

第4回

IP電話の仕組み / 光ファイバのモード特性(1)

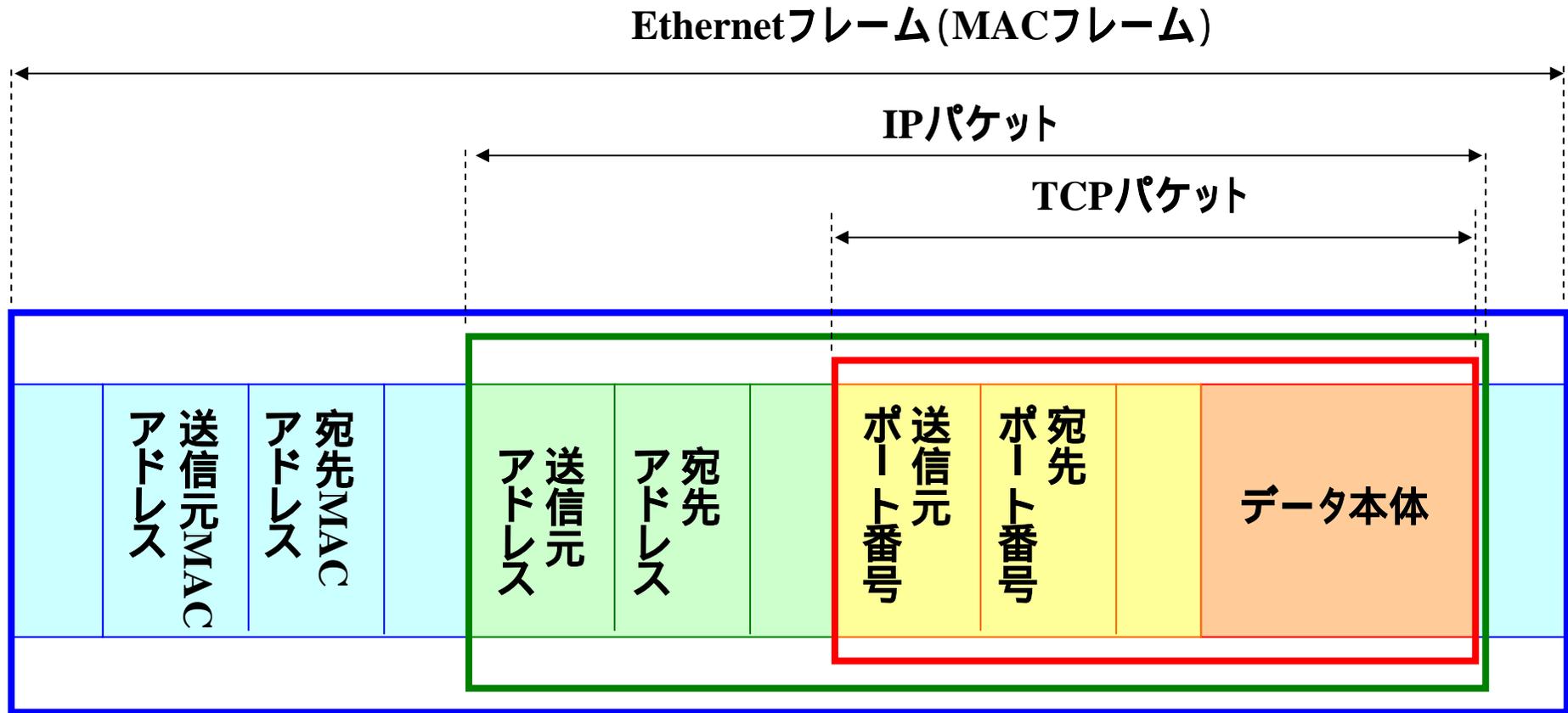
2007年5月14日(月)

**資料中、著作権にかかわる資料は意図的に
削除しておりますことをご承知置きください。**

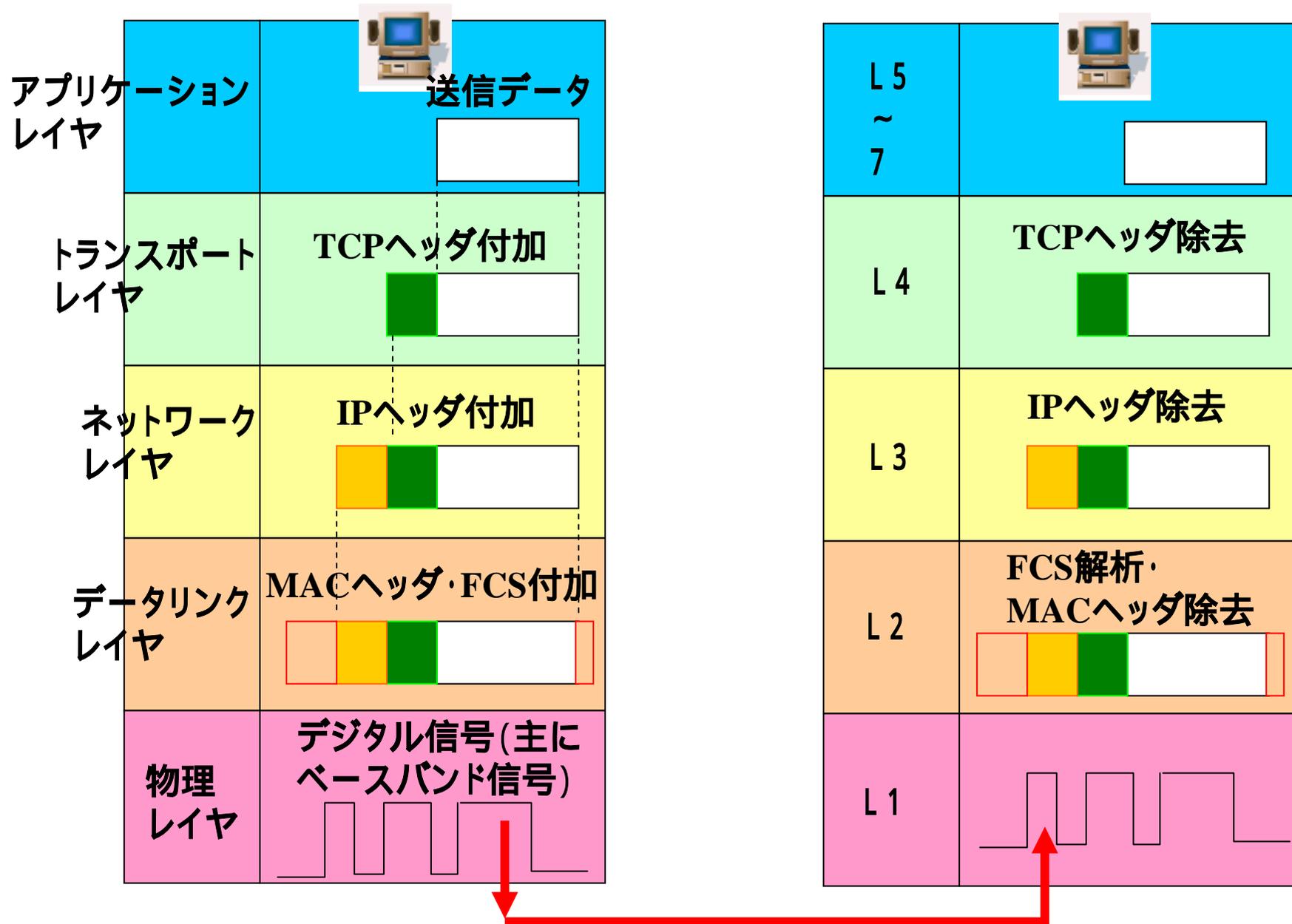
参考文献は明記しておりますのでご参照ください。

インターネットのパケットに ついて復習しよう

IPパケットの構成



IPパケットにラベルを付加する仕組み



MACヘッダの構成

64 ~ 1518バイト(有効フレームの範囲)
ただしGbEでは最後にキャリア・エクステンションが加わり
512 ~ 8192バイト

8バイト	6バイト	6バイト	2バイト	46 ~ 1500バイト	4バイト
プリアンブル / SFD	宛先MAC アドレス	送信元MAC アドレス	Type/ Length	ユーザ送信 データ (PAD)	FCS

64ビット(8バイト)

プリアンブル:同期用のビット。 10101010.....10101011

SFD(8ビット)

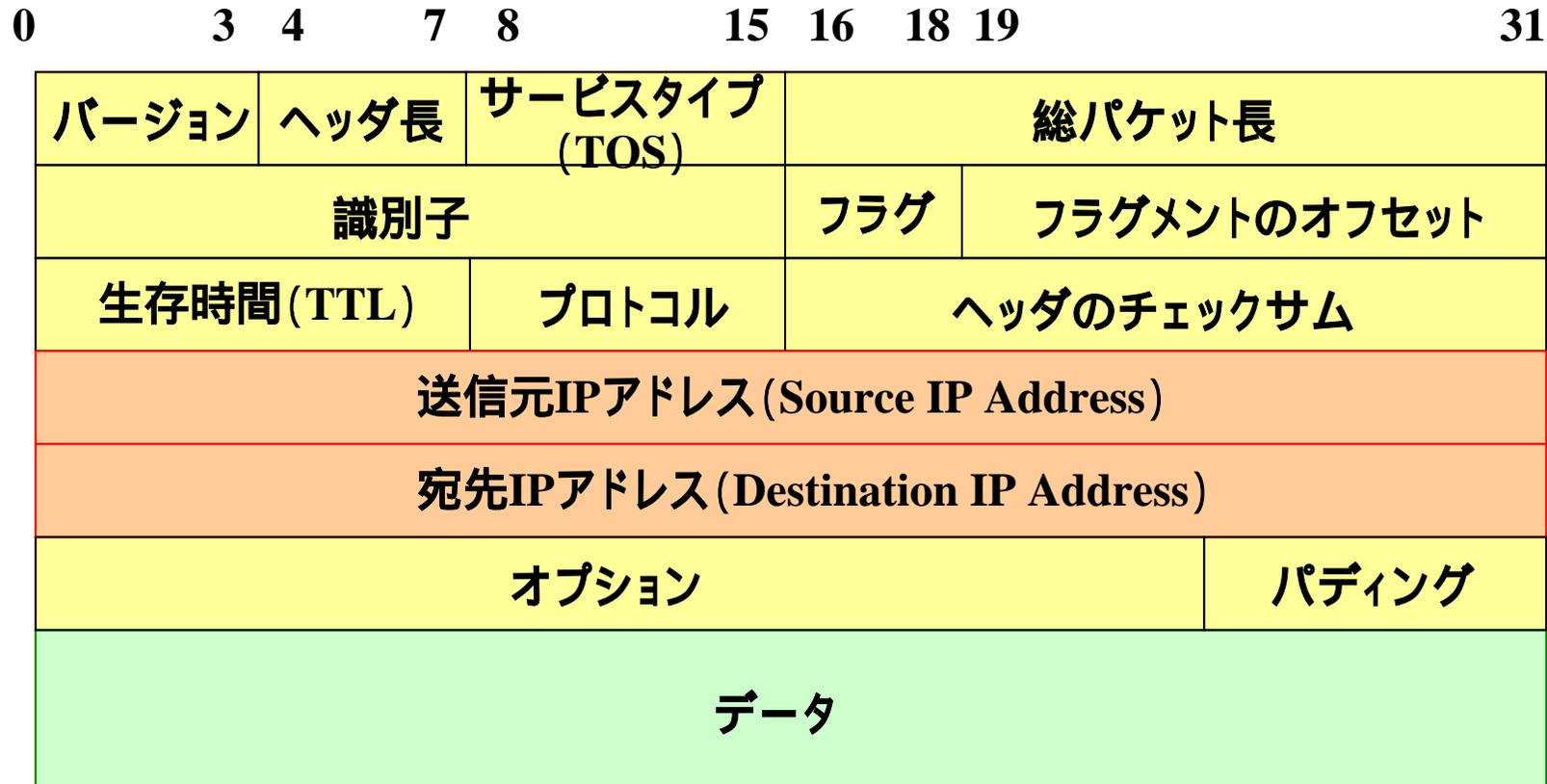
Type / Length : 値1500以下の場合にはLength 解釈(IEEE802.3/T)。

1536以上の場合にはType解釈(Ethernet)。

PAD: Padding Bit。 データ長の調整用ビット(32ビット単位になるよう)。

FCS: Frame Check Sequence。 フレームの検査用ビット。

IPヘッダの構成

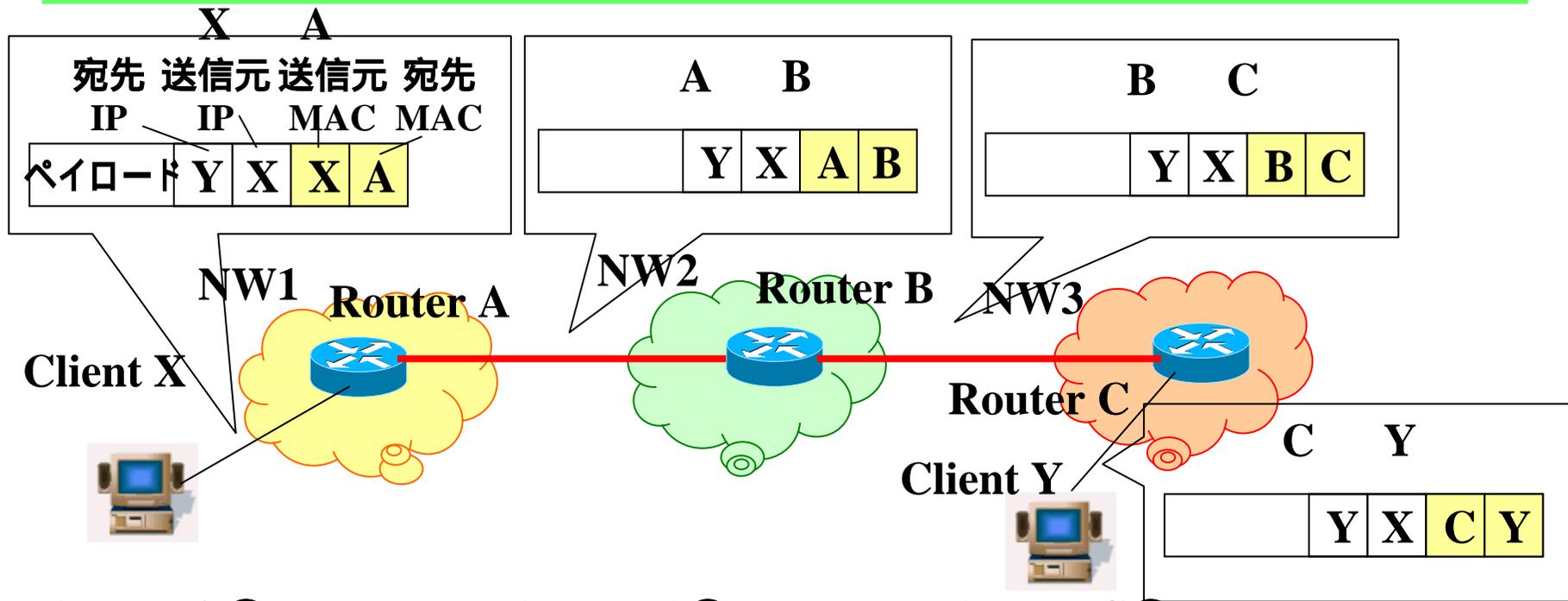


32ビット(4バイト) × 6 = 192ビット(24バイト)

TCPヘッダの構成



IPパケット転送の手順



Router Aの
ルーティングテーブル

宛先	ネクスト ホップ
NW1	Router A
NW2	Router B
NW3	Router B

Router Bの
ルーティングテーブル

宛先	ネクスト ホップ
NW1	Router A
NW2	Router B
NW3	Router C

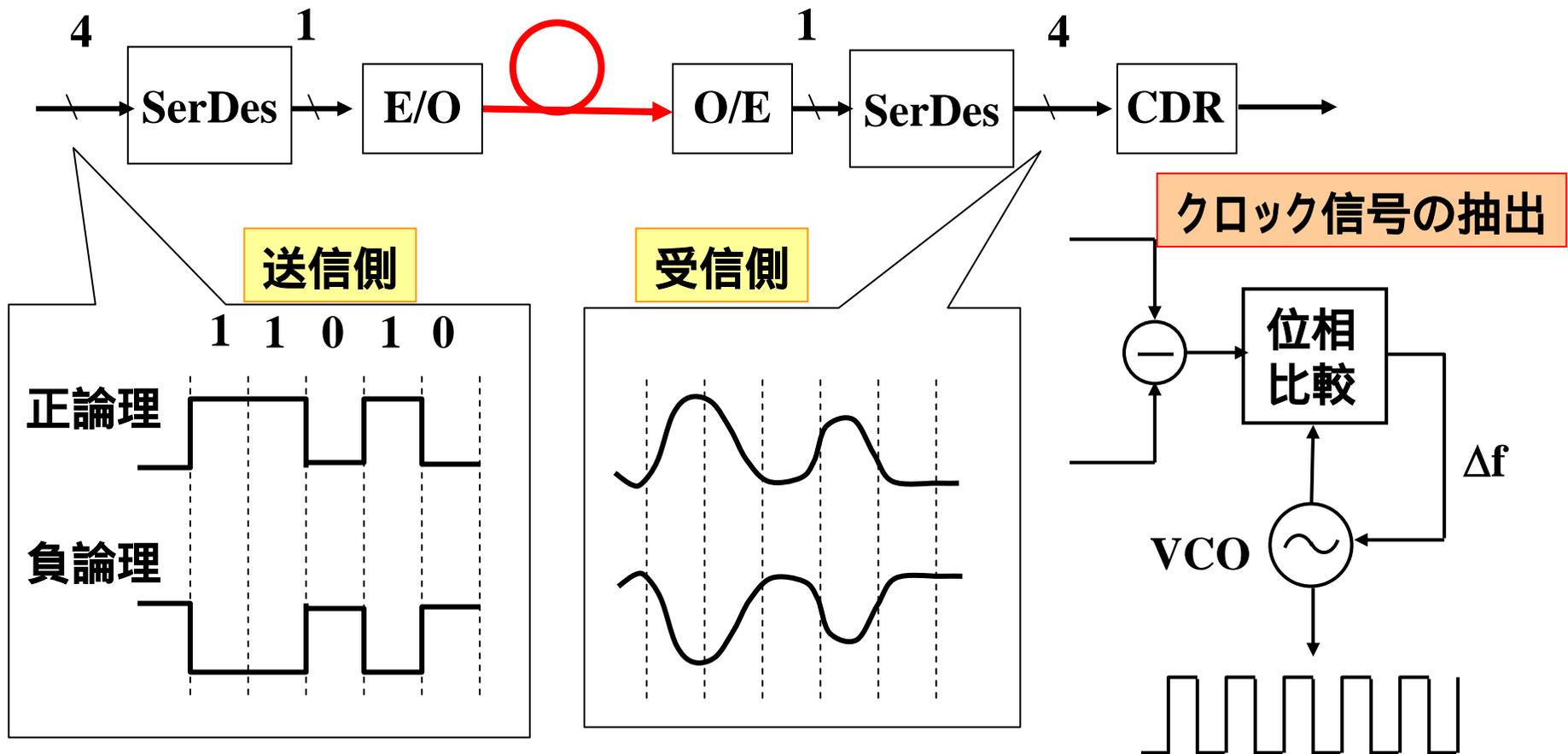
Router Cの
ルーティングテーブル

宛先	ネクスト ホップ
NW1	Router B
NW2	Router B
NW3	Router C

パケットの同期の方法

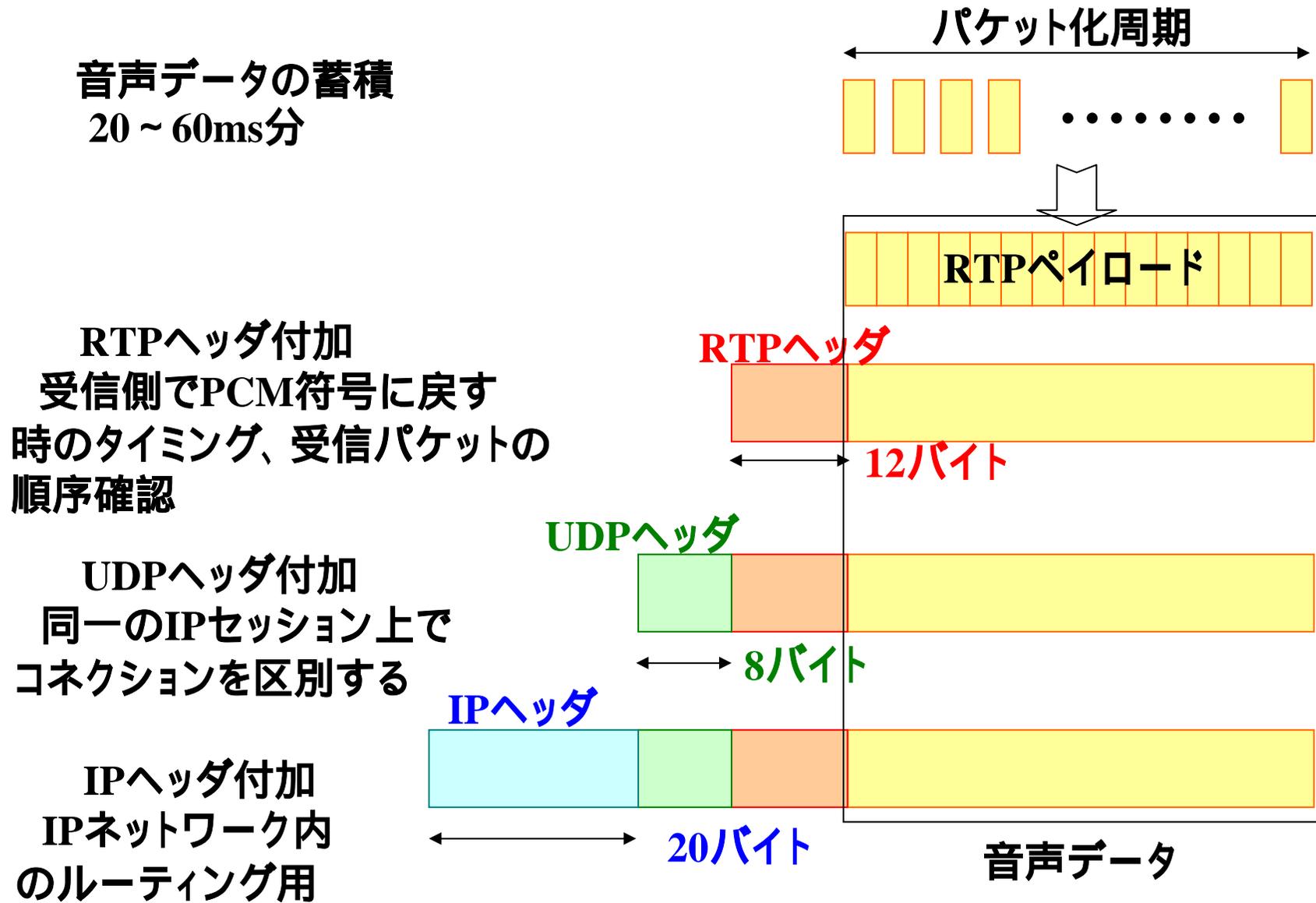
先頭のプリアンブルで
ビットごとの同期(ビット
同期)を行う

受信シリアル信号から生成
された4レーン平行の
差動信号



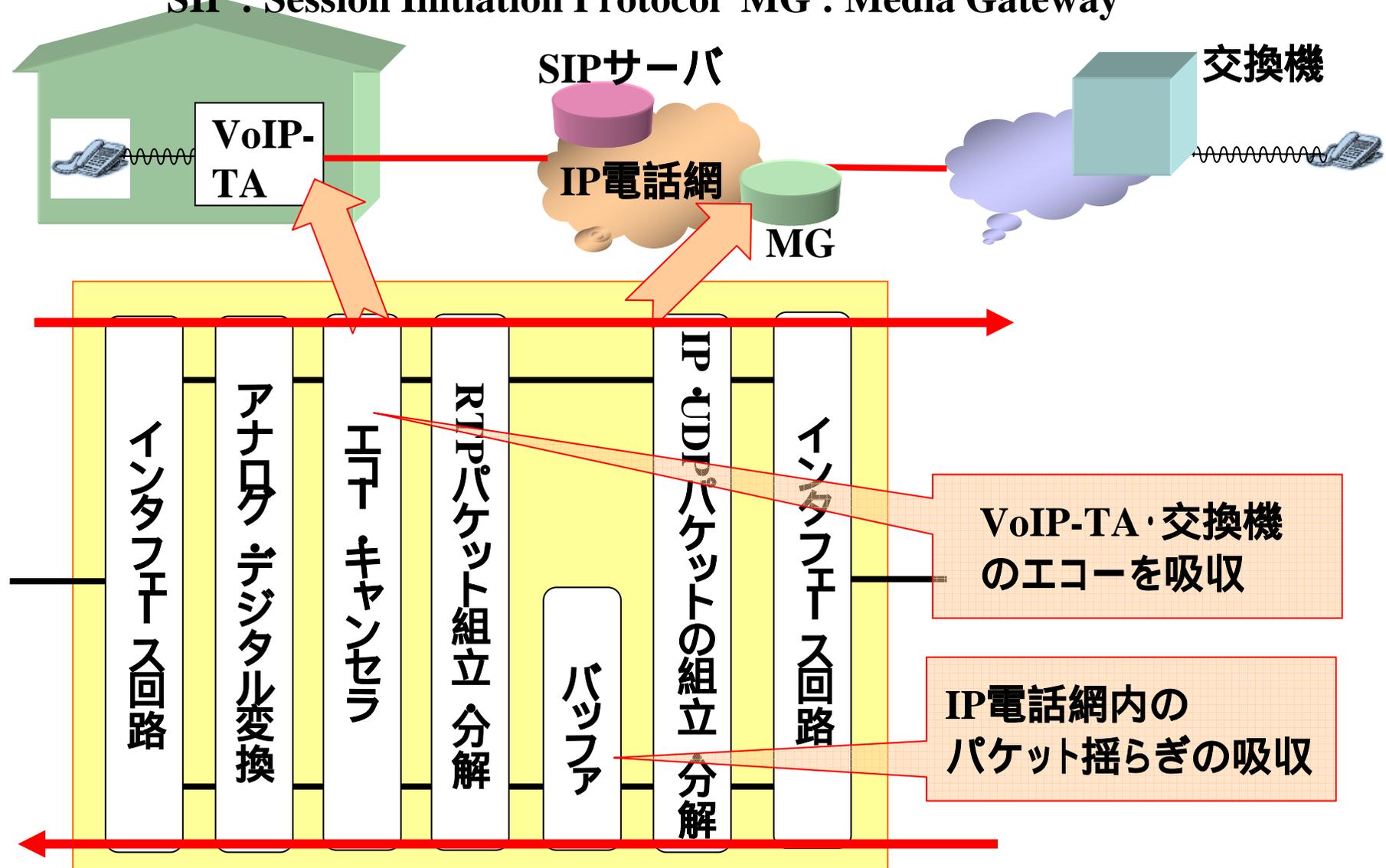
IP電話の仕組み

音声信号をIPパケット化する流れ



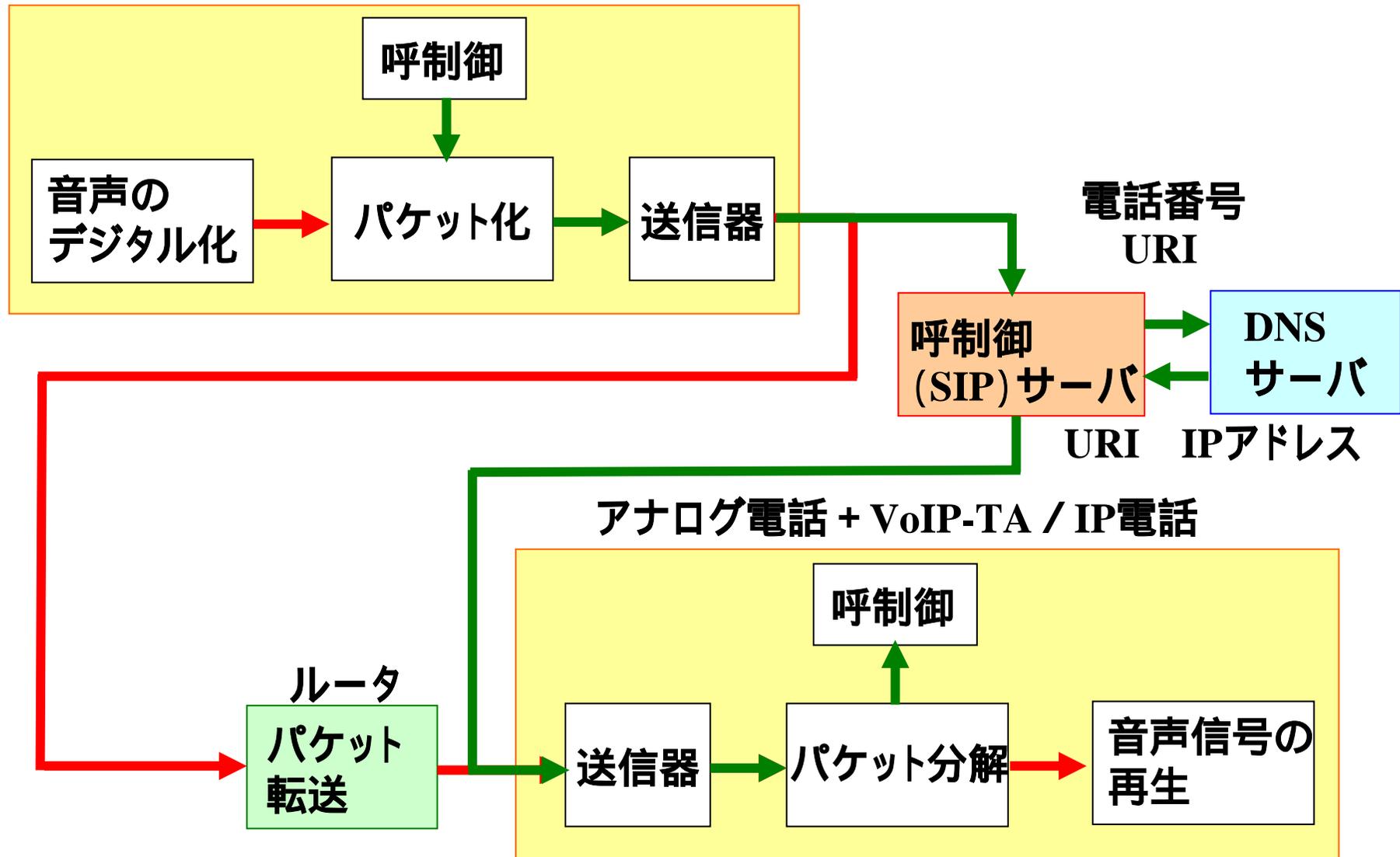
VoIP-TAとゲートウェイ装置の構成

VoIP : Voice over IP TA : Terminal Adapter
SIP : Session Initiation Protocol MG : Media Gateway

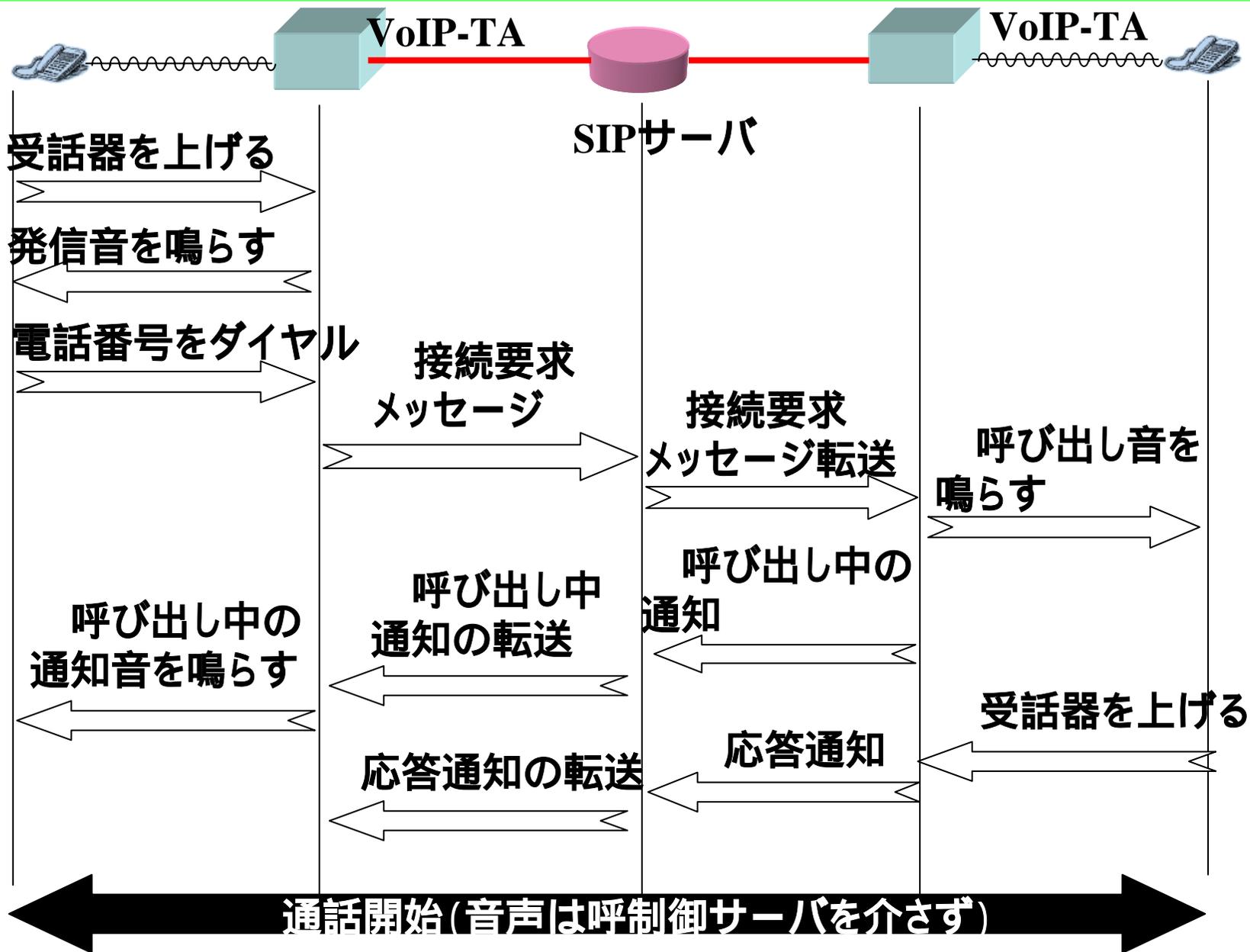


IP電話の仕組み (IP電話同志の接続)

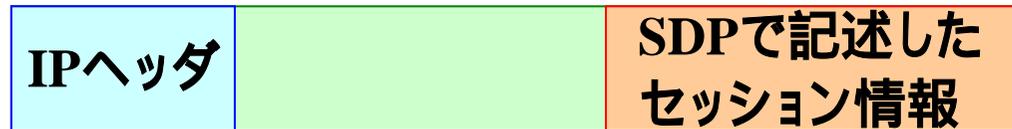
アナログ電話 + VoIP-TA /
IP電話



IP電話が接続できるまでの流れ



SIPによる呼制御

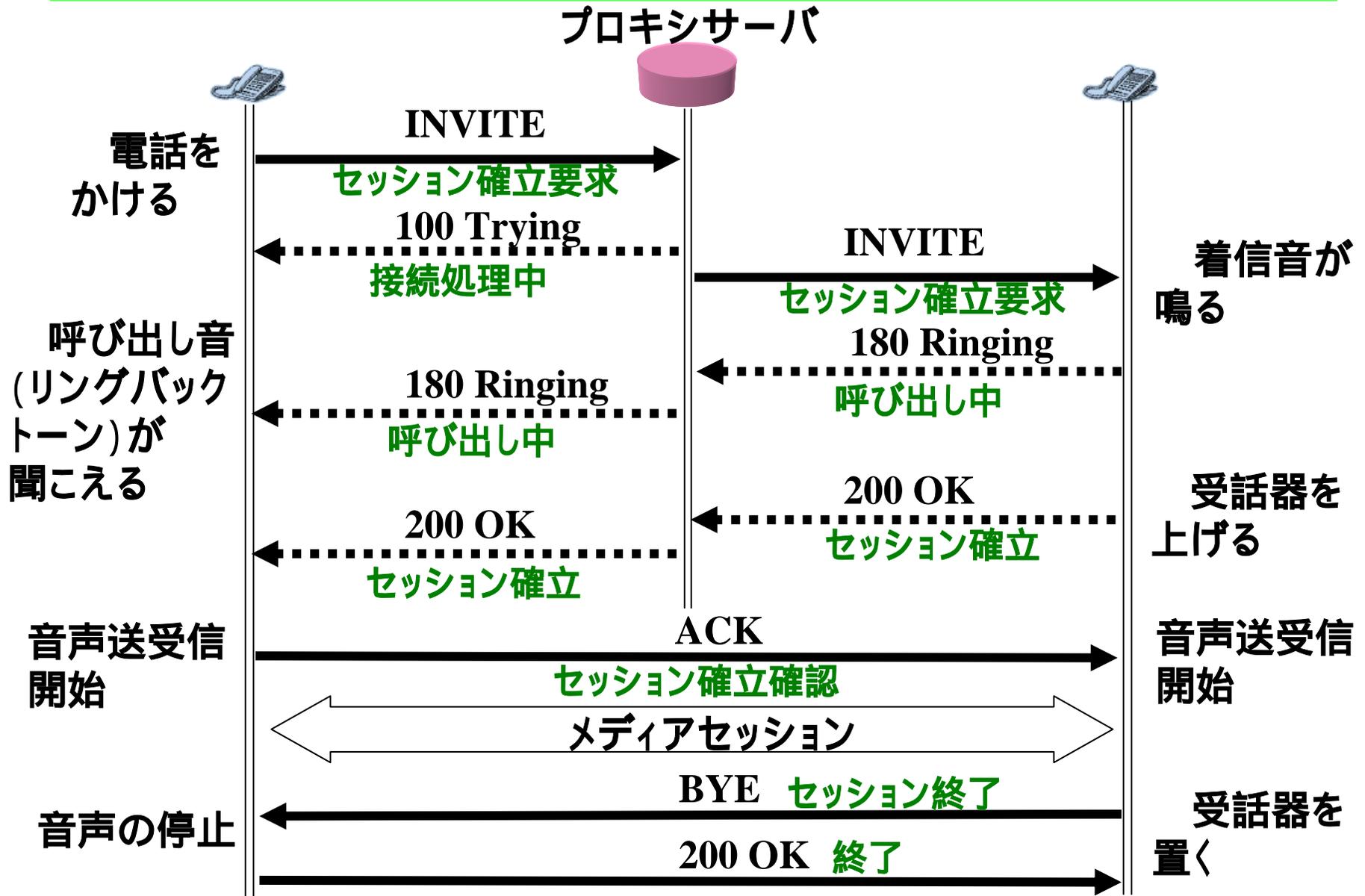


```
INVITE sip : abc@uvw.xyz.co.jp SIP/2.0  
Via : SIP/2.0/UDP ghi.xyz.co.jp  
From : ABC<sip : abc@xyz.co.jp>  
To : DEF<sip : def@xyz.co.jp>  
Call-ID : 39556217@ghi.xyz.co.jp  
CSeq : 1 INVITE
```

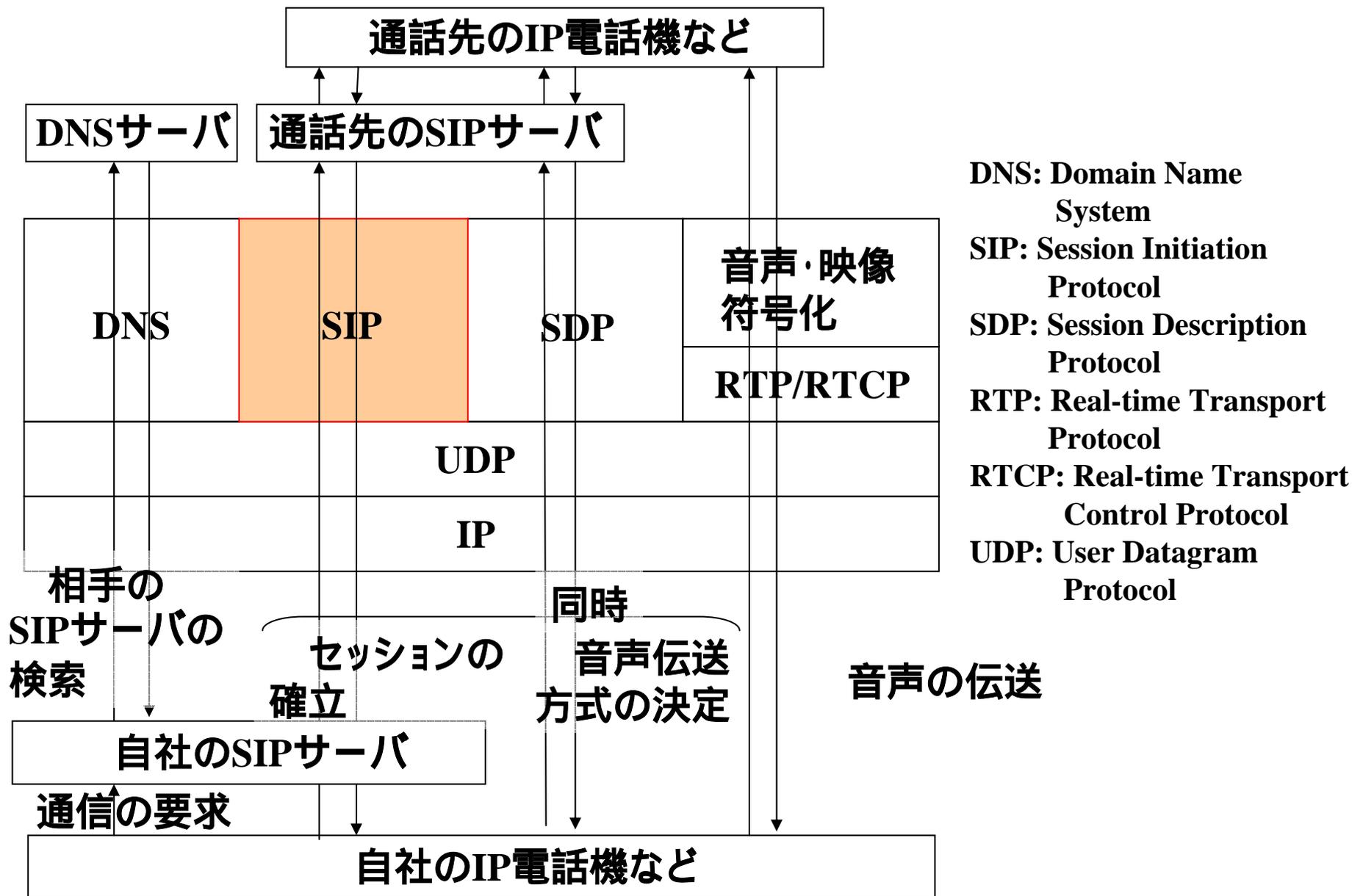
テキスト・データのままIPパケットで転送

SDP: Session Discription Protocol

IP電話の通信でやり取りされるSIPメッセージの例

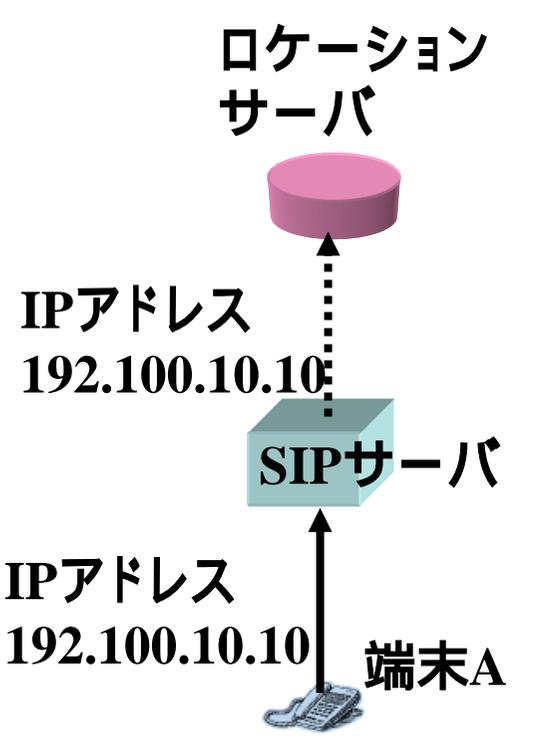
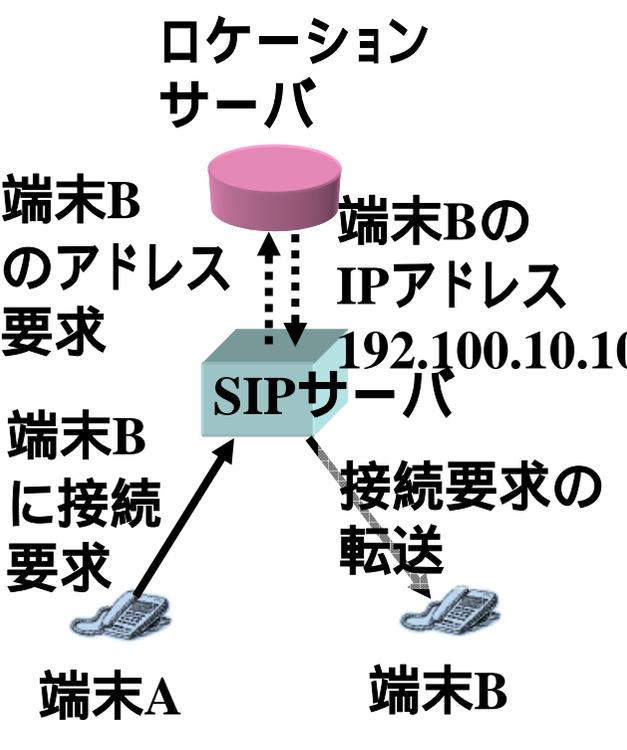
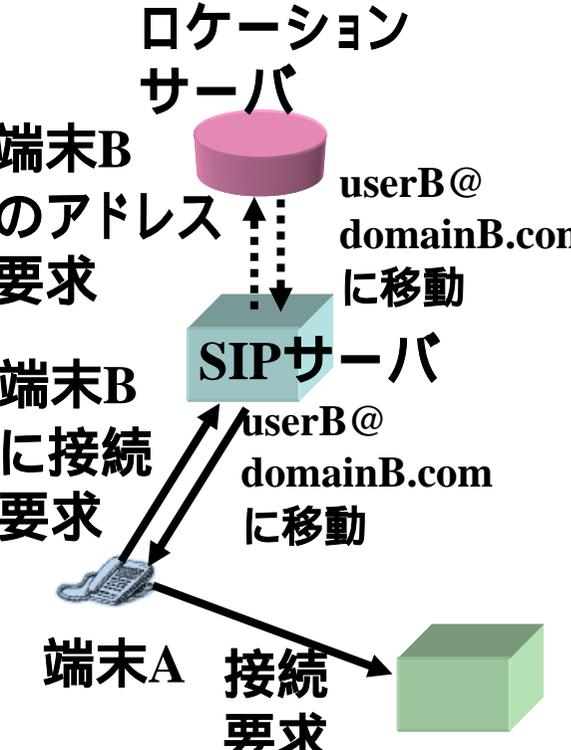


SIPによる呼確立



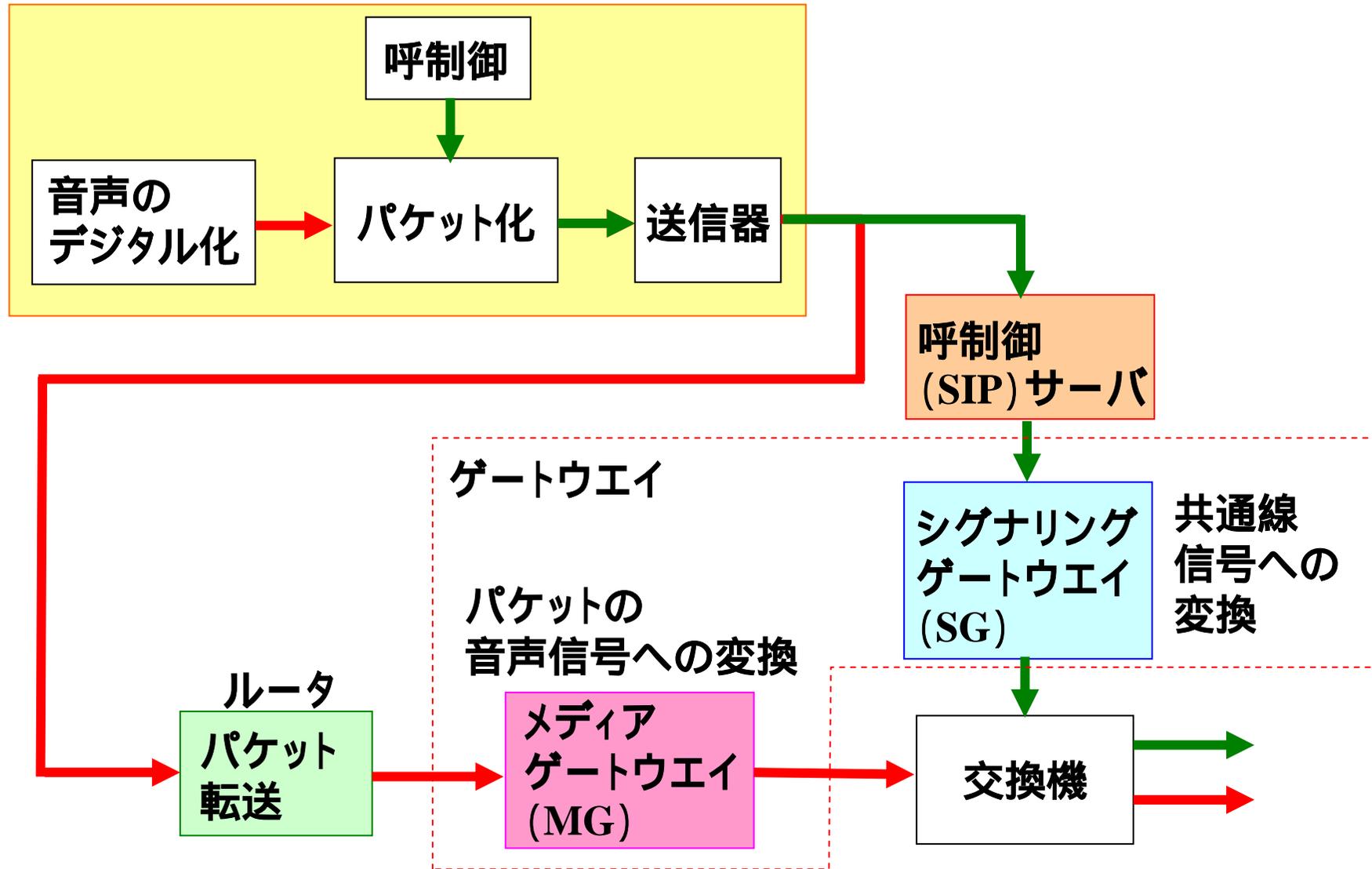
SIPサーバの役割

SIPサーバにはレジストラ・プロキシ・リダイレクトの3つの役割がある。

レジストラ	プロキシ・サーバ	リダイレクト・サーバ
 <p>ロケーションサーバ IPアドレス 192.100.10.10</p> <p>SIPサーバ IPアドレス 192.100.10.10</p> <p>端末A IPアドレス 192.100.10.10</p>	 <p>ロケーションサーバ IPアドレス 192.100.10.10</p> <p>SIPサーバ IPアドレス 192.100.10.10</p> <p>端末A</p> <p>端末B</p> <p>端末Bのアドレス要求</p> <p>端末BのIPアドレス</p> <p>接続要求の転送</p> <p>端末Bに接続要求</p>	 <p>ロケーションサーバ</p> <p>端末Bのアドレス要求</p> <p>userB@domainB.comに移動</p> <p>SIPサーバ</p> <p>userB@domainB.comに移動</p> <p>端末Bに接続要求</p> <p>端末A</p> <p>接続要求</p>
<p>端末からの登録要求を受け、ロケーションサーバへの登録・更新・削除</p>	<p>SIP対応端末からの要求を他のSIP対応端末に転送</p>	<p>SIP対応端末からの要求を受け、移動先アドレスを通知</p>

IP電話の仕組み(簡略版)(2) (IP電話と加入電話の接続)

アナログ電話 + VoIP-TA /
IP電話



IP電話で加入電話番号を継続するための条件

加入電話の番号(0ABCDEFGHIJ形式(Iは1と紛らわしいため用いない)の番号を0AB~J番号という。)を用いるため、総務省「電気通信番号に関する研究会」が2003年9月にまとめた5条件は以下の通り。

通信事業者が加入者回線を直接引き込み、その回線を収容する局側装置を所有すること(直収という)。

ドライカップやダークファイバを用いたサービスではいけないことになる。

番号から位置検索ができること。

電話機の場所を移動しても通話が可能なサービスは不可

音声品質はクラスAであること。

IP電話に求める最上級の音声品質を満足しなければならない。

取得する0AB~J番号の地域で需要があり、確実にサービスを提供する。

緊急電話(110番・119番)がかけられること。

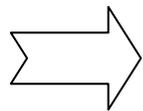
電話番号から相手の住所が特定できなければならない。

加入電話では警察あるいは消防署が回線を切断しないと回線断にならない(回線保留)。

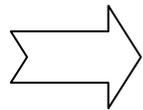
IP電話の音声評価 (050番号割当の基準「R値」)



- ・発信側の端末と着信側の端末間の音量
 - ・符号化のひずみ
 - ・回線の雑音
 - ・エコー
 - ・遅延
- など20個のパラメータを計算式に当てはめて評価



クラスA: $R > 80$, 遅延 $< 100\text{ms}$: 固定電話並みの通話品質
クラスB: $R > 70$, 遅延 $< 150\text{ms}$: 携帯電話並みの通話品質
クラスC: $R > 50$, 遅延 $< 400\text{ms}$: 携帯電話以下の通話品質



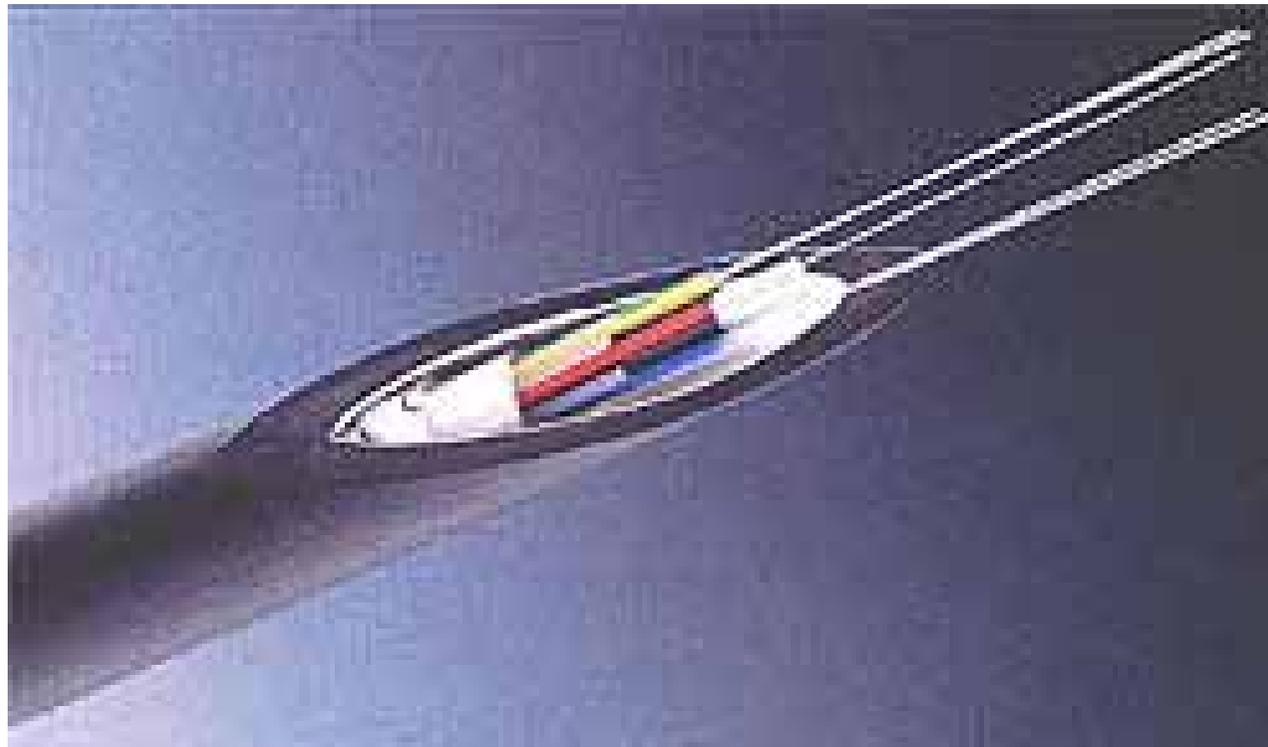
050番号取得の条件: クラスC以上
0AB~J番号取得の条件: クラスA

第3章

光ファイバのモード特性

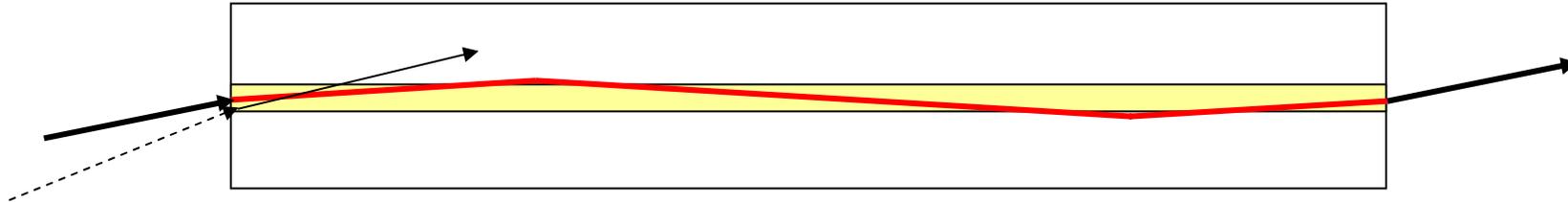
2007年5月14日(月)

光ファイバケーブル



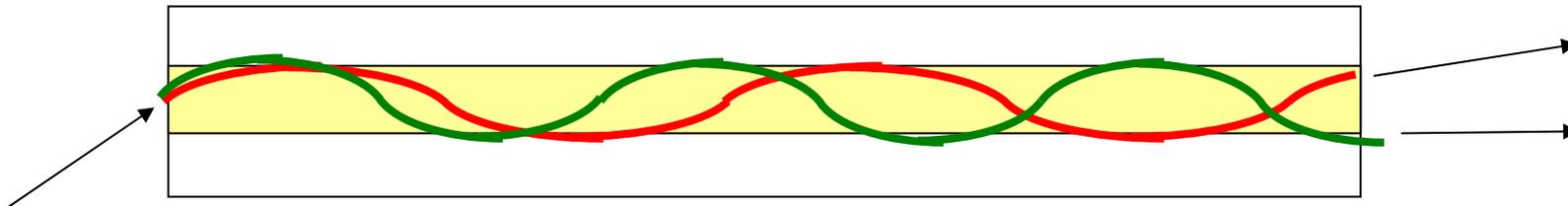
単一モードファイバ・多モードファイバ

単一モードファイバ(コア径約 $9\mu\text{m}$)



- ・一つの伝送モードのみ
- ・異なるモード間の時間の影響なし
- ・長距離伝送向き

多モードファイバ(コア径 $50/62.5\mu\text{m}$)



- ・複数の伝送モードが許される
- ・異なるモード間の時間差
- ・短距離 / 低コスト用途向き

マクスウェルの方程式(1)

マクスウェルの方程式

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.1) \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3.2) \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (3.3) \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.4) \end{array} \right.$$

仮定

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = \varepsilon_0 n_i^2 \quad (i = 1, 2) \quad (n_i : \text{屈折率}) \\ \mu = \mu_0 \quad (\text{非磁性体}) \\ \sigma = 0 \quad (\text{絶縁体, } J=0) \end{array} \right\} \quad (3.5)$$

電界と磁界の時間依存性

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E} = \mathbf{E}^0(x, y, z)e^{j\omega t} \\ \mathbf{H} = \mathbf{H}^0(x, y, z)e^{j\omega t} \end{array} \right\} \quad (3.6)$$

式(3.5), (3.6)を式(3.1), (3.2)に代入

$$\nabla \times \mathbf{E}^0 = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}^0 \quad (3.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^0 = j\omega\varepsilon_0 n_i^2 \mathbf{E}^0 \quad (3.8)$$

電界の式

式(3.7)の両辺に $\nabla \times$ を作用させると、

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}^0 = -j\omega\mu_0 \nabla \times \mathbf{H}^0 \quad (3.9)$$

$$\text{左辺} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}^0) - \nabla^2 \mathbf{E}^0$$

式(3.3)より $\nabla \cdot \mathbf{D} = \nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{E}) = \varepsilon \nabla \cdot \mathbf{E} + (\nabla \varepsilon) \cdot \mathbf{E} = 0$ だから、

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \cdot \mathbf{E} \quad \Rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{E}^0 = -\frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \cdot \mathbf{E}^0$$

(時間項削除)

$$\text{よって左辺} = -\nabla\left(\frac{\nabla n_i^2}{n_i^2} \cdot E^0\right) - \nabla^2 E^0$$

式(3.9)の右辺に式(3.8)を代入すると、

$$\text{右辺} = -j\omega\mu_0 \cdot j\omega\varepsilon_0 n_i^2 E^0 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_i^2 E^0$$

よって、

$$\nabla^2 E^0 + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_i^2 E^0 = -\nabla\left(\frac{\nabla n_i^2}{n_i^2} \cdot E^0\right) \quad (\text{波動方程式}) \quad (3.10)$$

右辺は屈折率の空間依存性の項なので、屈折率の一樣な媒質あるいは屈折率差が数%と小さい媒質については $\nabla n_i^2 = 0$ より

$$\nabla^2 E^0 + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_i^2 E^0 = 0 \quad (3.11)$$

磁界の式

電界の式の導出と同様に式(3.8)の両辺に $\nabla \times$ を作用させると、

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H}^0 = j\omega\varepsilon_0 \nabla \times (n_i^2 \mathbf{E}^0)$$

$$\begin{aligned} \text{左辺} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}^0) - \nabla^2 \mathbf{H}^0 &= \nabla\left(\frac{\nabla \cdot \mathbf{B}^0}{\mu_0}\right) - \nabla^2 \mathbf{H}^0 = -\nabla^2 \mathbf{H}^0 \\ & \quad (\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \text{ を使用}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{右辺} &= j\omega\varepsilon_0 n_i^2 (\nabla \times \mathbf{E}^0) + \nabla n_i^2 \times j\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}^0 \quad (\text{ベクトル公式より}) \\ &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_i^2 \mathbf{H}^0 + \frac{\nabla n_i^2}{n_i^2} \times (\nabla \times \mathbf{H}^0) \cong \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_i^2 \mathbf{H}^0 \end{aligned}$$

よって、

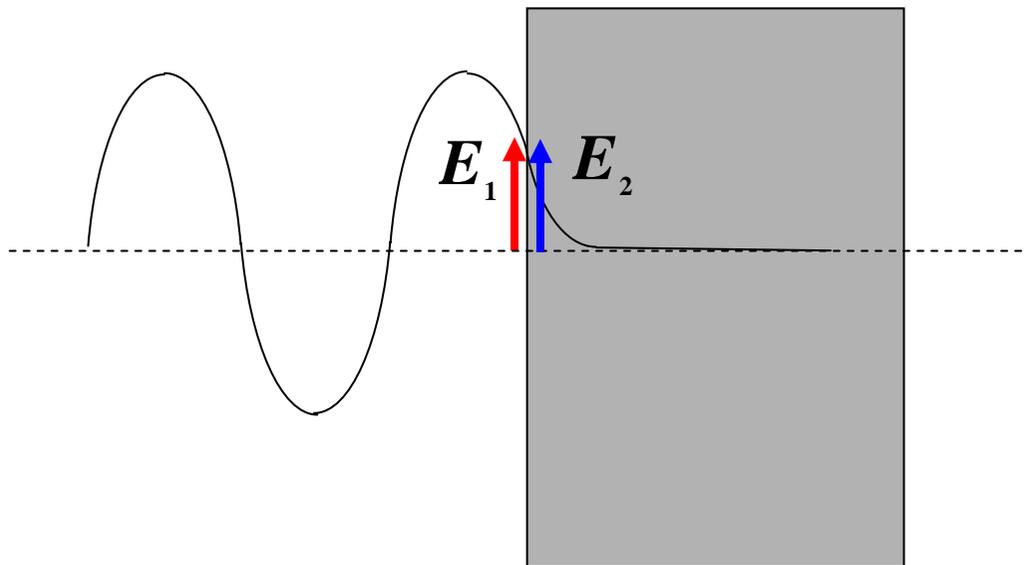
$$\nabla^2 \mathbf{H}^0 + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_i^2 \mathbf{H}^0 = \mathbf{0} \quad (3.12)$$

時間依存の項は場所依存の解に $e^{j\omega t}$ を加えればよい。

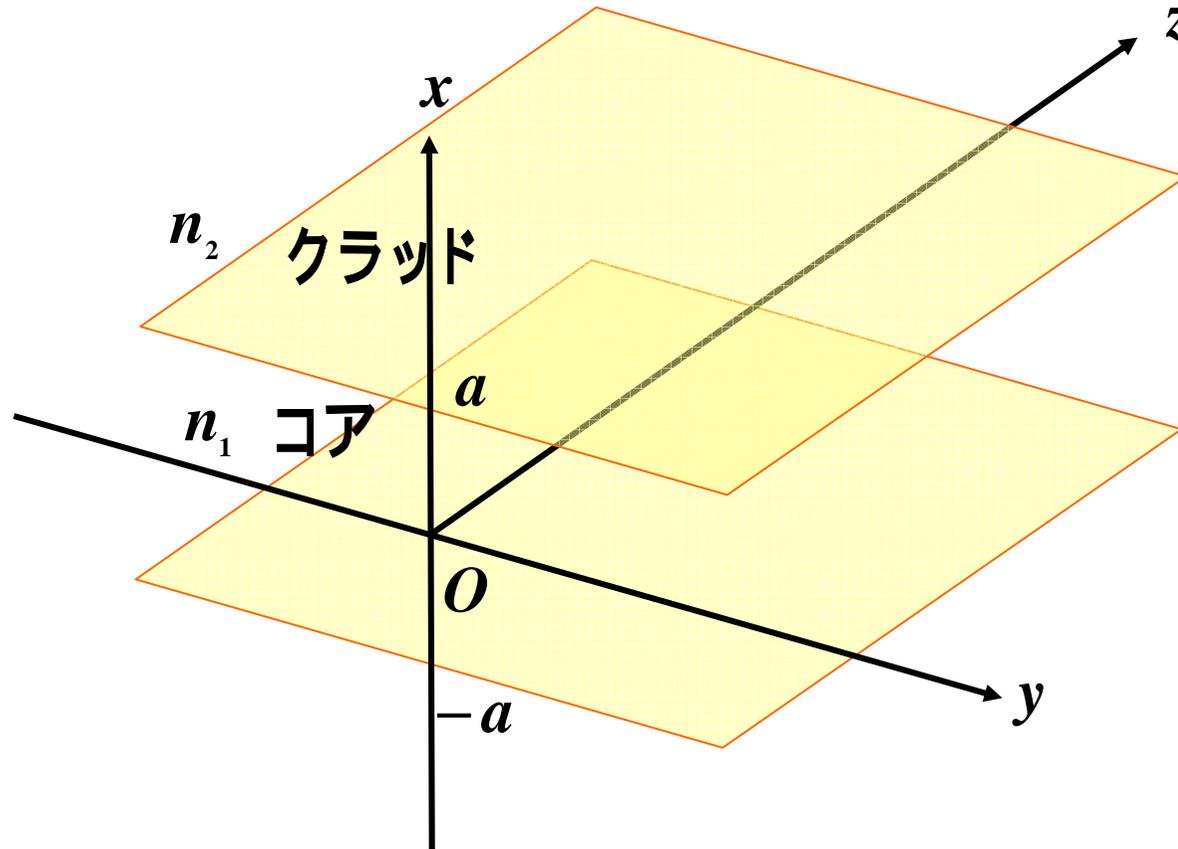
不連続部での境界条件

n を境界面に対する単位法線ベクトルとすると、

$$\left\{ \begin{array}{l} (E_1 - E_2) \times n = 0 \quad : \text{電界の接線成分が等しい} \\ (H_1 - H_2) \times n = 0 \quad : \text{磁界の接線成分が等しい} \end{array} \right.$$



(例題) 3層スラブ構造(1)



スラブ構造: コアが y 方向、 z 方向に無限に広がる構造。
 x 方向にのみ境界が存在。

伝搬定数を β とおいて電磁界の z 方向依存性を $e^{-j\beta z}$ と仮定。

⇒ 最終解は以下の解に $e^{j(\omega t - \beta z)}$ を補足したものとなる。

スラブ構造の条件

光は y 方向に一様であり、 $\frac{\partial}{\partial y} = 0$

⇒ 式(3.7), (3.8)を書き下すと次ページの通り。

TEモードとTMモード(2)

成分	式(3.7)	式(3.8)
x	$j\beta \boxed{E_y} = -j\omega\mu_0 \boxed{H_x}$	$j\beta \textcircled{H_y} = j\omega\mu_0 n_i^2 \textcircled{E_x}$
y	$-j\beta \textcircled{E_x} - \frac{\partial \textcircled{E_z}}{\partial x} = -j\omega\mu_0 \textcircled{H_y}$	$-j\beta \boxed{H_x} - \frac{\partial \boxed{H_z}}{\partial x} = j\omega\mu_0 n_i^2 \boxed{E_y}$
z	$\frac{\partial \boxed{E_y}}{\partial x} = -j\omega\mu_0 \boxed{H_z}$	$\frac{\partial \textcircled{H_y}}{\partial x} = j\omega\mu_0 n_i^2 \textcircled{E_z}$

E_y, H_x, H_z を有する解: $E(0, E_y, 0), H(H_x, 0, H_z)$

TE (Transverse Electric) モード

E_x, E_z, H_y を有する解: $E(E_x, 0, E_z), H(0, H_y, 0)$

TM (Transverse Magnetic) モード

式(3.11)に $E(0, E_y, 0)$ を代入して、

$$\left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2}\right) + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_i^2 E_y = 0$$
$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_i^2 - \beta^2) E_y = 0 \quad (3.13)$$

更に $k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$ においてコア内($n=n_1$)とクラッド内($n=n_2$)
について表現すると、

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k_0^2 n_1^2 - \beta^2) E_y = 0 \quad (\text{コア内}) \quad (3.14) \\ \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - (\beta^2 - k_0^2 n_2^2) E_y = 0 \quad (\text{クラッド内}) \quad (3.15) \end{array} \right.$$

式(3.14), (3.15)に電界の接線成分の境界条件を適用する。

$$E_y(x \rightarrow \pm a_{+0}) = E_y(x \rightarrow \pm a_{-0}) \quad (3.16)$$

ただし複合同順、 a_{+0} , a_{-0} はそれぞれコア側、クラッド側から近づけることを意味する。

磁界の接線成分に対しても同様にして、

$$H_z(x \rightarrow \pm a_{+0}) = H_z(x \rightarrow \pm a_{-0}) \quad (3.17)$$

クラッド内では

$$\left. \begin{aligned} E(x \rightarrow \pm\infty) &= 0 \\ H(x \rightarrow \pm\infty) &= 0 \end{aligned} \right\} (3.18)$$

の条件が適用される。

電界について

導波モードは $k_0 n_2 \leq \beta \leq k_0 n_1$ を満足する。
式(3.14)、(3.15)について以下の変数をおく。

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa^2 = k_0^2 n_1^2 - \beta^2 \\ \gamma^2 = \beta^2 - k_0^2 n_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow (\kappa a)^2 + (\gamma a)^2 = (k_0 a)^2 (n_1^2 - n_2^2) = V^2$$

ただし $V = k_0 n_1 a \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}} = k_0 n_1 a \sqrt{2\Delta}$ V : V パラメータ
(規格化周波数)

式(3.14)、(3.15)は以下のように変形される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \kappa^2 E_y = 0 \quad (\text{コア内}) \quad (3.19) \\ \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \gamma^2 E_y = 0 \quad (\text{クラッド内}) \quad (3.20) \end{array} \right.$$

式(3.19)、(3.20)の一般解は以下の式で与えられる。

$$\left\{ \begin{array}{ll} E_y = Ae^{-jkx} + Be^{jkx} & (\text{コア内}) \quad (3.21) \\ E_y = Ce^{-\gamma x} + De^{\gamma x} & (\text{クラッド内}) \quad (3.22) \end{array} \right.$$

まず式(3.18)の条件より、

$$\left\{ \begin{array}{ll} D = 0(x > a) & (3.23) \\ C = 0(x < -a) & (3.24) \end{array} \right.$$

また式(3.16)より、

$$\left\{ \begin{array}{ll} Ae^{-jka} + Be^{jka} = Ce^{-\gamma a} & (x \rightarrow a) \quad (3.25) \\ Ae^{jka} + Be^{-jka} = De^{-\gamma a} & (x \rightarrow -a) \quad (3.26) \end{array} \right.$$

次に $x = \pm a$ において磁界の接線成分 H_z が連続である条件(3.17)を用いる。

$$H_z = \frac{j}{\omega\mu_0} \cdot \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad \text{だから}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE_y}{dx} = -j\kappa A e^{-j\kappa x} + j\kappa B e^{j\kappa x} \end{array} \right. \quad (3.26)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE_y}{dx} = -\gamma C e^{-\gamma x} + \gamma D e^{\gamma x} \end{array} \right. \quad (3.27)$$

より、

$$\left\{ \begin{array}{l} -j\kappa A e^{-j\kappa a} + j\kappa B e^{j\kappa a} = -\gamma C e^{-\gamma a} \quad (x = a) \\ -j\kappa A e^{j\kappa a} + j\kappa B e^{-j\kappa a} = \gamma D e^{-\gamma a} \quad (x = -a) \end{array} \right.$$

変形して、

$$\left\{ \begin{array}{l} Ae^{-j\kappa a} - Be^{j\kappa a} = -\frac{j\gamma C}{\kappa} e^{-\gamma a} \quad (x = a) \quad (3.28) \\ Ae^{j\kappa a} - Be^{-j\kappa a} = \frac{j\gamma D}{\kappa} e^{-\gamma a} \quad (x = -a) \quad (3.29) \end{array} \right.$$

AとBの関係を求めるため、CおよびDを消去する。

$$(3.28) \div (3.25) \text{より、} \frac{Ae^{-j\kappa a} - Be^{j\kappa a}}{Ae^{-j\kappa a} + Be^{j\kappa a}} = -\frac{j\gamma}{\kappa} \quad (3.30)$$

$$(3.29) \div (3.26) \text{より、} \frac{Ae^{j\kappa a} - Be^{-j\kappa a}}{Ae^{j\kappa a} + Be^{-j\kappa a}} = \frac{j\gamma}{\kappa} \quad (3.31)$$

さらに(3.30) ÷ (3.31)を計算して右辺の変数を消去

TEモードの解(7)

$$\frac{(Ae^{-j\kappa a} - Be^{j\kappa a})(Ae^{j\kappa a} + Be^{-j\kappa a})}{(Ae^{-j\kappa a} + Be^{j\kappa a})(Ae^{j\kappa a} - Be^{-j\kappa a})} = -1$$

変形して、 $A^2=B^2$ を得る。

$A=B$ の場合

$$\begin{aligned} \text{式(3.25)より} \quad A(e^{j\kappa a} + e^{-j\kappa a}) &= Ce^{-\gamma a} \\ 2A \cos(\kappa a) &= Ce^{-\gamma a} \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \text{式(3.28)より} \quad A(e^{j\kappa a} - e^{-j\kappa a}) &= \frac{j\gamma C}{\kappa} e^{-\gamma a} \\ 2A \sin(\kappa a) &= \frac{\gamma C}{\kappa} e^{-\gamma a} \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$(3.33) \div (3.32) \text{より、} \quad \boxed{\tan(\kappa a) = \frac{\gamma}{\kappa} = \frac{\gamma a}{\kappa a}} \quad (3.34)$$

TEモードの偶数次モード

$A = -B$ の場合

$$\begin{aligned} \text{式(3.25)より} \quad A(e^{j\kappa a} - e^{-j\kappa a}) &= -Ce^{-\gamma a} \\ 2A \sin(\kappa a) &= jCe^{-\gamma a} \quad (3.35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{式(3.28)より} \quad A(e^{j\kappa a} + e^{-j\kappa a}) &= jCe^{-\gamma a} \\ 2A \cos(\kappa a) &= -\frac{j\gamma C}{\kappa} e^{-\gamma a} \quad (3.36) \end{aligned}$$

$$(3.36) \div (3.35) \text{より、} \cot(\kappa a) = -\frac{\gamma}{\kappa} = -\frac{\gamma a}{\kappa a} \quad (3.37)$$

TEモードの奇数次モード

(3.34)と(3.37)を一つの式にまとめると、

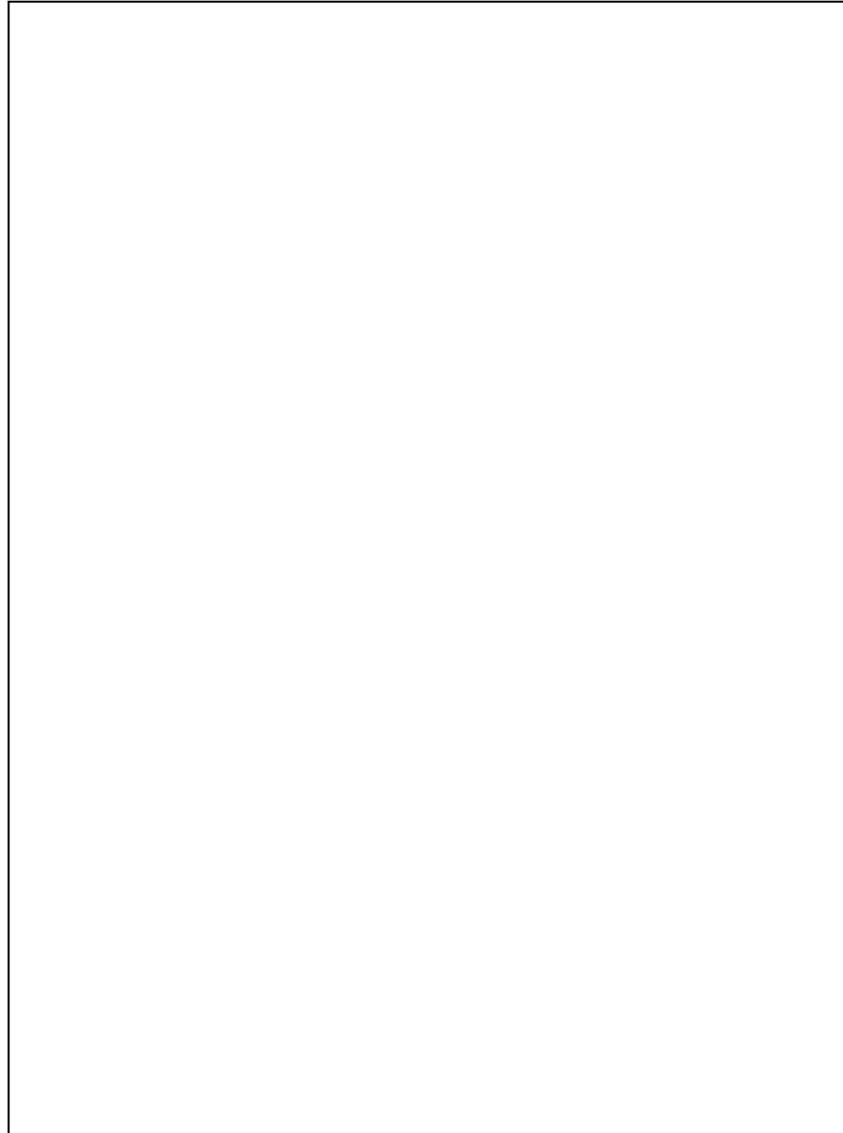
$$\tan\left(\kappa a + \frac{n\pi}{2}\right) = \frac{\gamma a}{\kappa a} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (3.38)$$

対称3層スラブ導波路のモード電磁界式

モード	モード電磁界式		固有値(分散)方程式
	$ x \leq a$	$ x > a$	
TE偶数次	$E_y = A_e \cos(\kappa x)$	$E_y = A_e \cos(\kappa a) \cdot e^{-\gamma(x -a)}$	$\tan(\kappa a) = \frac{\gamma a}{\kappa a}$
TE奇数次	$E_y = A_o \sin(\kappa x)$	$E_y = \frac{x}{ x } A_o \sin(\kappa a) \cdot e^{-\gamma(x -a)}$	$\cot(\kappa a) = -\frac{\gamma a}{\kappa a}$
TM偶数次	$H_y = B_e \cos(\kappa x)$	$H_y = B_e \cos(\kappa a) \cdot e^{-\gamma(x -a)}$	$\tan(\kappa a) = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \frac{\gamma a}{\kappa a}$
TM奇数次	$H_y = B_o \sin(\kappa x)$	$H_y = \frac{x}{ x } B_o \sin(\kappa a) \cdot e^{-\gamma(x -a)}$	$\cot(\kappa a) = -\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \frac{\gamma a}{\kappa a}$

光導波路の電磁界(3次元の場合)

岡本勝就著「光導波路の基礎」pp.30 図2.11



式(3.38)を規格化した変数で表現する。

⇒ 構造パラメータの変化に対する伝搬定数の変化の特性を一般化できる。

以下の式で規格化伝搬定数 b を定義する。

$$b = \frac{(\beta / k_0)^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}$$

$$b = \frac{(\beta^2 - k_0^2 n_2^2) a^2}{(k_0 a)^2 (n_1^2 - n_2^2)} = \frac{(\gamma a)^2}{(\kappa a)^2 + (\gamma a)^2} = \left(\frac{\gamma a}{V}\right)^2 \quad (3.39)$$

よって、 $\gamma a = V \sqrt{b}$ (3.40)

式(3.39)を変形して、

$$\kappa a = \sqrt{\left(\frac{1}{b} - 1\right)(\gamma a)^2} = V \sqrt{1-b} \quad (3.41)$$

(3.40), (3.41)を(3.38)に代入して変形し、以下の式を得る。

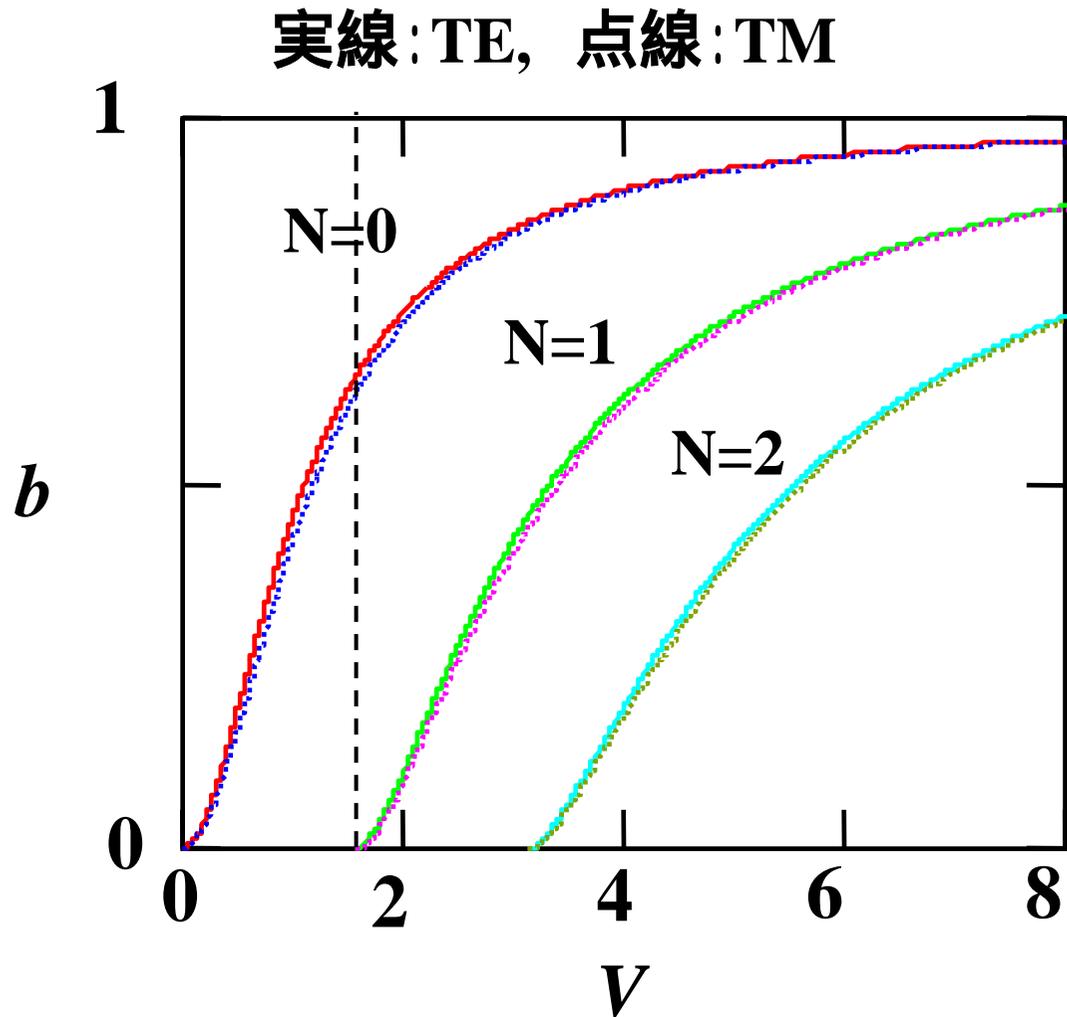
$$V = \frac{1}{\sqrt{1-b}} \left\{ \tan^{-1} \sqrt{\frac{b}{1-b}} + \frac{n\pi}{2} \right\} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad \text{TEモードの分散方程式} \quad (3.42)$$

TMモードについても同様にして以下の式を得ることができる。

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-b}} \left[\tan^{-1} \left\{ \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sqrt{\frac{b}{1-b}} \right\} + \frac{n\pi}{2} \right] \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad \text{TMモードの分散方程式} \quad (3.43)$$

分散方程式の数値解析結果

$n_1=1.63, n_2=1.45, \Delta=0.104$ の条件の解析結果

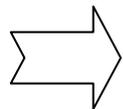


単一(シングル)モード条件

$n=1, b=0$ のときの V を求めると、分散方程式より、

$$V = \frac{\pi}{2}$$

解析のグラフより、 $V < \frac{\pi}{2}$ の範囲では $n=0$ の解しかないことがわかる。



単一(シングル)モード条件

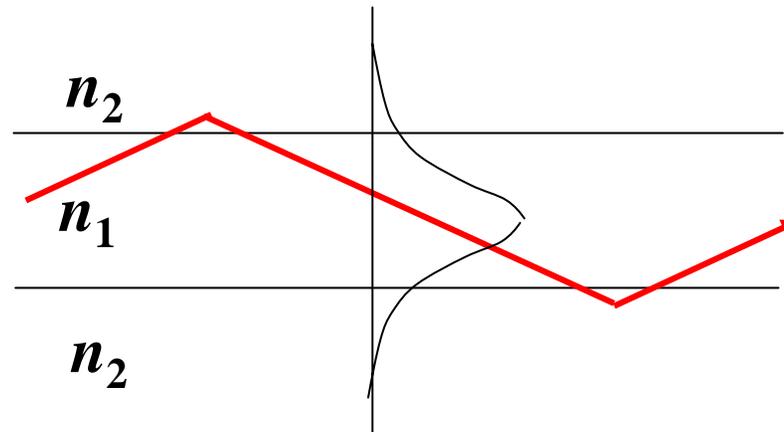
光ファイバ・光導波路・半導体レーザなど各種デバイスの設計で必須

導波モード

式(3.13):
$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_1^2 - \beta^2) E_y = 0 & (\text{コア内}) \\ \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_2^2 - \beta^2) E_y = 0 & (\text{クラッド内}) \end{cases}$$

において $k_0 n_2 \leq \beta \leq k_0 n_1$ の関係を仮定していた。

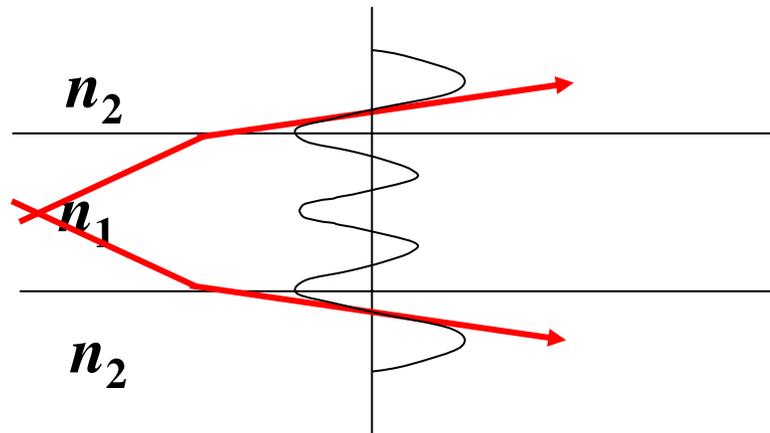
⇒ 式(3.42), (3.43)で決まる離散的な導波モード



放射モード

$\beta \leq k_0 n_1$, $\beta \leq k_0 n_2$ の場合、コア内・クラッド内ともに振動解。

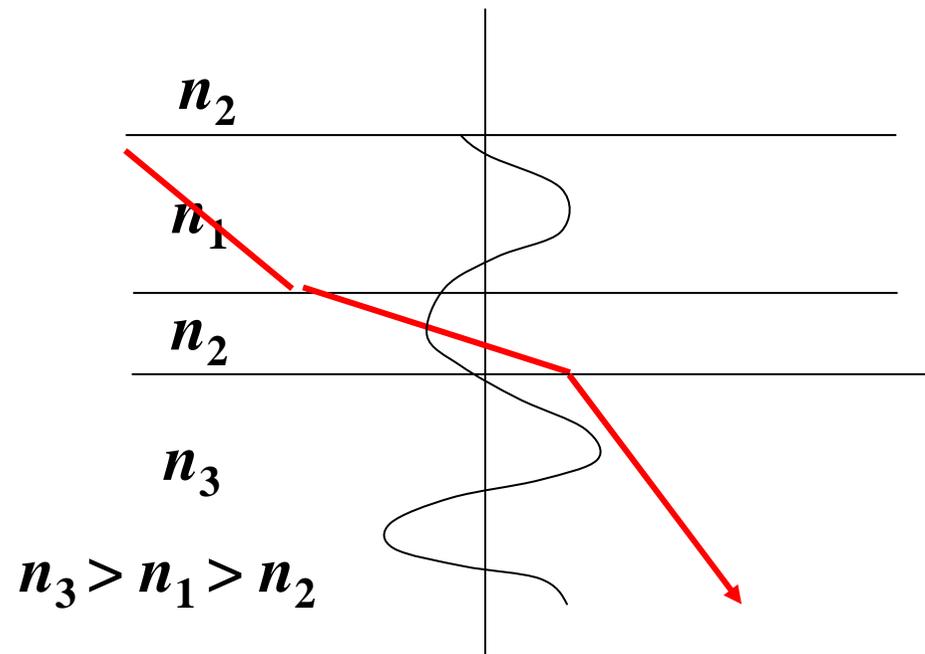
⇒ コア内に閉じ込められず全空間に広がるモード



基板放射モード

$\beta > k_0 n_1$, $\beta > k_0 n_2$ の場合、コア内・クラッド内ともに減衰解

⇒ 屈折率最大の別の層(基板など)に放射するモード



波動方程式 式(3.11)

$$\nabla^2 E^0 + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_i^2 E^0 = 0$$

シュレーディンガーの方程式 (時間無依存)

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 \psi + V\psi = E\psi$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \psi + \frac{2m^*}{\hbar^2} (E - V)\psi = 0$$

同じ式の形をしているため、分散方程式(3.42)と同様の解となる。

ただし、ポテンシャル V の有無の差がある。

物理的なイメージとしては、
シュレーディンガーの方程式におけるポテンシャル：
電子がコンデンサに蓄積される
マクスウェルの方程式：
光のコンデンサがない(蓄積困難)