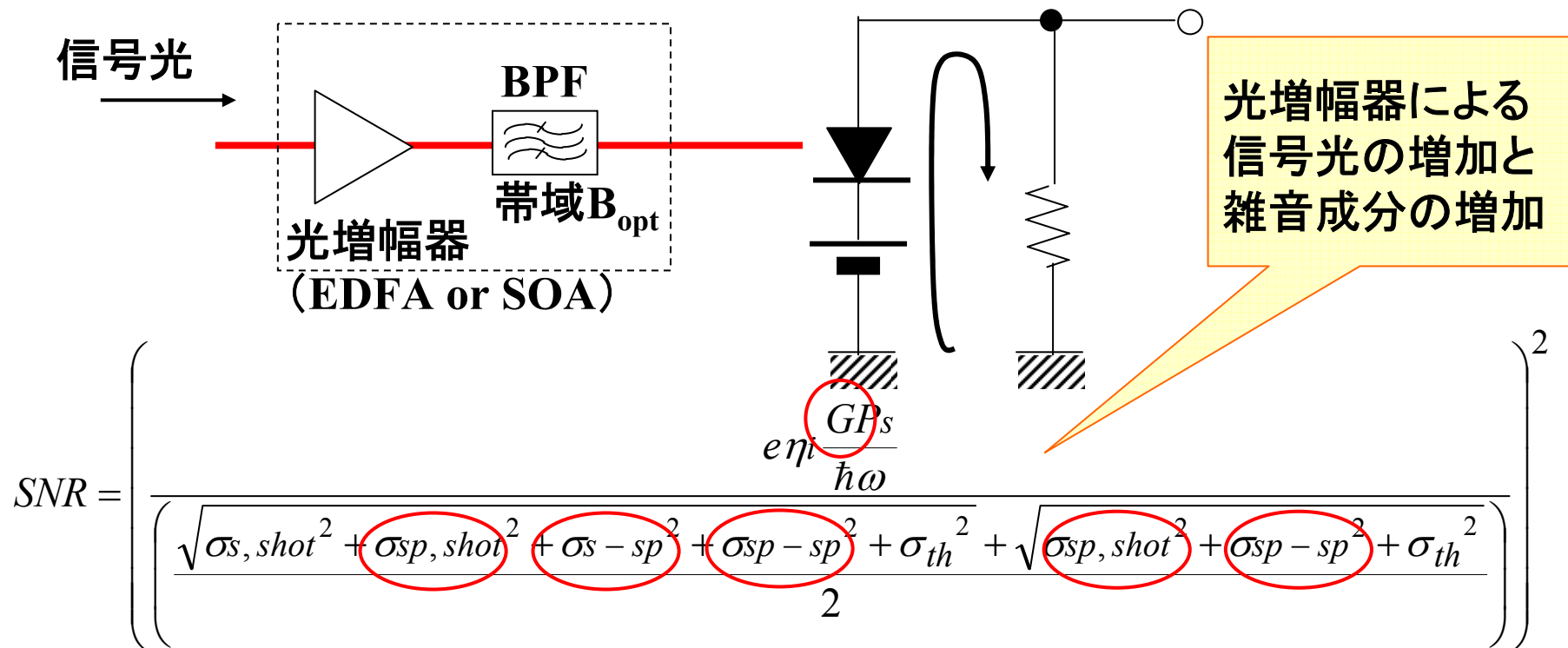
第3項: 信号光－ASE間のビート雑音

第4項: ASE－ASE間のビート雑音

第5項: 信号光の持つ過剰雑音(相対強度雑音など)

光増幅器による 伝送特性・限界

光前置増幅器による最小受信感度の改善



① 信号光のショット雑音

$$\sigma_{s,shot}^2 = 2e\left\{e\eta_i \frac{GP_s}{\hbar\omega}\right\} \left(\frac{B}{2}\right)$$

② ASEのショット雑音

$$\sigma_{sp,shot}^2 = 2e\left\{e\eta_i \frac{\hbar\omega(G-1)n_{sp}}{\hbar\omega} m_t B_{opt}\right\} \left(\frac{B}{2}\right)$$

③ 信号光-ASE間ビート雑音

$$\sigma_{s-sp}^2 = 4\left(e\eta_i \frac{GP_s}{\hbar\omega}\right) \left(e\eta_i \frac{\hbar\omega(G-1)n_{sp}}{\hbar\omega}\right) \left(\frac{B}{2}\right)$$

④ ASE間ビート雑音

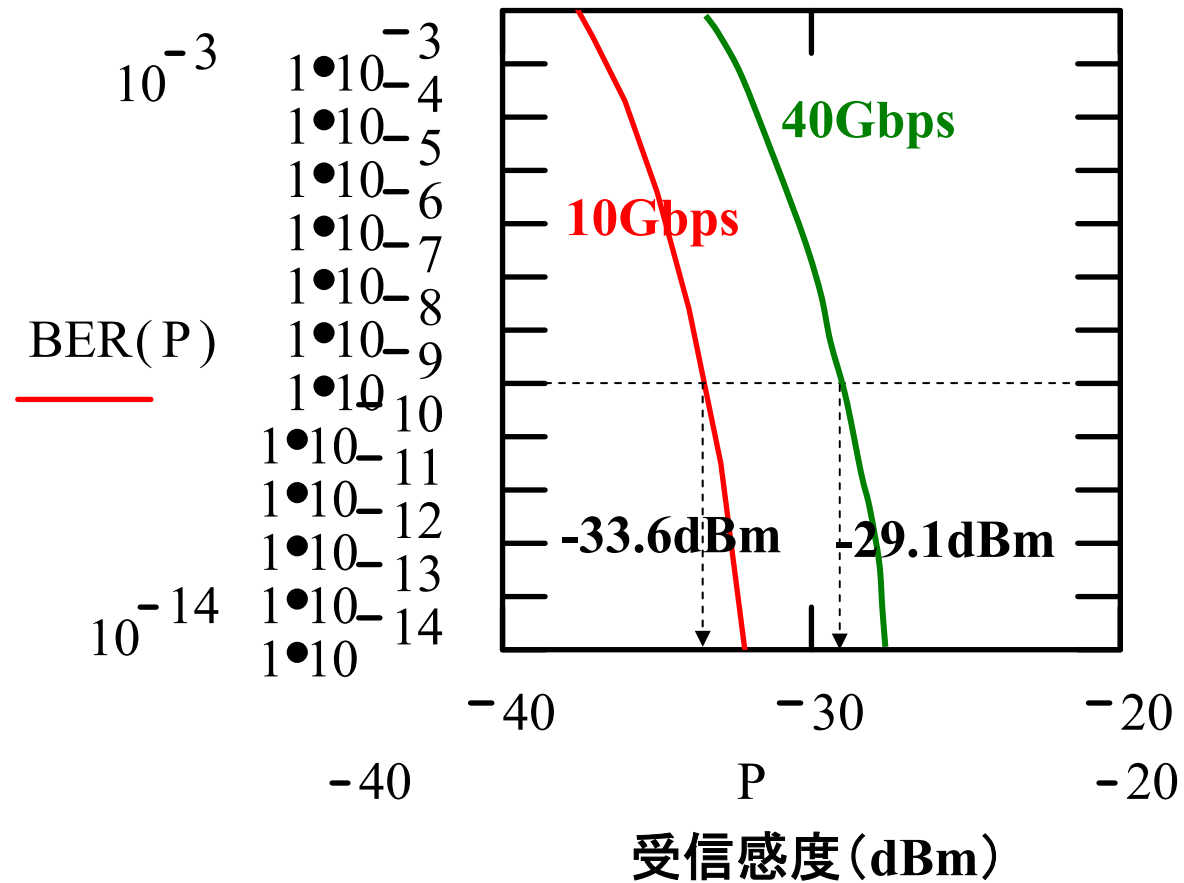
$$\sigma_{sp-sp}^2 = 4\left(e\eta_i \frac{\hbar\omega(G-1)n_{sp}}{\hbar\omega}\right)^2 m_t B_{opt} \left(\frac{B}{2}\right)$$

雑音帯域NRZを想定(RZでは $B/2 \rightarrow B$)
 B_{opt} の単位は[Hz]

⑤ 熱雑音

$$\sigma_{th}^2 = \frac{4kT}{RL} \left(\frac{B}{2}\right)$$

NRZ, 300K, $\eta_i=0.8$, $R_L=50\Omega$



光前置増幅器によるSNR改善効果(1)

光増幅器(OAMP)の有無によるSNRの比較 (増幅 G +伝送損失 L)

OAMPなし

熱雑音が支配的のとき

$$SNR = \frac{(e\eta_i \frac{P_s}{\hbar\omega} L)^2}{\left(\left(\sqrt{\frac{4kT}{R_L} \left(\frac{B}{2}\right)} + \sqrt{\frac{4kT}{R_L} \left(\frac{B}{2}\right)} \right) / 2 \right)^2} = (e\eta_i \frac{P_s}{\hbar\omega} L)^2 \cdot \left(\frac{R_L}{2kTB} \right)$$

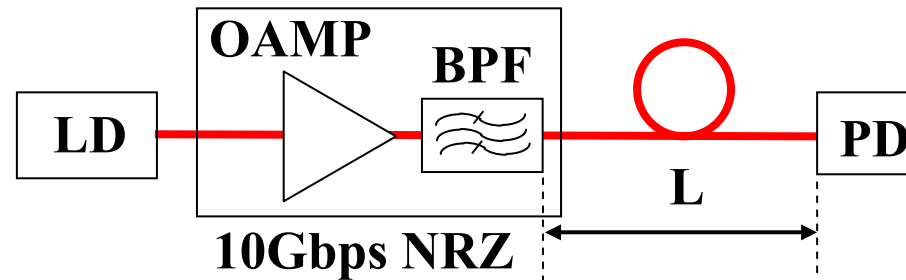
光パワーの減衰とともにSNR劣化

OAMPあり

光パワーが強く利得の大きい領域では信号-ASE間ビート雑音が支配的

$$SNR = \frac{(e\eta_i \frac{GLP_s}{\hbar\omega})^2}{\left(\sqrt{4(e\eta_i \frac{GLP_s}{\hbar\omega})(e\eta_i \frac{\hbar\omega(G-1)Ln_{sp}}{\hbar\omega}) \left(\frac{B}{2}\right)} / 2 \right)^2} \Rightarrow SNR \text{が損失によらず一定}$$
$$= \frac{2GP_s}{(G-1)\hbar\omega n_{sp}B} \cong \frac{2P_s}{\hbar\omega n_{sp}B}$$

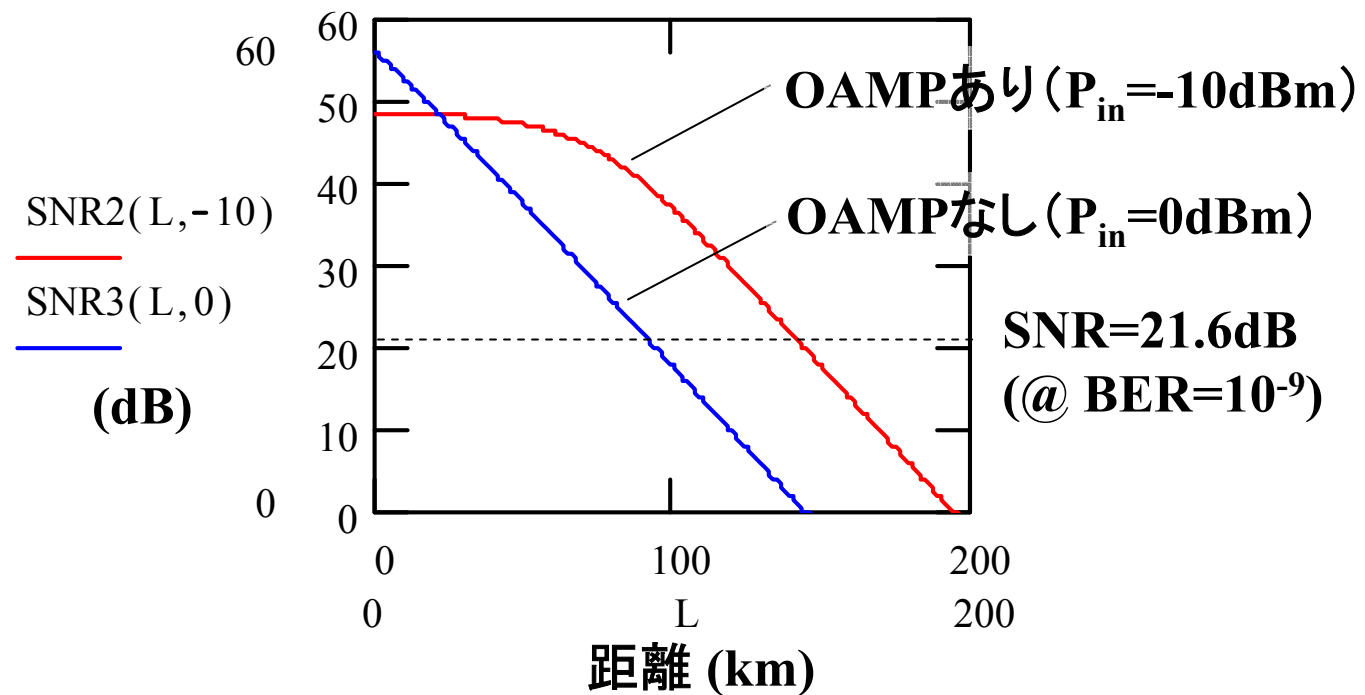
光前置増幅器によるSNR改善効果(2)



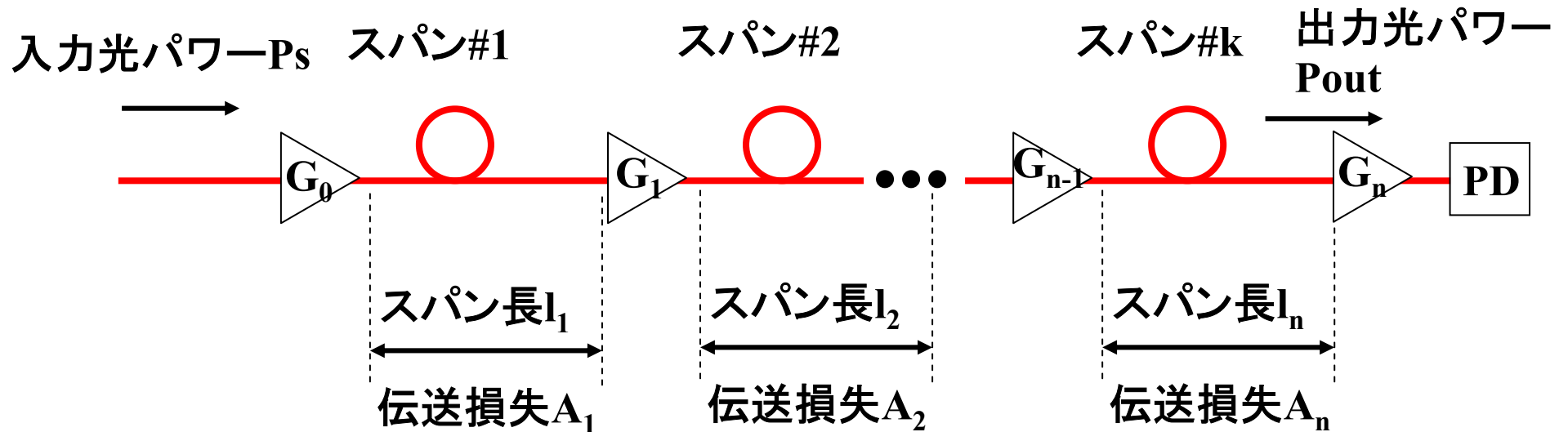
300K

$G=100$

$B_{\text{opt}}=100\text{GHz}$ (0.8nm)



SNRを考慮した長距離伝送設計(1)



信号光成分

$$(e\eta_i \frac{P_s}{\hbar\omega}) G_0 (A_1 G_1) (A_2 G_2) \cdots (A_n G_n)$$

雑音成分

$$\sigma_{tot}^2 = \sigma_{s,shot}^2 + \sigma_{sp,shot}^2 + \sigma_{s-sp}^2 + \sigma_{sp-sp}^2 + \sigma_{th}^2$$

① 信号光のショット雑音

$$\sigma_{s,shot}^2$$

$$= \{2e \cdot e \eta_i (\frac{P_s}{h\omega}) (\frac{B}{2})\} G_0 (\underline{A_1 G_1}) (\underline{A_2 G_2}) \cdots (\underline{A_n G_n})$$

1スパンの損失×増幅を各スパンで繰り返す

② ASEのショット雑音

$$\sigma_{sp,shot}^2$$

$$= \{2e \cdot e \eta_i n_{sp} B_{opt} (\frac{B}{2})\} [(\underline{G_0 - 1}) (\underline{A_1 G_1}) (\underline{A_2 G_2}) \cdots (\underline{A_n G_n}) + (G_1 - 1) (\underline{A_2 G_2}) (\underline{A_3 G_3}) \cdots (\underline{A_n G_n}) + \cdots \\ (G_{n-1} - 1) (\underline{A_n G_n}) + (G_n - 1)]$$

スパン#1で発生するASE

スパン#1で発生したASEが
次段以降で増幅×損失を繰り返す成分

以下、各スパンで発生する
ASEごとに計算し、加算

③ 信号光とASEのビート雑音

$$\sigma_s - sp^2$$

$$= \{2e\eta_i(\frac{Ps}{\hbar\omega})\}(2e\eta_i n_{sp})(\frac{B}{2})$$

$$\begin{aligned} &\times [(G_0 A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n)(G_0 - 1) A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n \\ &+ (G_0 \overline{A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n})(G_1 - 1) \overline{A_2 G_2 \cdots A_n G_n} + \cdots \\ &+ (G_0 A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n)(G_{n-1} - 1) A_n G_n + (G_0 A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n)(G_n - 1)] \end{aligned}$$

↓
スパン#1～#nまで
損失×増幅を繰り返す
信号光成分

↓
G₀で発生したASEが
次段以降損失×増幅を繰り返す
成分

} 以下、各スパン
ごとに計算し、加算

④ ASE間ビート雑音

$$\sigma_{sp-sp}^2$$

$$= \{2e\eta_i n_{sp}\}^2 m_t B_{opt} \left(\frac{B}{2}\right)$$

$$\times [\{(G_0 - 1)A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n\} + \{(G_1 - 1)A_2 G_2 \cdots A_n G_n\} + \cdots + \{(G_{n-1} - 1)A_n G_n\} + (G_n - 1)]^2$$

G_0 で発生したASEが
次段以降で損失×増幅を繰り返す成分

以下、各スパン
ごとに計算し、加算

⑤ 熱雑音

$$\sigma_{th} = \frac{4kT}{RL} \left(\frac{B}{2}\right)$$

もし $G_1 = G_2 = \dots = G_n$, $A_1 = A_2 = \dots = A_n$,
 $A_1 G_1 = A_2 G_2 = \dots = A_n G_n = 1$ と仮定すると、

信号光成分 $(e\eta_i \frac{P_s}{\hbar\omega})G_0$

雑音成分

$$\sigma_{tot}^2 = \sigma_{s,shot}^2 + \sigma_{sp,shot}^2 + \sigma_{s-sp}^2 + \sigma_{sp-sp}^2 + \sigma_{th}^2$$

① 信号光のショット雑音 $\sigma_{s,shot}^2 = \{2e \cdot e\eta_i (\frac{P_s}{\hbar\omega}) (\frac{B}{2})\} G_0$

② ASEのショット雑音 $\sigma_{sp,shot}^2 = \{2e \cdot e\eta_i n_{sp} B_{opt} (\frac{B}{2})\} [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)]$

③ 信号光とASEのビート雑音 $\sigma_{s-sp}^2 = \{2e\eta_i (\frac{P_s}{\hbar\omega})\} (2e\eta_i n_{sp}) (\frac{B}{2}) G_0 [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)]$

④ ASE間ビート雑音 $\sigma_{sp-sp}^2 = \{2e\eta_i n_{sp}\}^2 B_{opt} (\frac{B}{2}) [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)]^2$

⑤ 熱雑音 $\sigma_{th}^2 = \frac{4kT}{R_L} (\frac{B}{2})$

信号光－ASE間ビート雑音が支配的のとき、

$$\begin{aligned}\sigma_{tot}^2 &= \sigma_{s,shot}^2 + \sigma_{sp,shot}^2 + \sigma_{s-sp}^2 + \sigma_{sp-sp}^2 + \sigma_{th}^2 \\ &\cong \sigma_{s-sp}^2 = \left\{2e\eta_i\left(\frac{P_s}{\hbar\omega}\right)\right\}(2e\eta_i n_{sp})\left(\frac{B}{2}\right)G_0[(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)] \\ &\quad 4 \cdot \left\{e\eta_i\left(\frac{P_s}{\hbar\omega}\right)G_0\right\}^2 \\ \therefore SNR &= \frac{4 \cdot \left\{e\eta_i\left(\frac{P_s}{\hbar\omega}\right)G_0\right\}^2}{\left\{2e\eta_i\left(\frac{P_s}{\hbar\omega}\right)\right\}\left\{2e\eta_i n_{sp}\right\}\left(\frac{B}{2}\right)G_0[(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)]} \\ &= \frac{2P_s G_0}{\hbar\omega n_{sp} B[(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)]} \cong \frac{2P_s G_0}{\hbar\omega n_{sp} B[G_0 + nG_1]} \quad (7.8)\end{aligned}$$

BER<10⁻⁹を満たすときSNR>144 (21.6dB)なので、最大中継段数 n が求まる。

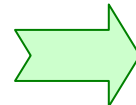
ただし実際は他の雑音成分の影響も考慮しないといけない。

雑音指数: Noise Figure (NF)

$$NF = \frac{SN_{in}}{SN_{out}}$$

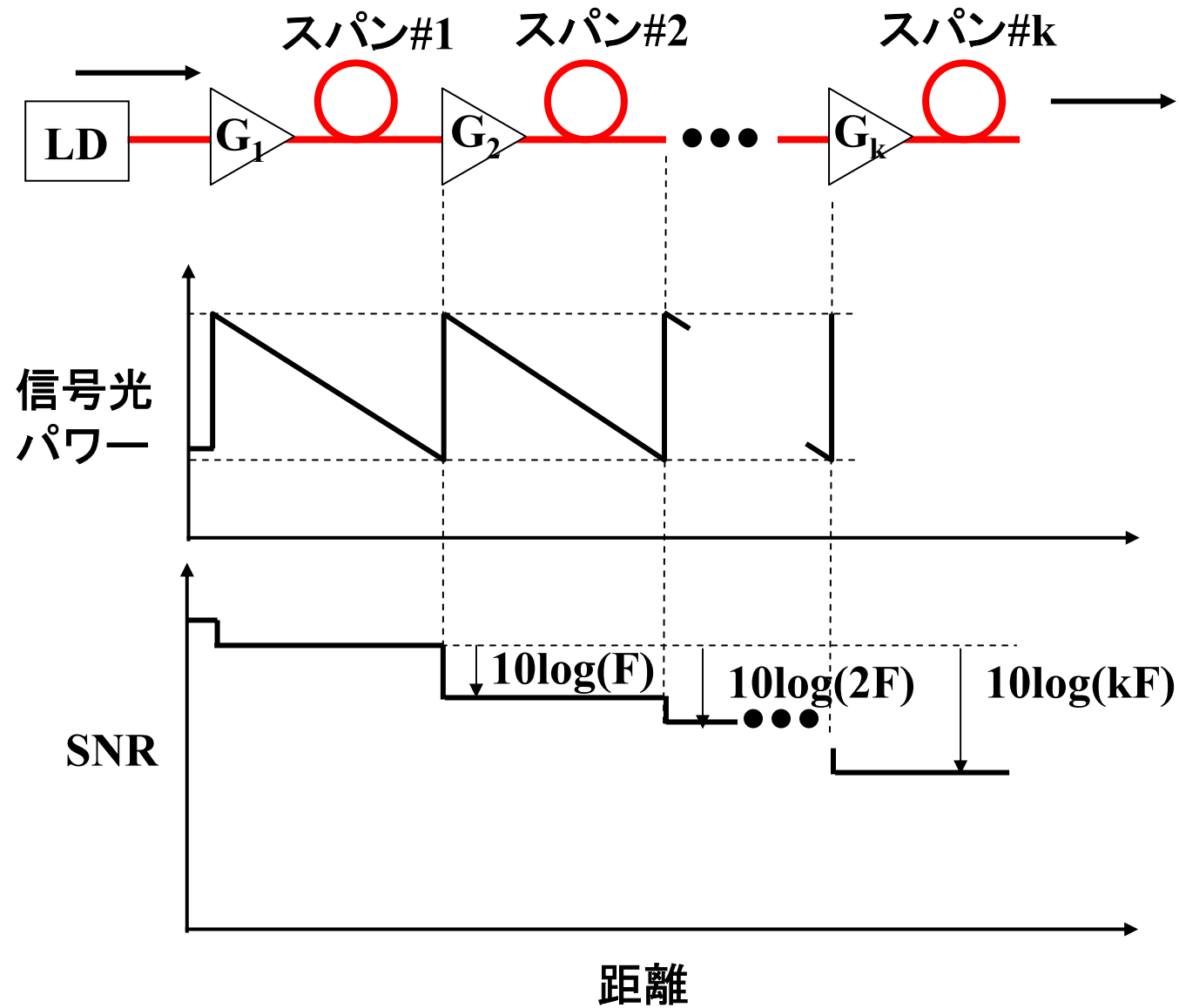
$$\cong 2 \frac{G-1}{G} n_{sp}$$

$$\cong 2n_{sp}$$



$n_{sp} \geq 1$ だから $NF \geq 2$ (3dB)
増幅後のSN比は入力に
対して必ず3dB以上劣化

多段接続時のSNR変化

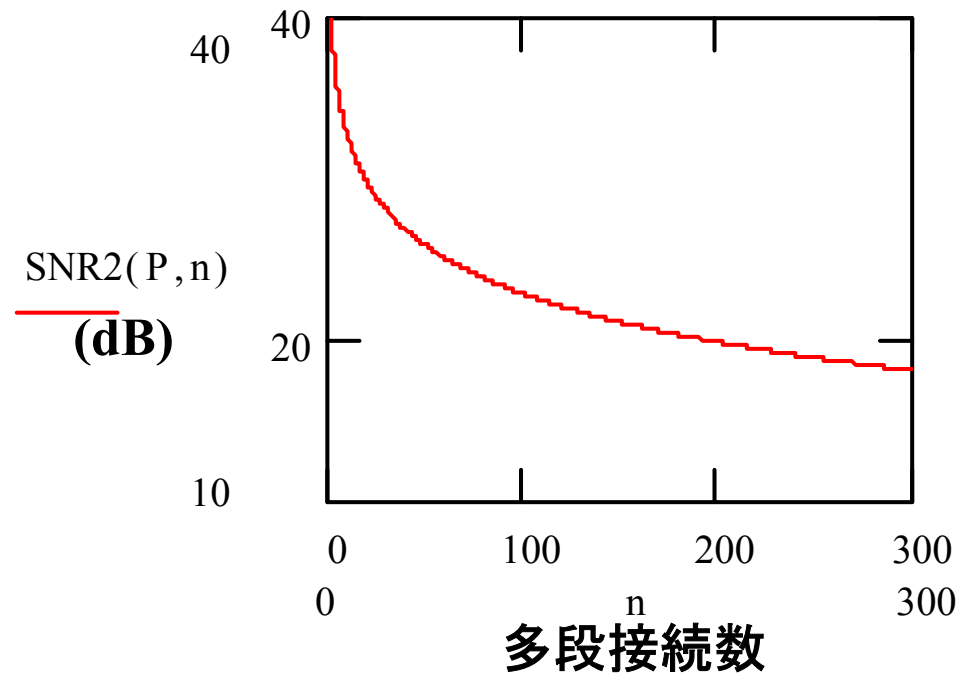


計算結果

10Gbps NRZ, 1スパン長100km

$P_{in}=0\text{dBm}$, $G_0=10$, $G_0=100$, $B_{opt}=100\text{GHz}$,

$n_{sp}=2$, 300K



光増幅器による伝送距離の長距離化

