

第6回

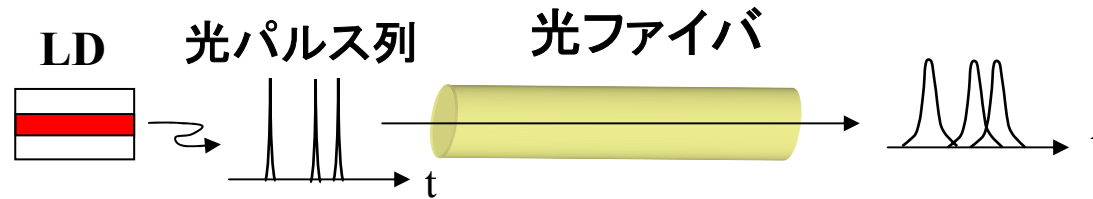
光ファイバ伝送特性(2)／ 光送信器(1)

2007年5月28日(月)

資料中、著作権にかかわる資料は意図的に
削除しておりますことをご承知置きください。

参考文献は明記しておりますのでご参照ください。

光ファイバ中の信号伝搬(1)



入射光波形

$$E(x, y, 0; t) = A(x, y, 0; t)e^{j\omega_0 t} \quad (4.1) \quad \text{(単一モードファイバを扱うので、以下x, y座標は省略)}$$

フーリエ変換スペクトルは、

$$E_F(0; \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(0; t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} A(0; t)e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt = A_F(0; \omega - \omega_0) \quad (4.2)$$

距離 z 伝搬した時、位相変化 $\exp[-j\beta z]$ (β は伝搬定数)が加わるので
(振幅の減衰は無視)、出射端でのフーリエスペクトルは、

$$A_F(z; \omega) = A_F(0; \omega - \omega_0) \exp[-j\beta z] \quad (4.3)$$

光ファイバ中の信号伝搬(2)

距離 z 伝搬した時間波形は $A_F(Z;\omega)$ の逆フーリエ変換なので、

$$E(z;t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(z;\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(0;\omega - \omega_0) \exp[-j\beta z] e^{j\omega t} d\omega \quad (4.4)$$

$\omega - \omega_0 = u$ と変数変換して

$$E(z;t) = \frac{1}{2\pi} e^{j\omega_0 t} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(0;u) \exp[j(ut - \beta(u)z)] du \quad (4.5)$$

β を ω_0 近傍でテーラ一級数展開した式

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (4.6)$$

を $E(z;t)$ の式に代入

$$E(z;t) = \frac{1}{2\pi} e^{j[\omega_0 t - \beta(\omega_0)z]} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(0;u) \exp\left[ju\left(t - \frac{z}{v_g}\right) - j\frac{\beta''}{2} zu^2\right] du \quad (4.7)$$

$$\frac{1}{v_g} = \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega_0} \quad (v_g: \text{群速度})$$

$$\beta'' = \left. \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} \quad (\text{分散に 関係})$$

$\beta''=0$ (分散が零)としたとき、

$$E(z;t) = A(0;t - \frac{z}{v_g}) e^{j[\omega_0 t - \beta(\omega_0)z]} \quad \Rightarrow \quad t - \frac{z}{v_g} \text{ における } z=0 \text{ の波形と同じ} \quad (4.8)$$

$$\tau \equiv \frac{z}{v_g} = z \frac{d\beta}{d\omega} \quad : \text{群遅延} \quad (4.9)$$

入力光をガウス型波形と仮定: $A(0;t) = A_0 \exp[-(\frac{t}{\tau_0})^2]$ (4.10)

$$\text{フーリエ変換: } A_F(0;\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(0;t) e^{-j\omega t} dt = A_0 \sqrt{\pi} \tau_0 \exp[-\frac{\tau_0^2 \omega^2}{4}] \quad (4.11)$$

ただし、 $\exp[-\alpha t^2]$ のフーリエ変換が $\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \exp[-\frac{\omega^2}{4\alpha}]$ となる(ガウス関数の

フーリエ変換はガウス関数)ことを利用した。

(4.10)の強度 $|A(0;t)|^2$ の半値全幅 T_0 は

$$\left(\exp\left[-\left(\frac{t}{\tau_0}\right)^2\right] \right)^2 = \frac{1}{2} \quad \text{より} \quad T_0 = \tau_0 \sqrt{2 \ln 2} \quad (4.12)$$

(4.11)の強度 $|A_F(0;\omega)|^2$ の半値全幅 $\Delta\omega$ は

$$\left(\exp\left[-\frac{\tau_0^2 \omega^2}{4}\right] \right)^2 = \frac{1}{2} \quad \text{より}$$

$$\Delta\omega = \frac{2\sqrt{2 \ln 2}}{\tau_0} \quad (4.13)$$

$$T_0 \Delta\omega = \frac{4 \ln 2}{2\pi} \approx 0.441 \quad (4.14)$$



チャープングを起こしていないパルスについて成立(Transform-limited pulse)

次に $\beta'' \neq 0$ (分散が零でない)としたときを考える。

(4.11)を(4.7)に代入

$$E(z;t) = A_0 \frac{\tau_0}{\sqrt{\tau_0^2 + j2\beta''z}} \exp\left[-\frac{(t - \frac{z}{v_g})^2}{\tau_0^2 + j2\beta''z}\right] e^{j[\omega_0 t - \beta(\omega_0)z]} \quad (4.15)$$
$$A(z;t - \frac{z}{v_g})$$

$A(z;t) = |A(z;t)| e^{j\Phi(z;t)}$ としたときの波形と位相について考える。

波形

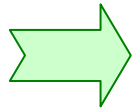
$$|A(z;t)| = A_0 \frac{\tau_0}{[\tau_0^4 + (2\beta''z)^2]^{\frac{1}{4}}} \exp\left[-\frac{t^2}{\tau_0^2 + \frac{(2\beta''z)^2}{\tau_0^2}}\right] \quad (4.16)$$

位相

$$\Phi(z;t) = \frac{2\beta''z}{\tau_0^4 + (2\beta''z)^2} t^2 - \frac{1}{2} \tan^{-1}\left[\frac{2\beta''z}{\tau_0^2}\right] \quad (4.17)$$

(4.14)の波形の振幅が1/2になる半値全幅 T_{FWHM} は

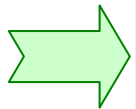
$$T_{FWHM} = T_0 \sqrt{1 + (4(\ln 2) \frac{\beta'' z}{T_0^2})^2} \quad (T_0 = \tau_0 \sqrt{2 \ln 2}) \quad (4.18)$$



Transform-limited pulseでも伝送するに従い広がる。

(4.17)を(4.15)に代入し位相項の時間微分をとると、瞬時角周波数 $\omega(t)$ は

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{4\beta'' z}{\tau_0^4 + (2\beta'' z)^2} t \quad (4.19)$$



パルス波形中の瞬時角周波数が変化：チャープング

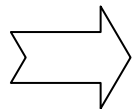
光ファイバ中の信号伝搬(7)

入射パルスが初めからチャープしている場合: $A(0;t) = A_1 \exp[-(1 + jC_p) \frac{t^2}{\tau_0^2}]$

距離 z 伝搬された後の半値全幅 T_{FWHM} は

位相の時間変化 (4.20)

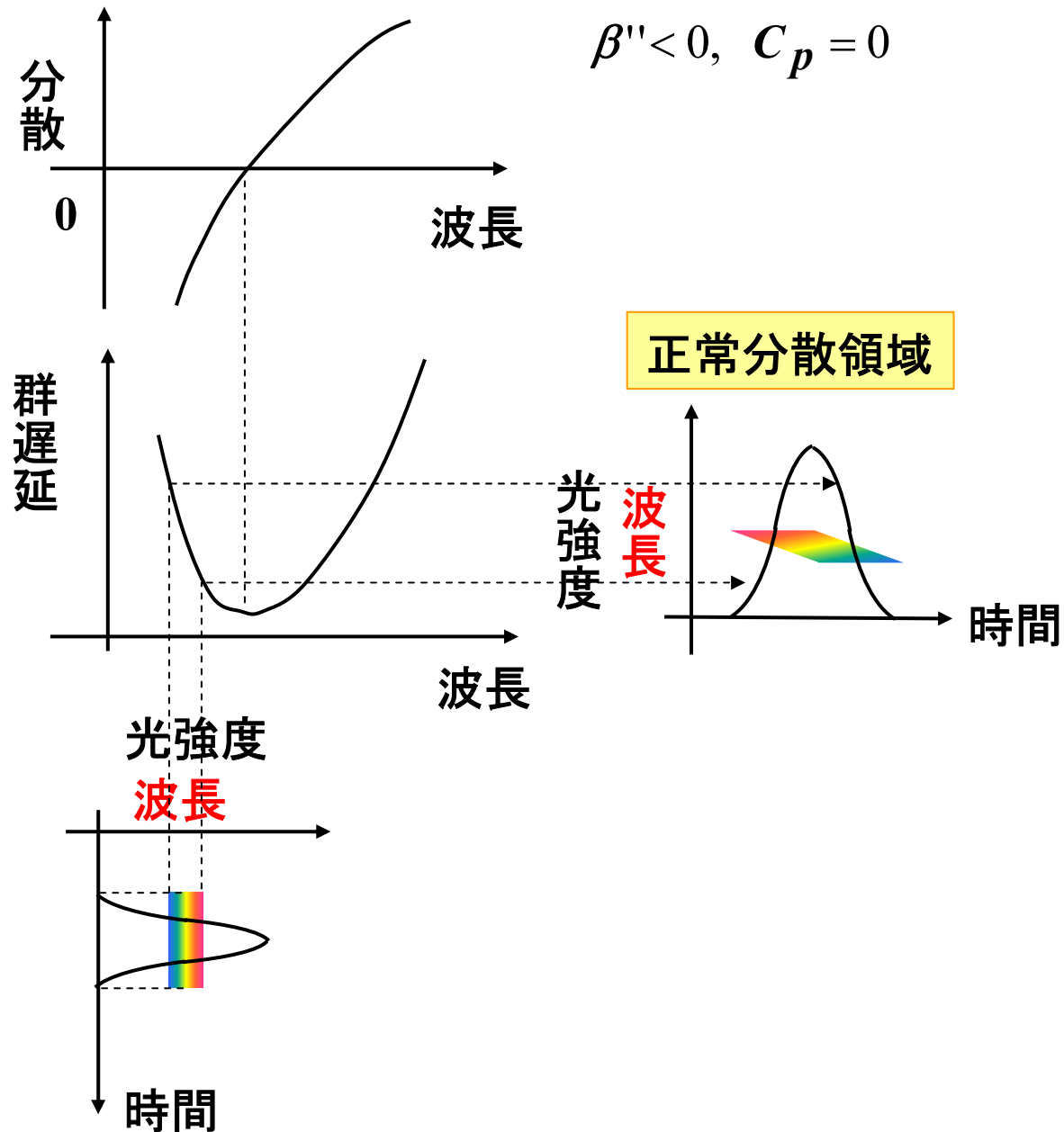
$$T_{FWHM} = T_0 \sqrt{\left(1 - 4(\ln 2) \frac{\beta'' C_p z}{T_0^2}\right)^2 + \left(4(\ln 2) \frac{\beta'' z}{T_0^2}\right)^2} \quad (4.21)$$



チャープの符号と大きさによりパルス幅の拡がり方が異なる。

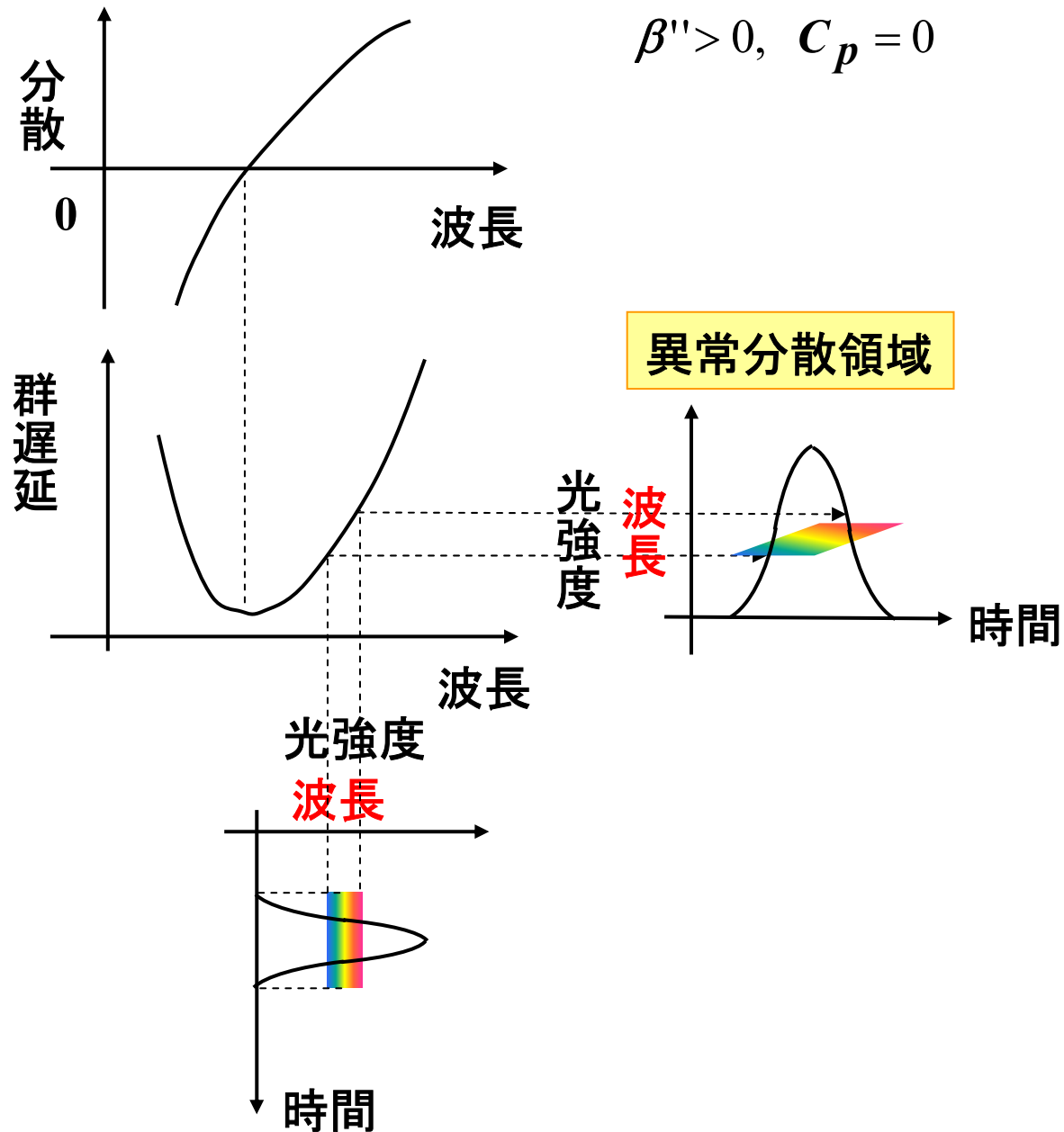
$$\begin{cases} \beta'' C_p > 0 & : T_{FWHM} \text{ は一旦減少し、極小値を経て拡大} \\ \beta'' C_p < 0 & : T_{FWHM} \text{ は単調増加} \end{cases}$$

波形拡がりとチャープングとの関係の解釈 (Transform-limited pulseの場合(1))

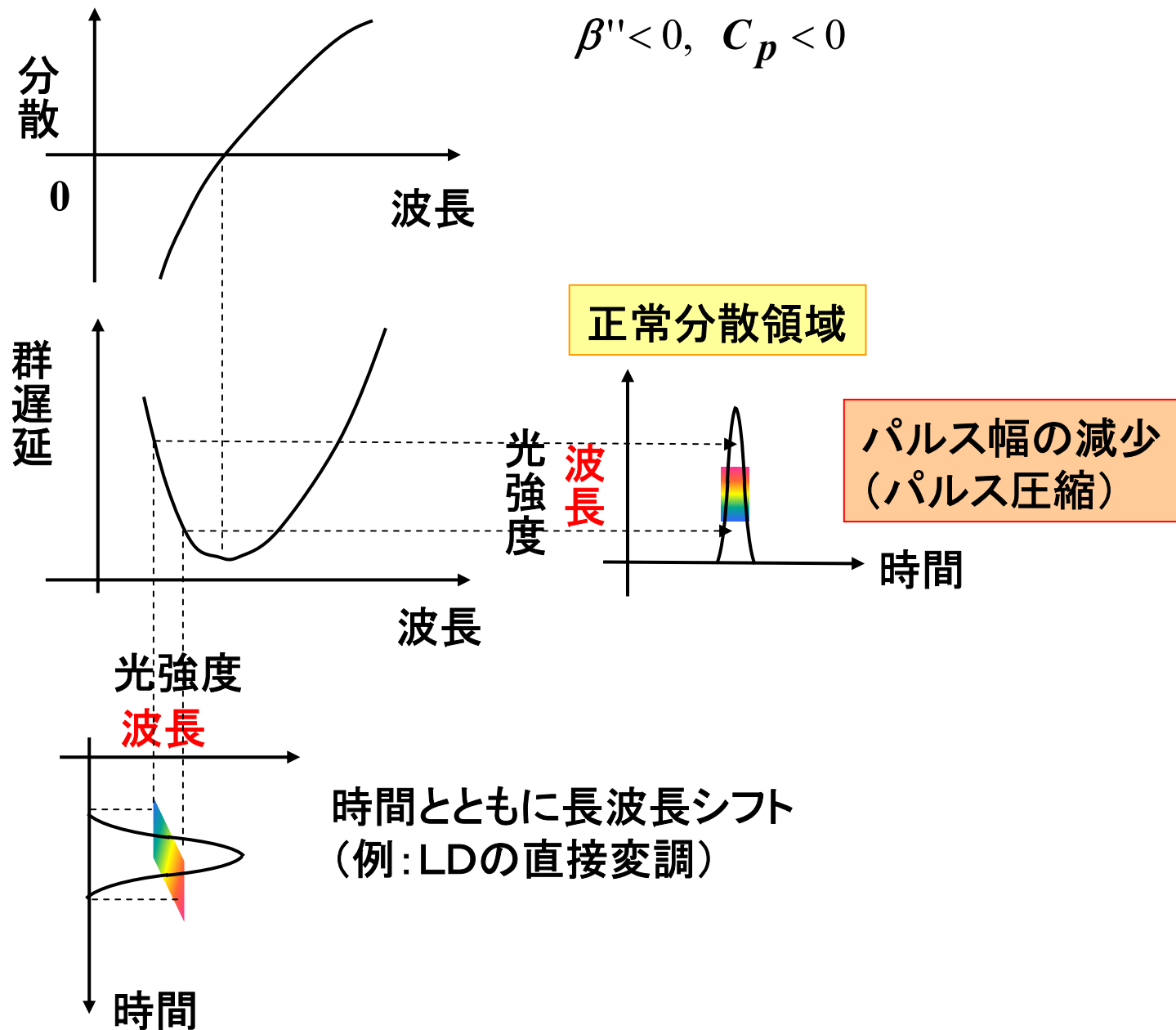


波形拡がりとチャープングとの関係の解釈 (Transform-limited pulseの場合(2))

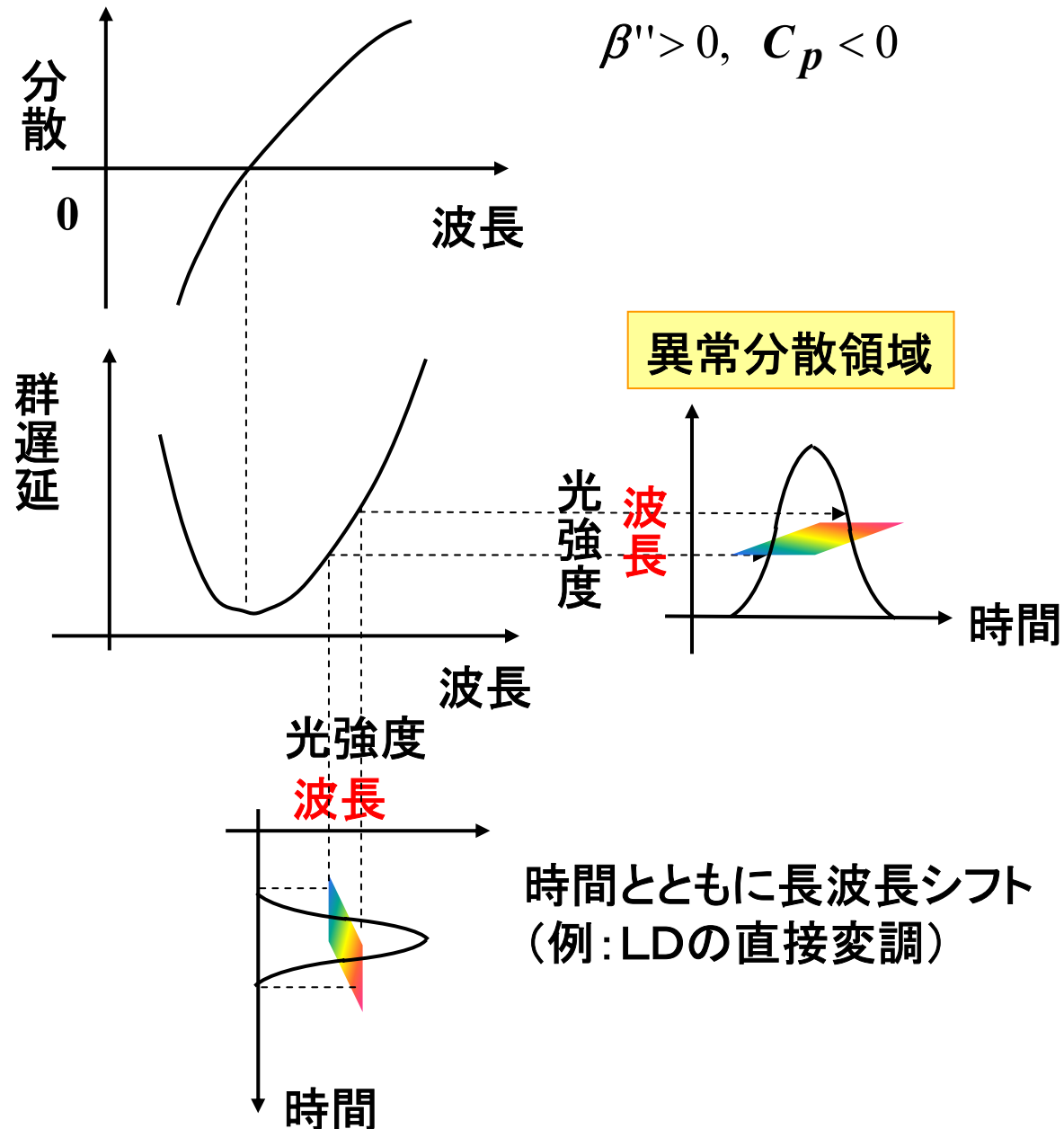
$$\beta'' > 0, C_p = 0$$



波形拡がりとチャープの関係の解釈 (チャープのあるパルスの場合(1))



波形拡がりとチャープの関係の解釈 (チャープのあるパルスの場合(2))

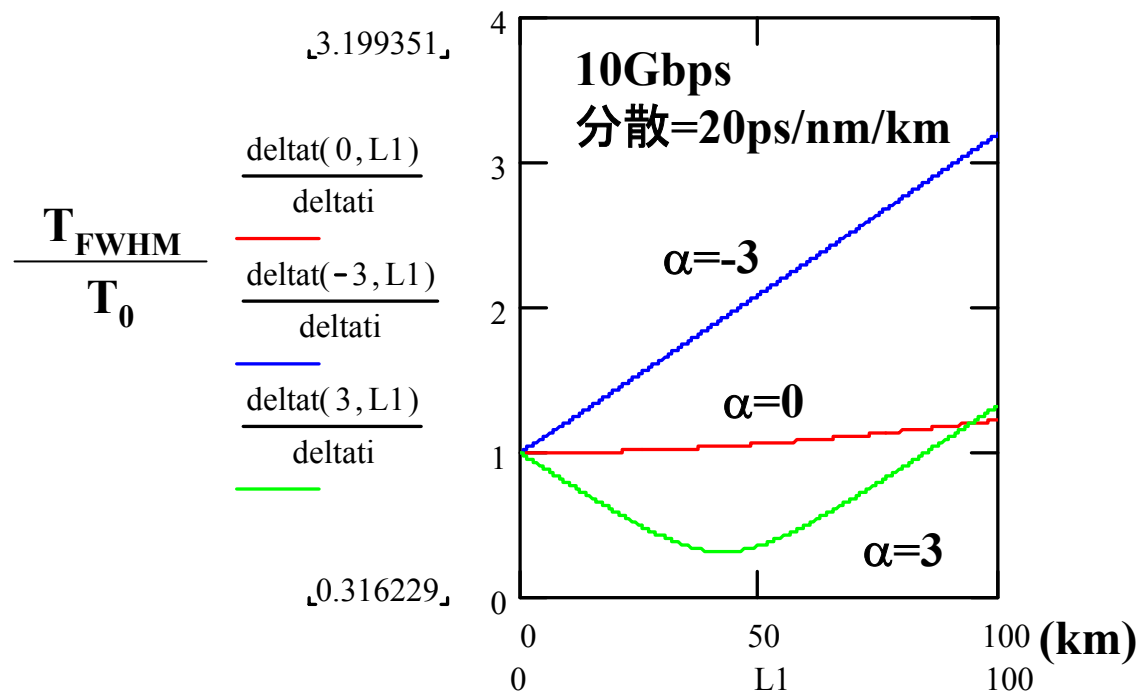


(参考)

K. Hagimoto and K. Aida, J. Lightwave Technol., vol.6, No.11, pp.1678-1685 (1988).

$$\Delta t^2 = (\Delta t_i - \alpha \cdot \frac{2 \ln 2}{\pi} \cdot \frac{1}{\Delta t_i} \cdot \frac{\lambda^2}{c} \cdot m \cdot L)^2 + (\frac{2 \ln 2}{\pi} \cdot \frac{1}{\Delta t_i} \cdot \frac{\lambda^2}{c} \cdot m \cdot L)^2$$

(Δt_i :初期状態のパルス幅、 α : α パラメータ、 m :分散(ps/nm/km単位)、 L :伝送距離)



(4.18)において $4 \ln 2 \frac{\beta'' z}{T_0^2} \gg 1$ のとき、

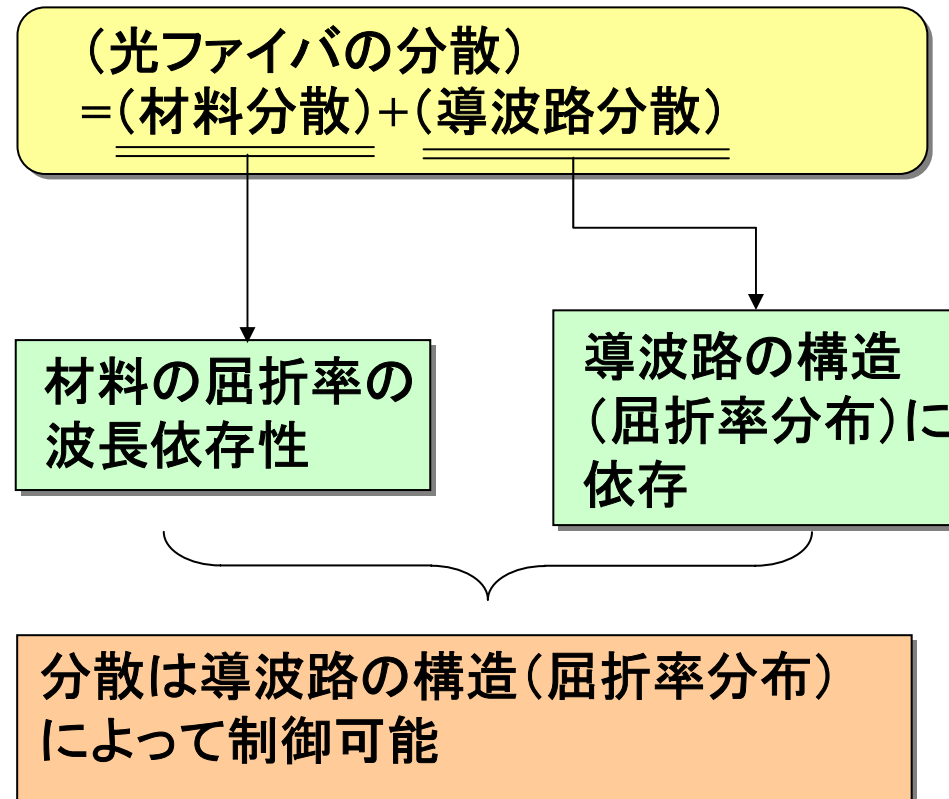
$$T_{FWHM} \approx \frac{4(\ln 2) \beta'' z}{T_0} = \beta'' z \Delta \omega = 2\pi \beta'' z \Delta \nu \quad (4.22)$$

➡ $T_{FWHM} = \delta \tau$, $z = L$, $2\pi \Delta \nu = \Delta \omega$ において、

$$\delta \tau = L \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \left(\omega \frac{d^2 \beta}{d \omega^2} \right)_{\omega=\omega_0} = -\frac{L}{c} \frac{\delta \lambda}{\lambda_0} \left(k \frac{d^2 \beta}{d k^2} \right)_{\lambda=\lambda_0} \quad (4.23)$$

(波長分散の計算の時に使用する式)

光ファイバの波長分散



『光通信工学(1)』
羽鳥 光俊、青山 友紀 監修
(コロナ社)より

光ファイバの分散の計算(1)

(4.9)の群遅延をテーラー級数展開して、

$$\tau(\omega) = L \frac{d\beta}{d\omega} = L \left[\frac{d\beta}{d\omega} \Big|_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \Big|_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \cdots \right] \quad (4.24)$$

(4.24)を規格化伝搬定数 b , V パラメータで表現する。

$\beta = k[n_1^2 b + n_2^2 (1-b)]^{1/2}$ と表して、

$$\tau = \frac{L}{v_g} = L \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{L}{c} \frac{d\beta}{dk} = \frac{L}{c} \frac{[n_2 N_2 + (n_1 N_1 - n_2 N_2)(b + \frac{1}{2} V \frac{db}{dV})]}{[n_2^2 + (n_1^2 - n_2^2)b]^{1/2}} \quad (4.25)$$

ただし、

$$N_i = n_i + k \frac{dn_i}{dk} \Big|_{\omega=\omega_0} = n_i - \lambda \frac{dn_i}{d\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_0} \quad (4.26)$$

(群屈折率または実効屈折率)

※注: 分散方程式から求められる伝搬定数に基づく等価屈折率とは異なる。波長依存性を含んだ値。

光ファイバの分散の計算(2)

弱導波路近似 ($\Delta \ll 1$) が成り立つ場合、(4.25)は

$$\tau \approx \frac{L}{c} \left[N_2 + (N_1 - N_2) \frac{d(Vb)}{dV} \right] \quad (4.27)$$

$\frac{d\beta}{dk}$ を再度 k で微分して2階微分を計算し、(4.23)に代入する。

$$\begin{aligned} \delta\tau = L \delta\lambda & \left[\underbrace{\left(-\frac{1}{c\lambda_0} \right) \left\{ k \frac{dN_2}{dk} + \left(k \frac{dN_1}{dk} - k \frac{dN_2}{dk} \right) \left(b + \frac{1}{2} V \frac{db}{dV} \right) \right\}}_{\sigma_m: \text{材料分散}} \right. \\ & \left. + \underbrace{\left(-\frac{1}{c\lambda_0} \right) \frac{1}{2} \frac{(n_1 N_1 - n_2 N_2)^2}{n_2 (n_1^2 - n_2^2)} V \frac{d^2(Vb)}{dV^2}}_{\sigma_w: \text{導波路分散}} \right] \quad (4.28) \end{aligned}$$

ステップ・インデックス型ファイバにおける光閉じ込め係数 Γ は

$$\Gamma = b + \frac{1}{2}V \frac{db}{dV} = \frac{1}{2} \left[b + \frac{d(Vb)}{dV} \right] \quad (4.29)$$

材料分散 σ_m は以下で表される。

$$\sigma_m = -\frac{1}{c} \left[\Gamma \lambda \frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} + (1 - \Gamma) \lambda \frac{d^2 n_2}{d\lambda^2} \right]_{\lambda=\lambda_0} \quad (4.30)$$

セルマイヤーの式 (Sellmeir's formula)

屈折率の波長依存性

$$n^2 = 1 + \sum_{i=1}^3 \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - (l_i)^2}$$

例) SiO₂に対して以下の数値が知られている。

$$A_1 = 0.6961663$$

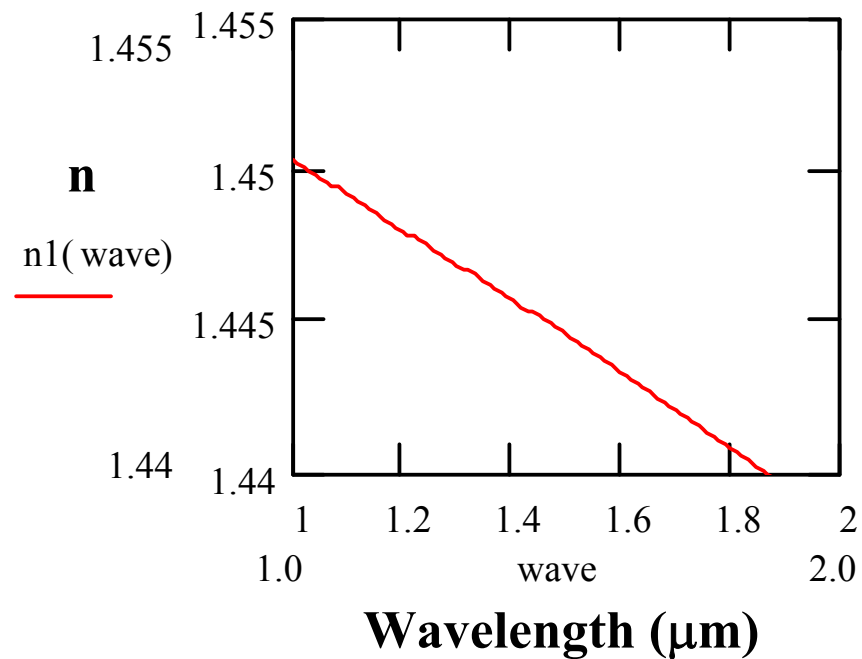
$$A_2 = 0.4079426$$

$$A_3 = 0.8997479$$

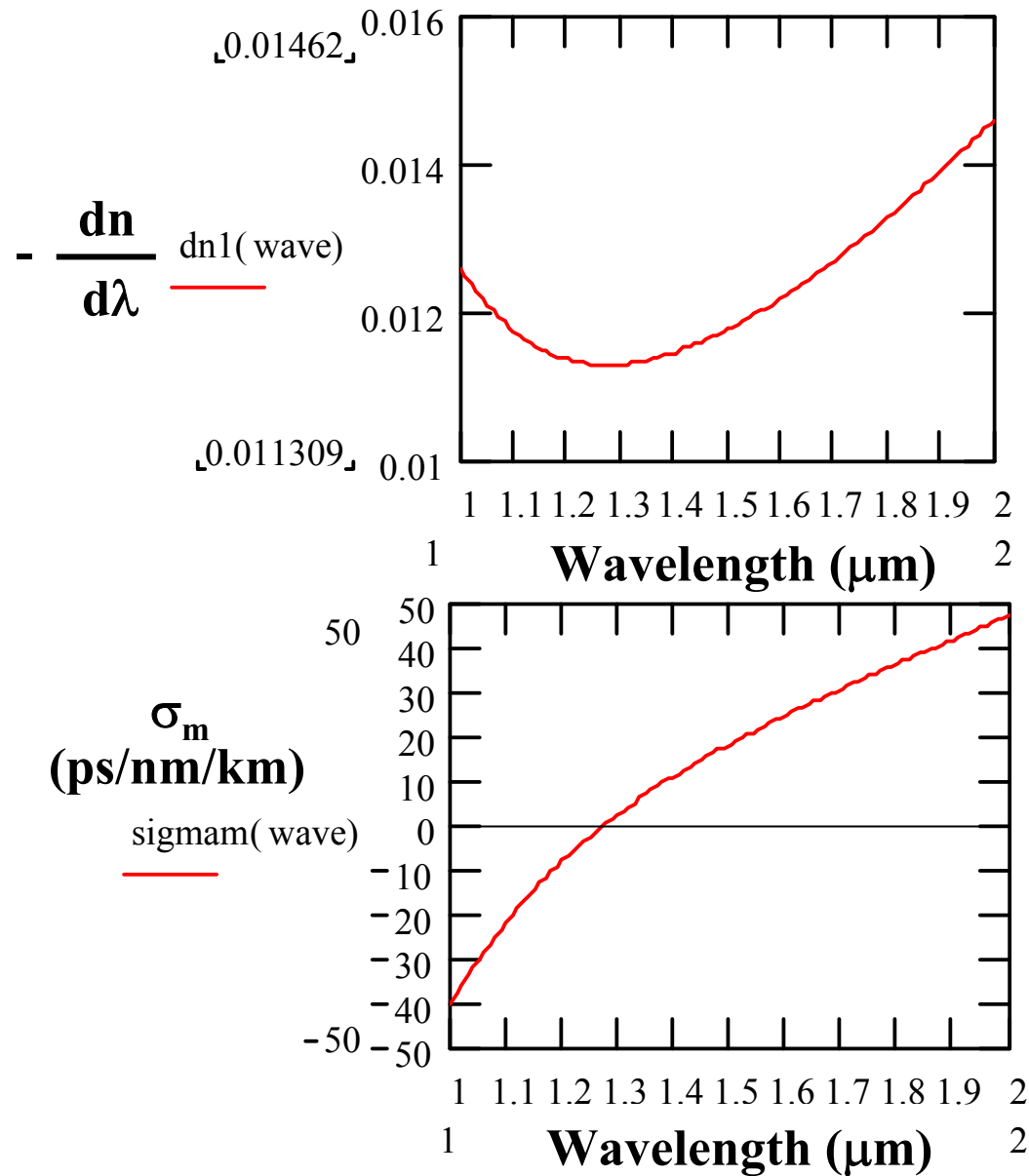
$$l_1 = 0.0684043$$

$$l_2 = 0.1162414$$

$$l_3 = 9.896161$$



材料分散の計算結果

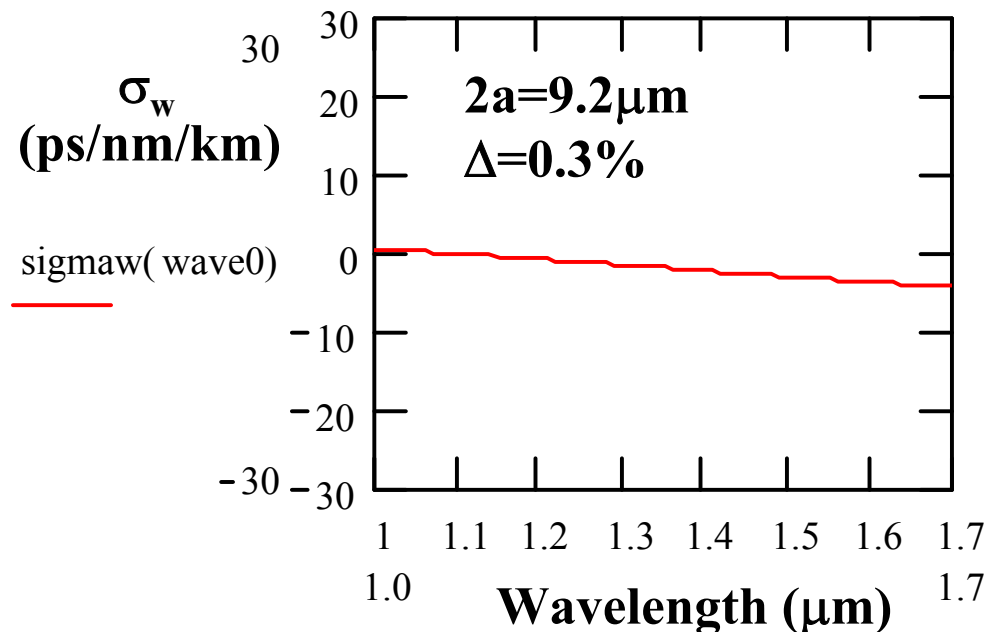


導波路分散 σ_w は、

$$\sigma_w = -\frac{1}{c\lambda_0} \frac{1}{2} \frac{(n_1 N_1 - n_2 N_2)^2}{n_2 (n_1^2 - n_2^2)} V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} \quad (4.31)$$

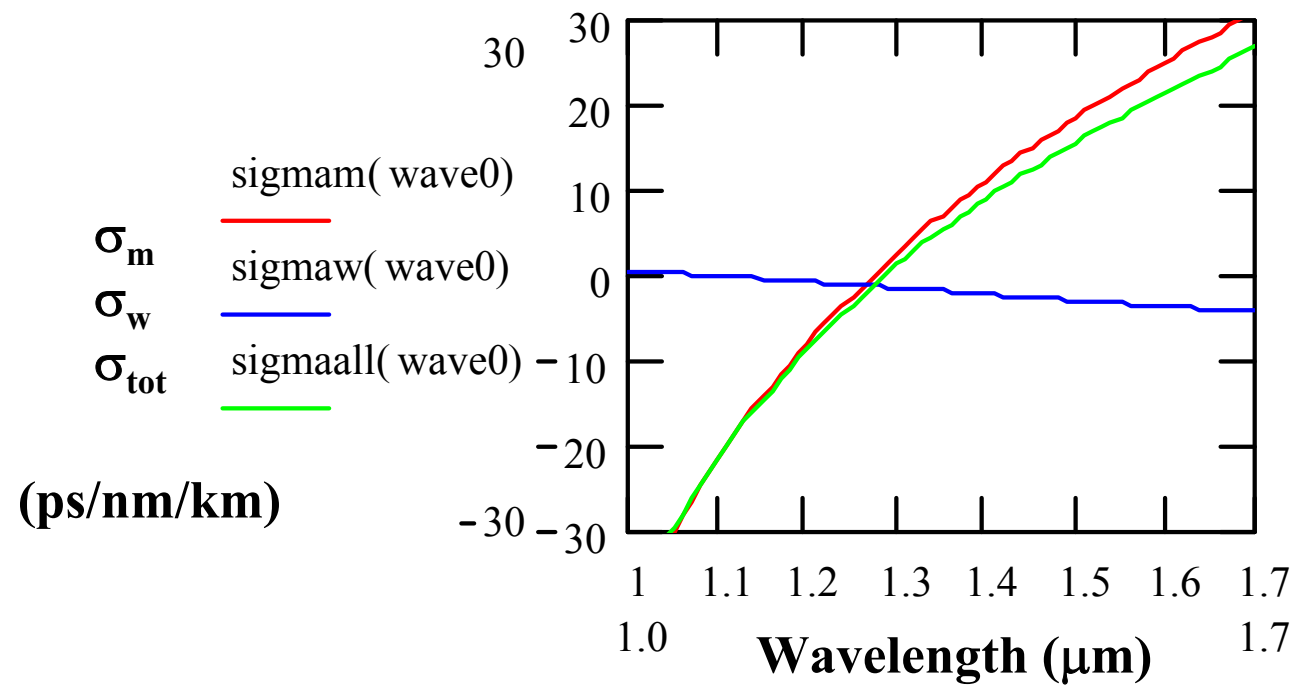
弱導波路近似($\Delta \ll 1$)が成り立つ場合は

$$\sigma_w \approx -\frac{1}{c\lambda} (N_1 - N_2) V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} \quad (4.32)$$



光ファイバの全分散

$$\sigma_{tot} = \sigma_m + \sigma_w$$



単一モード光ファイバの伝送帯域(分散制限)(1)

(4.11)(ガウス型パルスの伝送前のフーリエ変換)と(4.15)のフーリエ変換(ガウス型パルスの伝送後のフーリエ変換)を比較して、変調信号の伝達関数を求める。

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{\tau_0} \sqrt{\tau_0^2 + \frac{(2\beta''z)^2}{\tau_0^2}} \exp \left[-2 \left(\frac{2\beta''z}{\tau_0} \right)^2 \omega^2 \right] \quad (4.33)$$

(4.22)を代入

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{\tau_0} \sqrt{\tau_0^2 + \frac{(2\beta''z)^2}{\tau_0^2}} \exp \left[-\frac{\delta\tau^2}{\ln 2} \omega^2 \right] \quad (4.34)$$

(4.34)の伝達関数の値が $\omega=0$ の1/2(-3dB)になる周波数 $\Delta\nu$ (3dB帯域B)は、

$$B = \Delta\nu = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{\ln 2}{2\pi|\delta\tau|} \quad (4.35)$$

単一モード光ファイバの伝送帯域(分散制限)(2)

(4.35)をレーザの周波数幅 Δf_0 と変調周波数帯域 B の相対関係に対して場合分けして考える。

(1) 光源の周波数幅が変調周波数帯域より狭い場合 ($\Delta f_0 \ll B$:DFB-LD)

(4.35)の $\delta\tau$ は(4.22)の T_{FWHM} に等しいので、
(4.22)を(4.35)に代入して、

$$B\sqrt{L} = \frac{\sqrt{\ln 2}}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{|\beta''|}} \quad (4.36)$$

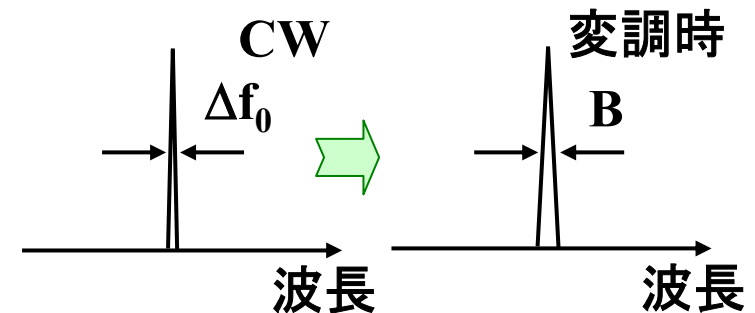
(4.22)、(4.28)より β'' を求めると、

$$\beta'' = \frac{1}{2\pi L} \frac{\delta\tau}{\Delta\nu} = \frac{1}{2\pi L} \delta\tau \left(-\frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda} \right) = \frac{1}{2\pi L} L \Delta\lambda \sigma_T \left(-\frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda} \right) = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \sigma_T \quad (4.37)$$

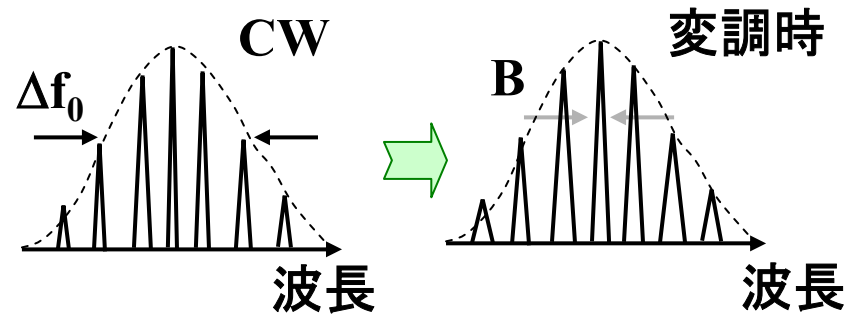
(4.37)を(4.36)に代入して、

$$B\sqrt{L} = \sqrt{\frac{\ln 2}{2\pi}} \frac{\sqrt{c}}{\lambda \sqrt{|\sigma_T|}} = \frac{181.9}{\lambda \sqrt{|\sigma_T|}} [\text{GHz} \cdot \sqrt{\text{km}}] \quad (4.38)$$

➡ 距離の平方根に帯域が制限される



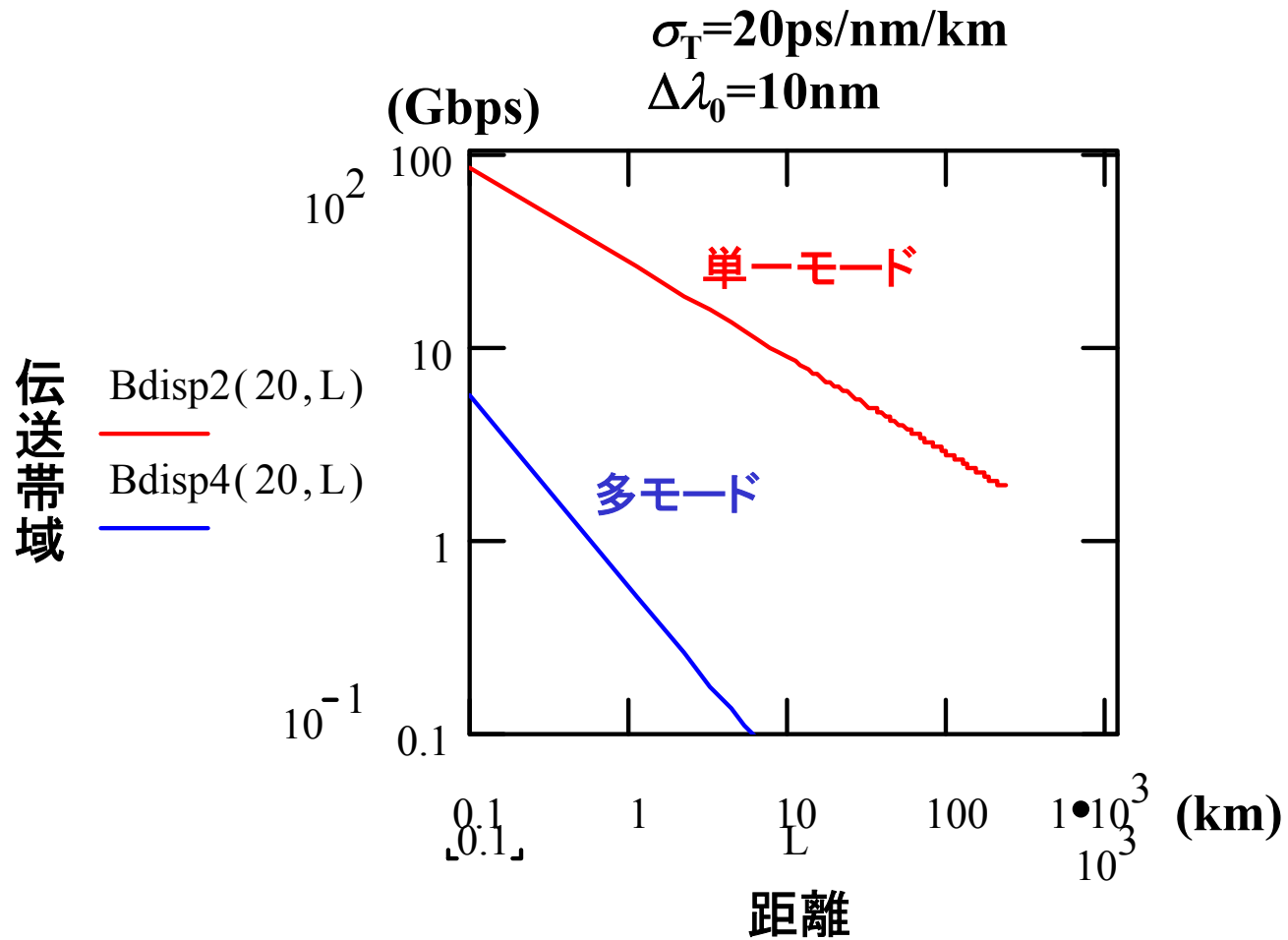
(2) 光源の周波数幅が変調周波数帯域より広い場合($\Delta f_0 > B$: FP-LD)



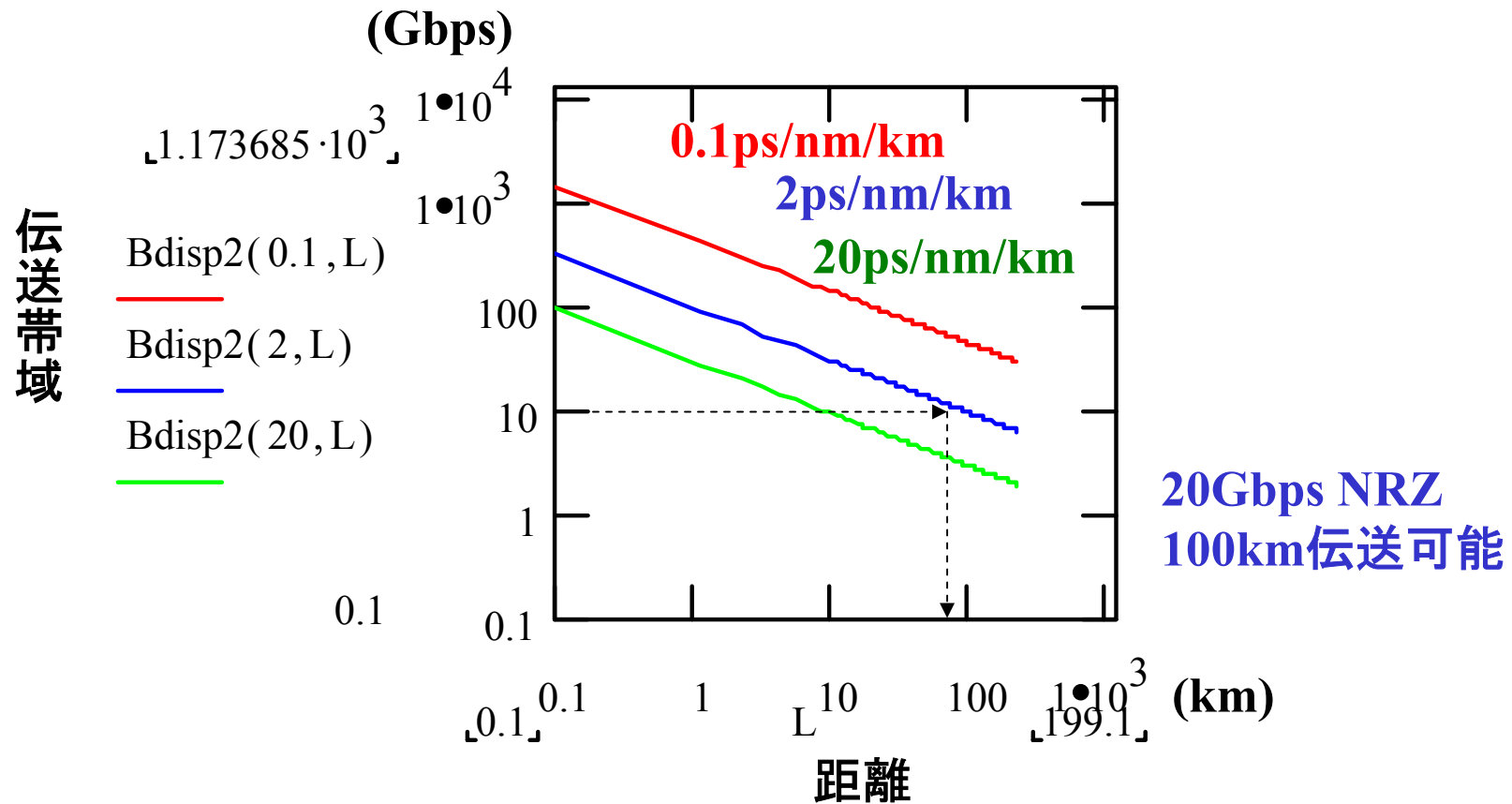
(4.28)の $\delta\lambda$ は光源のスペクトル幅 $\Delta\lambda_0$ となるので、

$$BL = \frac{\ln 2}{2\pi\Delta\lambda_0|\sigma_T|} = \frac{110.3}{\Delta\lambda_0|\sigma_T|} \quad [\text{GHz} \cdot \text{km}] \quad (\text{式 } 39)$$

単一モードと多モードの伝送特性比較



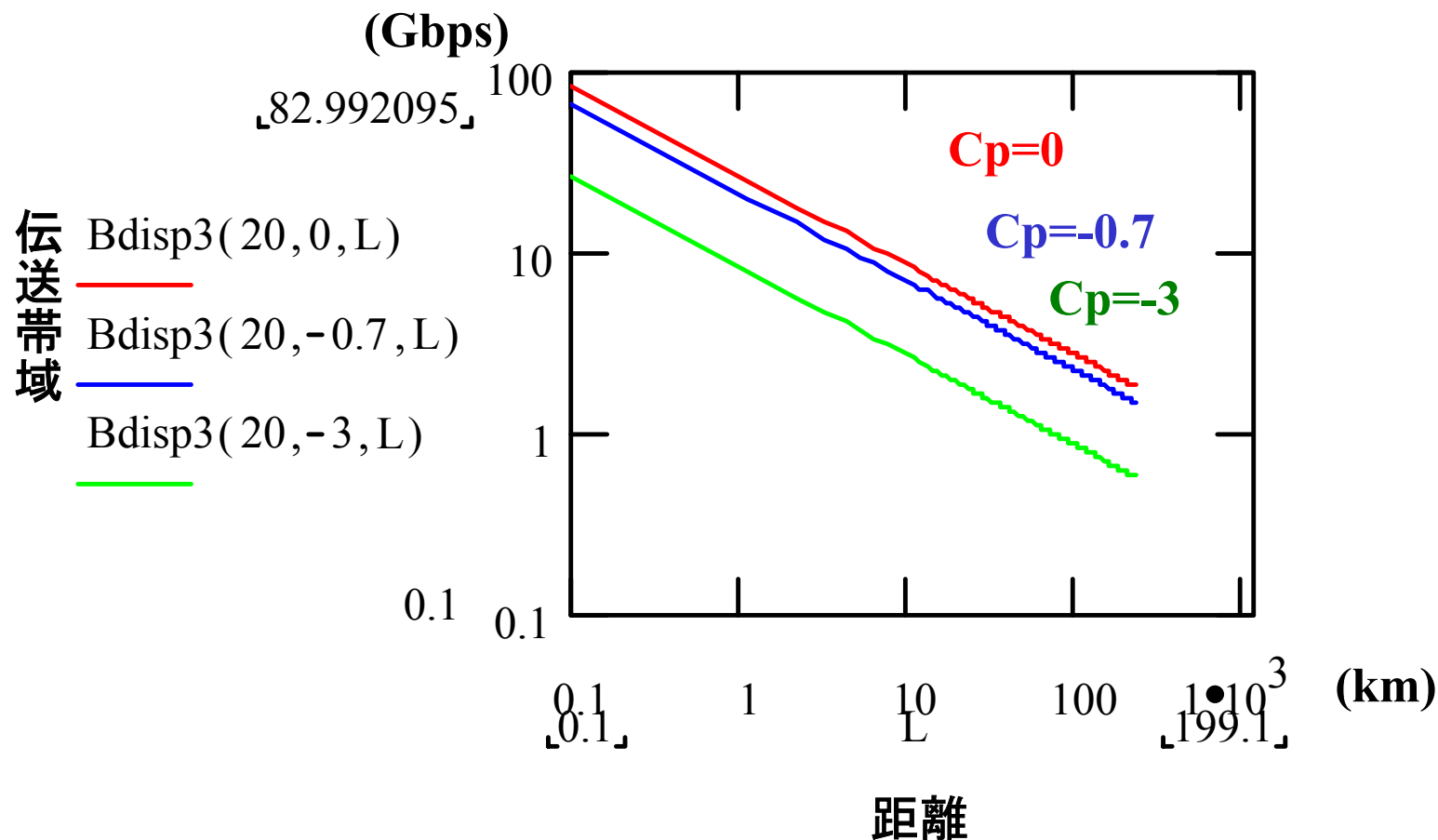
ファイバの分散依存性の解析結果



チャープによる帯域制限

信号のチャープ量依存性の解析結果

式(4.21)よりパルス幅はほぼチャープなしの場合の $\sqrt{1+C_p^2}$ 倍
(帯域は $\sqrt{1+C_p^2}$ 分の1)



2007年度
光通信システム

チャープによるパルス拡がりの解析例 (直接変調)

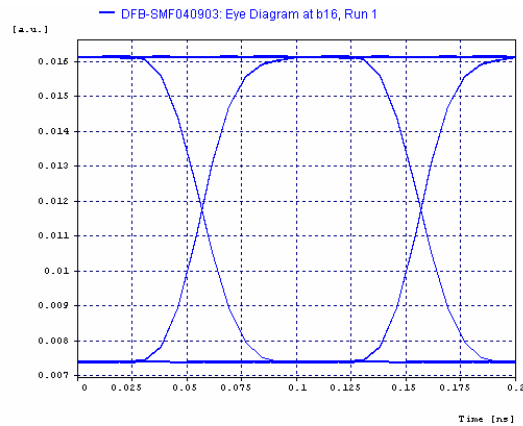
DFB

チャープ量: 20GHz(レッドシフト)

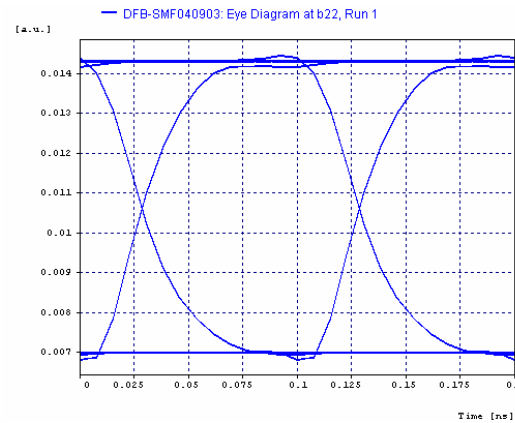
SMF(分散16ps/nm/km @ 1550nm)

PD

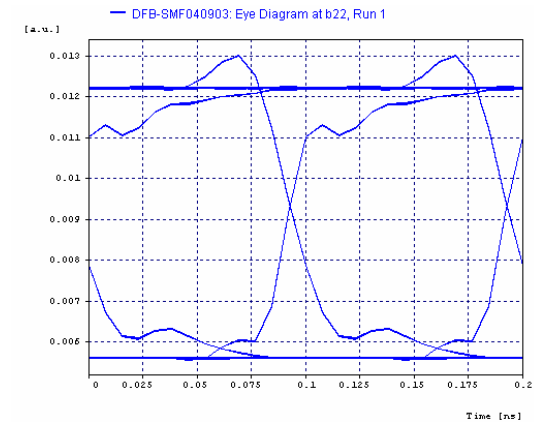
10Gbps
Back-to-Back



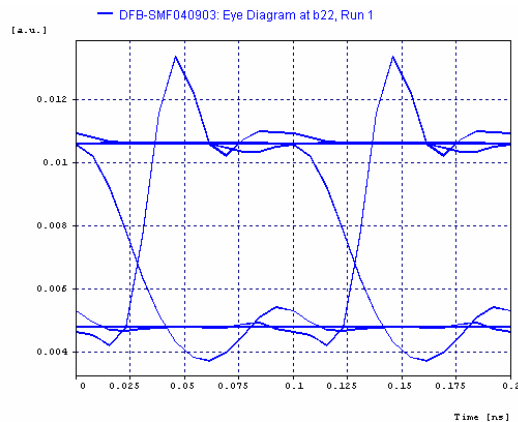
2km



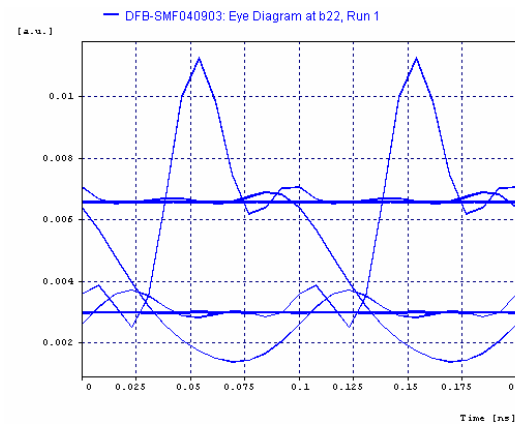
5km



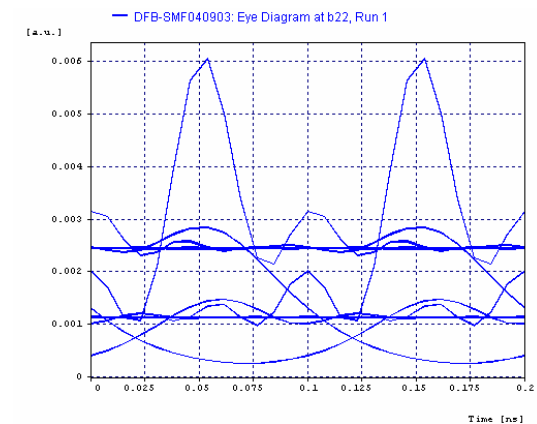
10km



20km



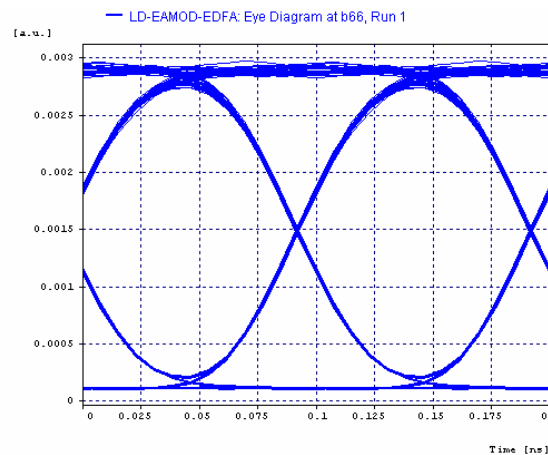
40km



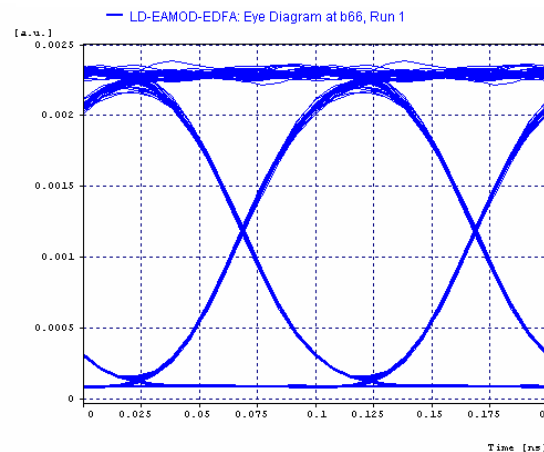
チャープによるパルス拡がりの解析例 (外部変調)



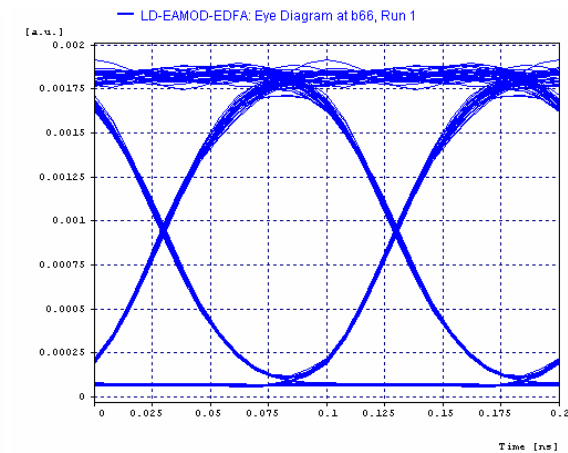
10Gbps
Back-to-Back



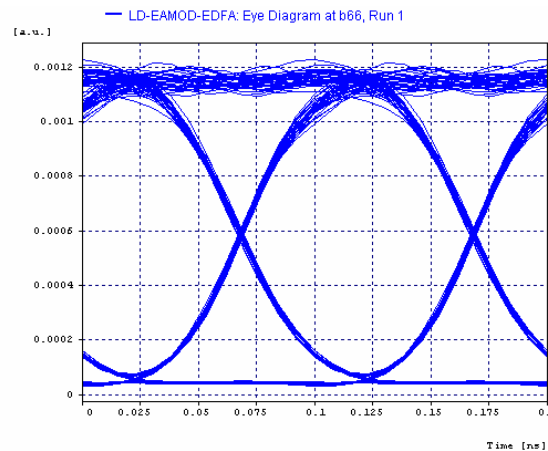
5km



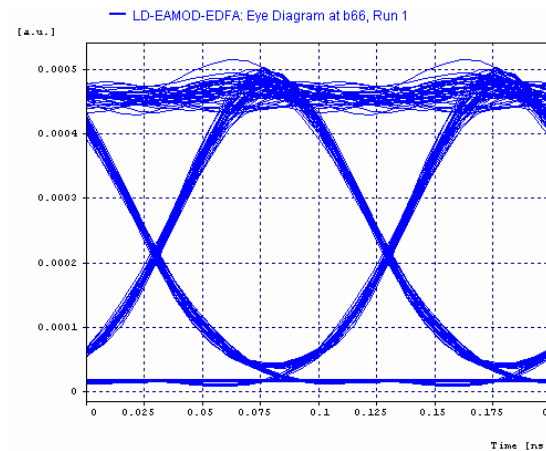
10km



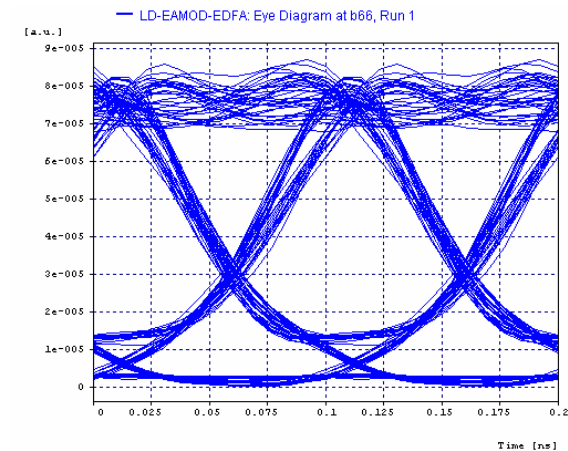
20km



40km



80km



分散シフトファイバによる波形広がり抑制効果

DFB/EA

DSF (分散-2ps/nm/km)

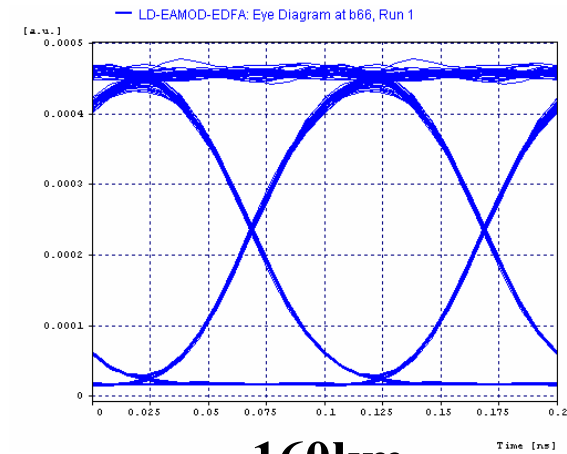
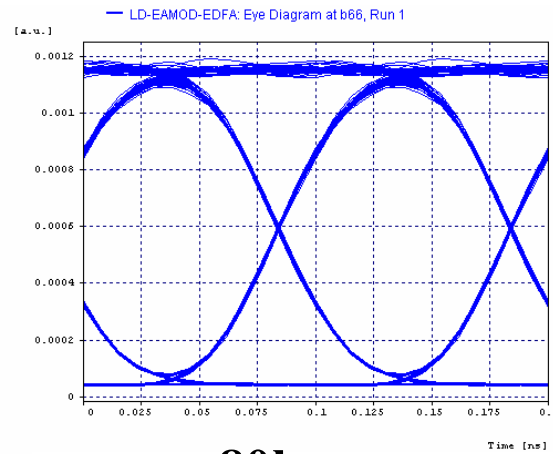
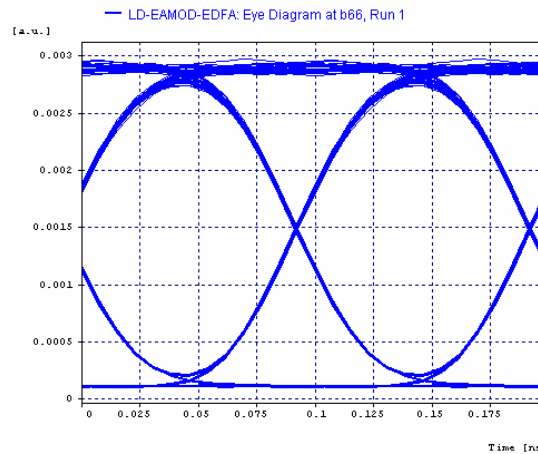
チャープ量: 4GHz (ブルーシフト)

PD

Back-to-Back

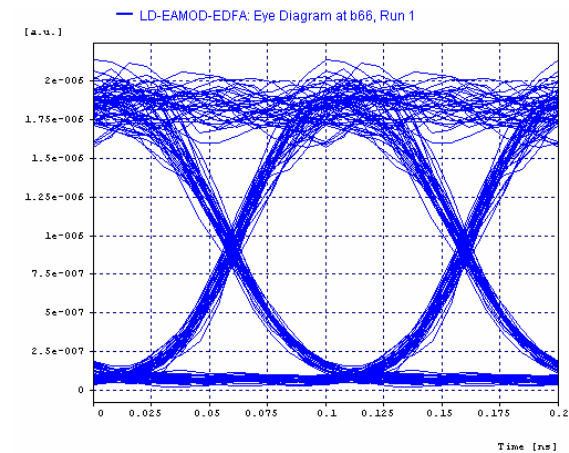
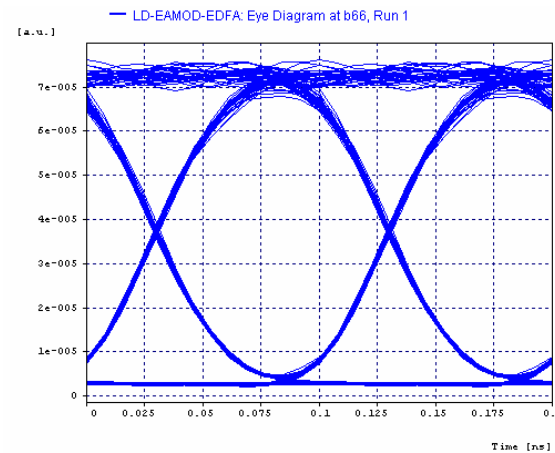
20km

40km

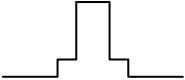


80km

160km



分散シフトファイバ仕様

タイプ	屈折率分布	電界分布	$A_{\text{eff}} (\mu\text{m}^2)$ @ 1550nm	MFD (μm) @ 1550nm	波長分散 (ps/nm/km)	分散スロープ (ps/nm ² /km) @ 1550nm
標準SMF			80~85	10	+17	0.06
階段型 DSF			40~50	7.5~8.5	-5~+5	0.07~0.1

第5章

光送信器と光受信器の技術

2007年5月28日(月)

1. 光送信器

1-1 送信器の基本構成

1-2. 送信器の動作原理

● 半導体レーザ

● 変調器(電界吸収型・電界効果型)

1-3. 各種変調方式

1-4. 送信器の実例

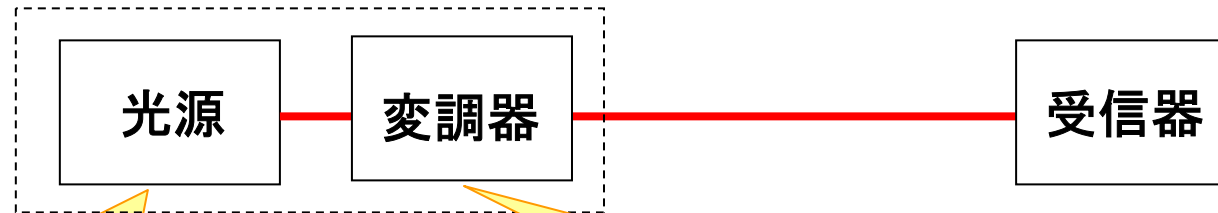
2. 光受信器

2-1 受信器の基本構成

2-2 受信器の実例

信号伝送における送信の役割

送信器

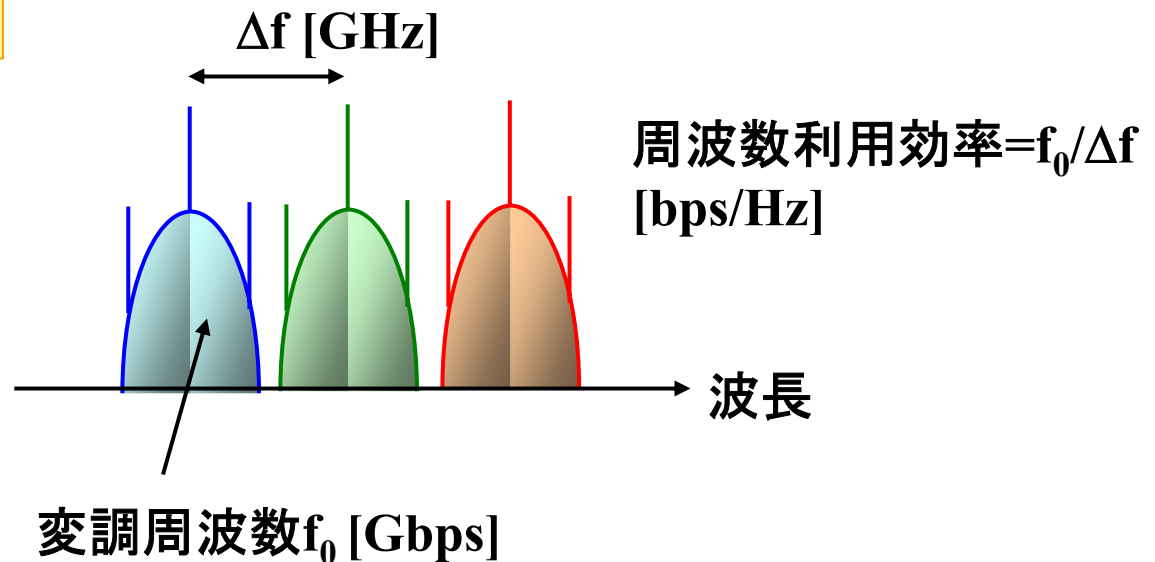


半導体レーザ(LD)

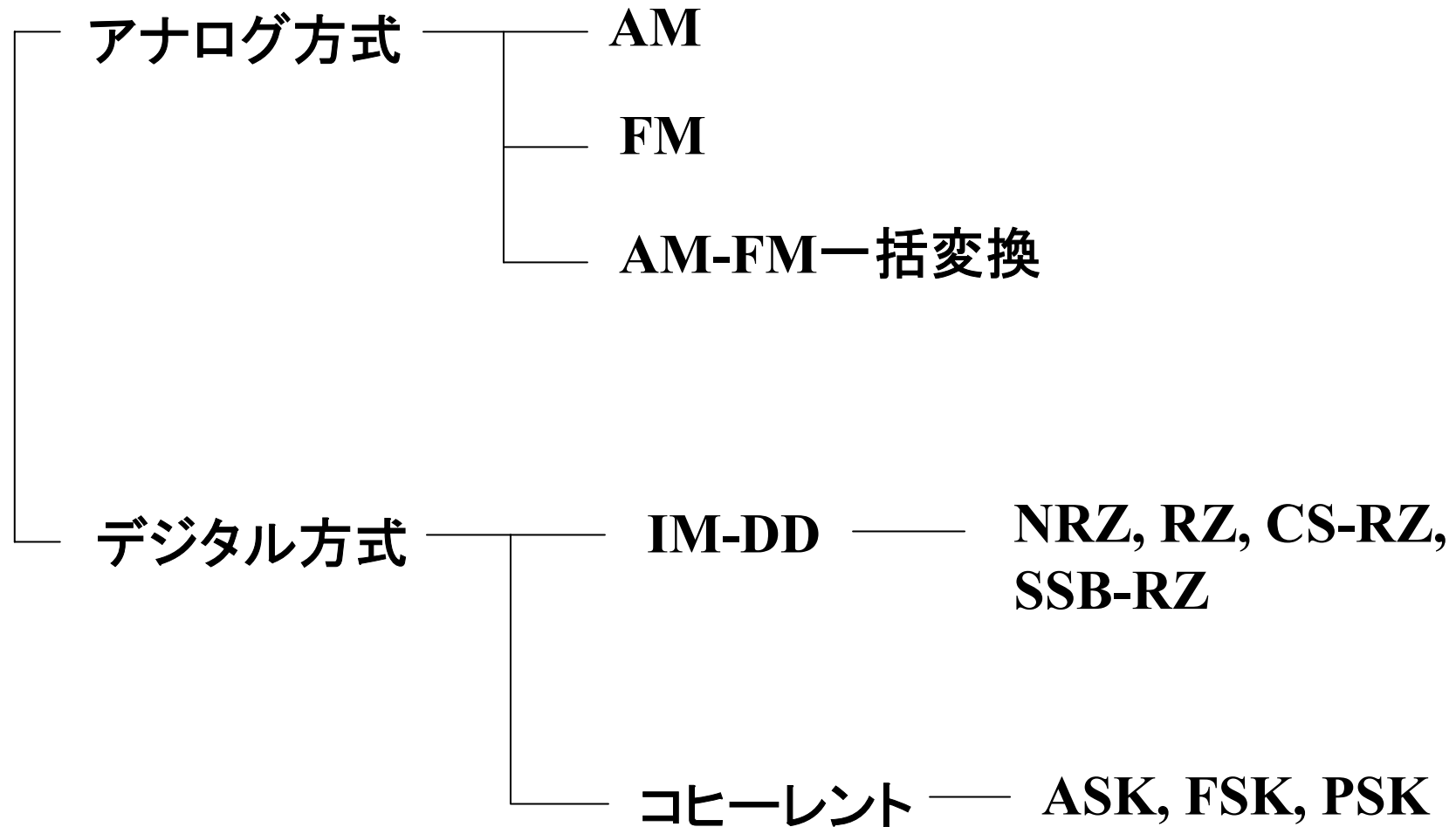
- ・必要なパワーを与える
- ・高周波数の搬送波 (約190THz)

変調器

- ・符号化により情報伝達

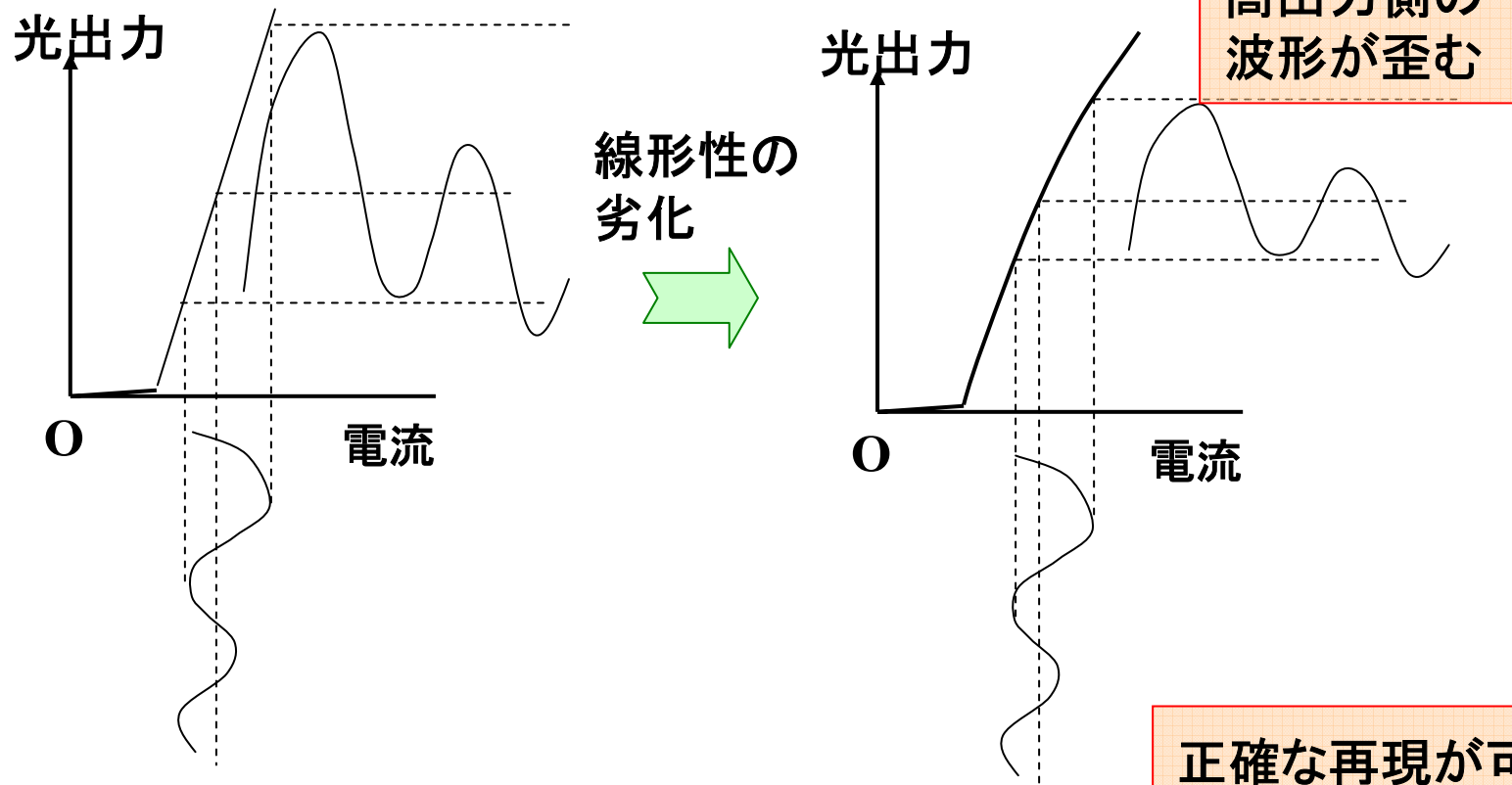


アナログ方式とデジタル方式

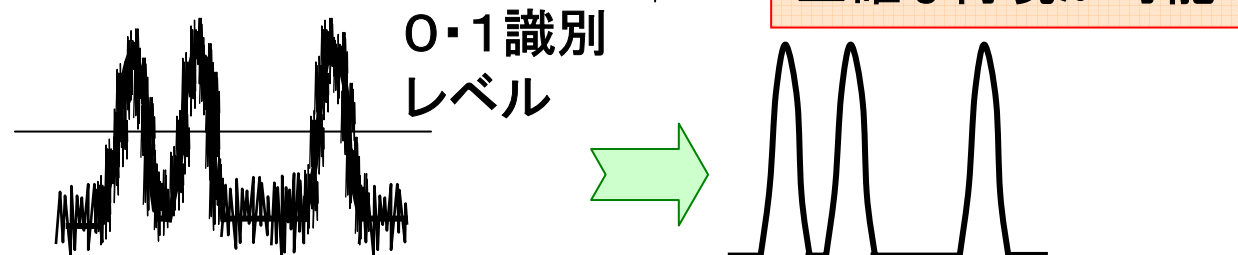


デジタル方式の利点

アナログ方式



デジタル方式



光信号の変調方式の種類

