

「光通信システム」レポート

2007.7.2

以下の4つの設問に答えなさい。答だけでなく、途中の導出過程も明記すること。

- (1) 以下のセルマイヤーの式を使ってSiO₂系の単一モード光ファイバの波長1550.00nmでの材料分散値を求めよ。

またその結果を用いて、中心波長1550.00nm、変調速度40GbpsのRZ信号を距離100kmの光ファイバを伝送したときのパルス拡がりを計算せよ。

ただし各種パラメータ・計算に用いる数式は以下の通りとし、構造分散は無視してよい。また伝送速度をB[Gbps]としたとき、RZ変調信号の有効帯域はB[GHz]としてよいとする。

セルマイヤーの式:
$$n^2 = 1 + \sum_{i=1}^3 \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - (l_i)^2}$$

$$A_1 = 0.6961663$$

$$A_2 = 0.4079426$$

$$A_3 = 0.89974794$$

$$l_1 = 0.0684043$$

$$l_2 = 0.1162414$$

$$l_3 = 9.896161$$

材料分散:
$$\sigma_m = -\frac{1}{c} \lambda \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Big|_{\lambda=\lambda_0}$$

- (2) 光源の周波数幅が変調周波数帯域より狭い場合を仮定する。
信号として40Gbps RZ、波長を1550nmを考えたとき、伝送帯域と距離の関係式から最大伝送距離を求めよ。
ただし 光ファイバの分散値を6ps/nm/kmとする。

(3) IM-DD方式において、40Gbps RZ信号(波長1550nm)のBER=10⁻⁹となる受信感度を求めよ。

また送信器の出力ピークパワーを0dBm、ファイバの損失を0.2dB/kmとしたとき、BER=10⁻⁹を満たす伝送距離を求めよ。

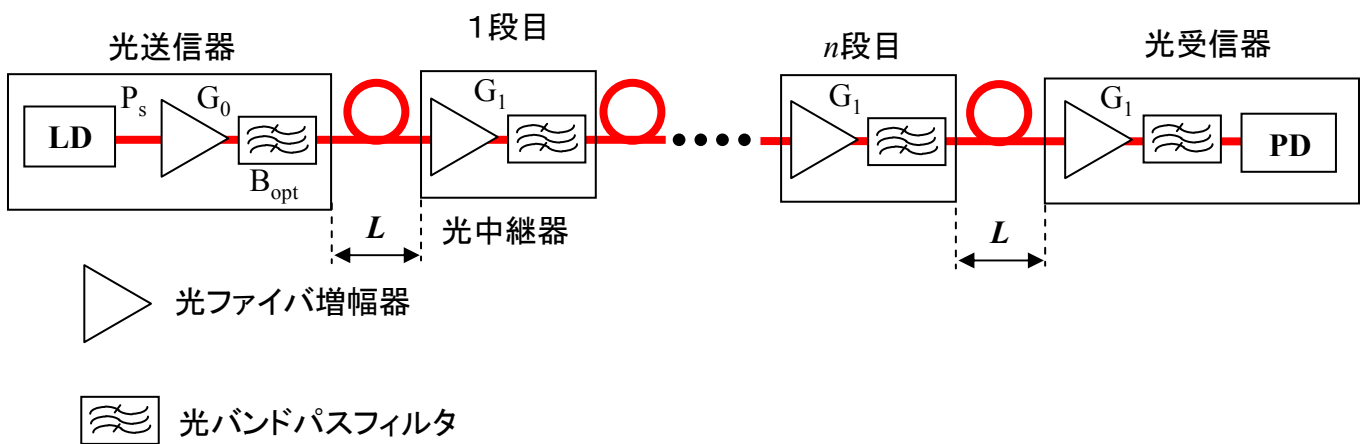
(2)の結果と比較することにより、本条件では分散制限を受けているか、あるいは損失制限が支配的かを考察せよ。

ただし受信器はpin-PDを用いるとする。また $\text{erfc}(x) \doteq \exp(-x^2)$ の近似を用いてよい。各種パラメータは以下の通りとする。

$e=1.6 \times 10^{-19}[\text{C}]$, $\eta_i=0.8$, $k=1.38 \times 10^{-23} [\text{J/K}]$, $\hbar=6.63 \times 10^{-34}/(2\pi) [\text{J}\cdot\text{s}]$, $c=3 \times 10^8 [\text{m/s}]$, $T=300\text{K}$, $R_L=50\Omega$

(4) IM-DD方式において、光ファイバ増幅器を多段接続して40Gbps RZ信号を伝送したい(下図)。光ファイバ増幅器間の距離 $L=100\text{km}$ 、利得 $G_1=100$ 、自然放出光係数 $n_{sp}=2$ 、波長フィルタ帯域 $B_{\text{opt}}=100\text{GHz}$ とする。また送信器の光出力ピークパワー $P_s=0\text{dBm}$ 、レーザの直後の光ファイバ増幅器(増幅係数 $G_0=10$)、受信器の直前に光ファイバ増幅器(増幅係数 G_1)を設置するものとする。光ファイバの損失係数は0.2dB/kmとし、 e , η_i , k , $\hbar$, T , R_L を(3)と同様としたとき、信号対雑音比の観点からBER=10⁻⁹を維持できる最大の光ファイバ増幅器段数 n を求めよ。

ただしファイバの分散は完全に補償され、分散による伝送制限は考慮しなくてよいものとする。



『光通信システム』レポートの解答例

2005.7.23
植之原 裕行

$$(1) \quad \left. \begin{aligned} n^2 &= 1 + \sum_{i=1}^3 \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - (l_i)^2} \\ \sigma_m &= -\frac{1}{c} \lambda \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Big|_{\lambda=\lambda_0} \end{aligned} \right\} \text{から数値解析を行う。ただし、}$$

$$\frac{d^2 n}{d\lambda^2} = \left(1 + \sum_{i=1}^3 \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - l_i^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{A_i l_i^2 (3\lambda^2 + l_i^2)}{(\lambda^2 - l_i^2)^3} - \left(1 + \sum_{i=1}^3 \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - l_i^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(\sum_{i=1}^3 \frac{A_i l_i^2 \lambda}{(\lambda^2 - l_i^2)^2} \right)^2$$

λ は μm 単位、分散の単位が ps/nm/km であることに注意して計算すると以下の結果となる。

$$\sigma(1550.00\text{nm}) = 22.00 \text{ ps/nm/km}$$

信号を光ファイバで伝送した時の群遅延差は、
(分散) $\times$ (波長差) $\times$ (伝送距離)
で与えられる。

従って波長1550.00nmにおいて生じるパルス拡がり
(群遅延差)(図2の各群遅延の四角の幅)は、信号帯
域40GHzが波長0.32nmに相当するので、
 $22.00\text{ps/nm/km} \times 0.32\text{nm} \times 100\text{km} = \underline{704.0\text{ps}}$

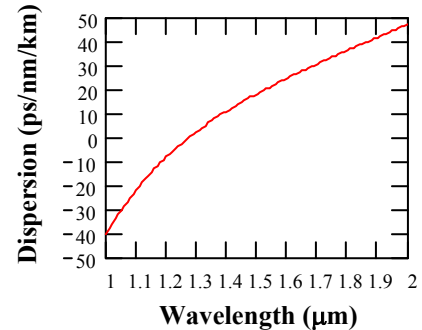


図1 材料分散の解析結果

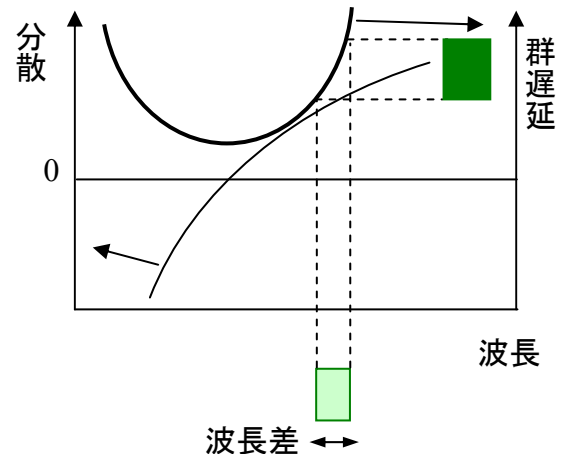


図2 群遅延・分散の波長依存性(模式図)

- (2) 光源の周波数幅が変調周波数帯域より狭い場合に光ファイバを伝送できる距離は第4章の式(4.38)より以下の式で与えられる。

40Gbps RZ信号の帯域は40GHz相当であることに注意。

$$B\sqrt{L} = \sqrt{\frac{\ln 2}{2\pi}} \frac{\sqrt{c}}{\lambda\sqrt{|\sigma_T|}} = \frac{181.9}{\lambda\sqrt{|\sigma_T|}} \quad [GHz \cdot \sqrt{km}]$$

λ , σ_T の単位はそれぞれ[μm]、[ps/nm/km]である。

$\lambda = 1550nm = 1.55\mu m$, $\sigma_T = 6ps/nm/km$ の場合、

$$\begin{aligned} L &= \frac{\ln 2}{2\pi} \cdot \frac{c}{(B\lambda)^2 \sigma_T} \\ &= \left(\frac{181.9}{1.55 \times \sqrt{6} \times 40} \right)^2 \\ &= 1.44 \text{ km} \end{aligned}$$

(3) まず $BER = 10^{-9}$ を満たす SNR を求める。

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{SNR}}{2\sqrt{2}}\right) \cong \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{SNR}{8}\right)$$

だから、 $SNR = 160$ となる。

pin-PD を受信器に用いた IM-DD 方式の RZ 信号に対する SNR は以下の式で与えられる。

$$SNR = \frac{\left(e\eta i \frac{P_s}{\hbar\omega}\right)^2}{\left(\sqrt{2e \frac{e\eta i P_s}{\hbar\omega} + \frac{4kT}{RL}} + \sqrt{\frac{4kT}{RL}}\right)^2 \frac{B}{4}}$$

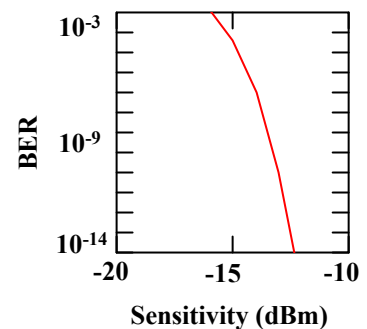


図3 IM-DD方式の40Gbps RZ 信号のBER解析結果

P_s の単位は W である。

$SNR = 160$ から P_s を求めると、 $BER = 10^{-9}$ を満たす受信感度は、-13.3dBm となる (erfc関数を用いて計算すると -13.6dBm となる)。

(dBm とは 1mW を 0dBm と定義して、mW 単位の光パワー P に対して $10\log_{10}P$ を計算した値である。従って、-13.3dBm は $\frac{-13.3}{10} = -1.33$)

$$10^{-1.33} = 4.7 \times 10^{-2} \text{ mW} = 47.0 \mu\text{W}$$

送信器の出力パワーが 0dBm、光ファイバの損失が 0.2dBm、最小受信感度が -13.3dBm なので、最長伝送距離は

$$[0 - (-13.3)] \div 0.2 = 66.5 \text{ km}$$

となる。従って、与えられた条件では分散制限が支配的であることがわかる。

※支配要因とは、複数の要因のうち厳しい制限を与えるものである。伝送距離であれば短く制限するものになるので、伝送距離の短い分散制限が支配要因となる。

なお、授業の資料の 10Gbps NRZ の最小受信感度と比較すると、40Gbps RZ に変調速度と変調方式をかえることによって、受信感度は約 4.5dB 劣化することになる。

4.5dB のうち 3dB は速度 4 倍の影響、1.5dB は NRZ から RZ への変更の影響である。

(4) (ともに雑音成分を計算した場合の解法)

$$SNR = \left(\frac{e\eta_i \frac{GP_s}{\hbar\omega}}{(\sqrt{N_{s,shot} + N_{sp,shot} + N_{s-sp} + N_{sp-sp} + N_{th}} + \sqrt{N_{sp,shot} + N_{sp-sp} + N_{th}}) / 2} \right)^2$$

ただし、

$$\begin{aligned} \text{① 信号光のショット雑音} \quad N_{s,shot}^2 &= \{2e \cdot e\eta_i (\frac{P_s}{\hbar\omega}) B\} G_0 \\ \text{② ASEのショット雑音} \quad N_{sp,shot}^2 &= \{2e \cdot e\eta_i n_{sp} B_{opt} B\} [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)] \\ \text{③ 信号光とASEのビート雑音} \quad N_{s-sp}^2 &= \{2e\eta_i (\frac{P_s}{\hbar\omega})\} (2e\eta_i n_{sp}) B G_0 [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)] \\ \text{④ ASE間ビート雑音} \quad N_{sp-sp}^2 &= \{2e\eta_i n_{sp}\}^2 B_{opt} B [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)]^2 \\ \text{⑤ 熱雑音} \quad N_{th} &= \frac{4kT}{RL} B \end{aligned}$$

右辺分母の第1項は信号レベル1の雑音成分、第2項は信号レベル0の雑音成分である。

SNR > 144を満たす段数nを求めると、

$$n < 54$$

となる。1スパン長が100kmであるので、これは伝送距離5300kmに相当する。

(信号光－ASE間ビート雑音が支配的と近似した場合)

光ファイバの損失係数0.2dB/km、1スパン長100kmより、1スパンの伝送損失は

$$0.2dB/km \times 100km = 20dB = 100$$

である。一方、送信器直後を除く光ファイバ増幅器の増幅係数は100なので、1スパンでの損失×増幅=1である。

従って第7章の式(7.8)の関係式が成り立つ(ただしNRZ用の式をRZ用に修正する必要がある)。

$$SNR = \frac{P_s G_0}{\hbar\omega n_{sp} B [G_0 + nG_1]} > 144$$

ここでSNR>144とは、BER<10⁻⁹を満足するSNRの条件であった。

$$\frac{\hbar \omega_{sp} B [G_0 + n G_1]}{P_s G_0} < \frac{1}{144}$$

$$n < \frac{G_0}{G_1} \left(\frac{1}{144} \cdot \frac{P_s}{\hbar \omega_{sp} B} - 1 \right) = \frac{10}{100} \left(\frac{1}{144} \cdot \frac{10^{\frac{0}{10}} \times 10^{-3}}{\frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.55 \times 10^{-6}} \times 2 \times 40 \times 10^9} - 1 \right) = 67.5$$

よって最大の接続段数は $n = 67$ 段となる。

最初の式の右辺分母第2項を0と仮定すると、

$$n < 67$$

となり、2番目の答えとほぼ一致する。

すなわち、上記の結果の差は信号レベル0の雑音成分を考慮するかしないかの差である。2番目の解法は信号－ASE間ビート雑音が支配的な場合に成り立つ式であり、信号レベル0の影響は信号－ASE間ビート雑音が n に比例し、ASE－ASE間ビート雑音は n^2 に比例して大きくなることから、 n が大きくなると前ページの解法での誤差が大きくなることになる。

従って、1番目のように雑音成分をすべて取り込んで解析するのが重要である。