4.2.1 補足　電圧・電流対称分

- 1 線地絡, 2 線地絡, 単相短絡, 断線故障など不平衡な故障計算に使用
- 不平衡電圧, 電流を, 3 相平衡した 3 成分: 零相, 正相, 逆相に分解し, 計算後 3 者を重ねあわせて解を求める

不平衡 3 相電流と対称分電流のベクトル図

$$\dot I_a = \dot I_0 + \dot I_1 + \dot I_2 \qquad \dot I_0 = \tfrac{1}{3}(\dot I_a + \dot I_b + \dot I_c)$$
$$\dot I_b = \dot I_0 + \alpha^2 \dot I_1 + \alpha \dot I_2 , \qquad \dot I_1 = \tfrac{1}{3}(\dot I_a + \alpha \dot I_b + \alpha^2 \dot I_c)$$
$$\dot I_c = \dot I_0 + \alpha \dot I_1 + \alpha^2 \dot I_2 \qquad \dot I_2 = \tfrac{1}{3}(\dot I_a + \alpha^2 \dot I_b + \alpha \dot I_c)$$

$$\dot V_a = \dot V_0 + \dot V_1 + \dot V_2 \qquad \dot V_0 = \tfrac{1}{3}(\dot V_a + \dot V_b + \dot V_c)$$
$$\dot V_b = \dot V_0 + \alpha^2 \dot V_1 + \alpha \dot V_2 , \qquad \dot V_1 = \tfrac{1}{3}(\dot V_a + \alpha \dot V_b + \alpha^2 \dot V_c)$$
$$\dot V_c = \dot V_0 + \alpha \dot V_1 + \alpha^2 \dot V_2 \qquad \dot V_2 = \tfrac{1}{3}(\dot V_a + \alpha^2 \dot V_b + \alpha \dot V_c)$$

4.2.2　3 相交流発電機の基本式

発電機の端子電圧

$\dot V_a = \dot E_a - \dot v_a \qquad \dot V_a, \dot V_b, \dot V_c$: 各相の端子電圧

$\dot V_b = \dot E_b - \dot v_b , \qquad \dot E_a, \dot E_b, \dot E_c$: 各相の端子電圧

$\dot V_c = \dot E_c - \dot v_c \qquad \dot v_a, \dot v_b, \dot v_c$: 発電機内部電圧降下

4.2.3　対称分インピーダンス

$$\dot V_0 = \tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot E_a + \dot E_b + \dot E_c\right) - \left(\dot v_a + \dot v_b + \dot v_c\right)\right\}$$
$$\dot V_1 = \tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot E_a + \alpha \dot E_b + \alpha^2 \dot E_c\right) - \left(\dot v_a + \alpha \dot v_b + \alpha^2 \dot v_c\right)\right\}$$
$$\dot V_2 = \tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot E_a + \alpha^2 \dot E_b + \alpha \dot E_c\right) - \left(\dot v_a + \alpha^2 \dot v_b + \alpha \dot v_c\right)\right\}$$

より

発電機1相あたりの零相, 正相, 逆相インピーダンスを $\dot Z_0$, $\dot Z_1$, $\dot Z_2$ とし, $\dot I_0, \dot I_1, \dot I_2$ を零相, 正相, 逆相電流とすると, 発電機各相電圧降下は

$$\dot v_a = \dot Z_0 \dot I_0 + \dot Z_1 \dot I_1 + \dot Z_2 \dot I_2$$
$$\dot v_b = \dot Z_0 \dot I_0 + \alpha^2 \dot Z_1 \dot I_1 + \alpha \dot Z_2 \dot I_2$$
$$\dot v_c = \dot Z_0 \dot I_0 + \alpha \dot Z_1 \dot I_1 + \alpha^2 \dot Z_2 \dot I_2$$

$\dot V_a, \dot V_b, \dot V_c$ の対称分は $\dot V_0, \dot V_1, \dot V_2$, 同様に $\dot E_a, \dot E_b, \dot E_c$ の対称分を $\dot E_0, \dot E_1, \dot E_2$ とおき, 整理すると

$$\dot V_0 = \dot E_0 - \dot Z_0 \dot I_0$$
$$\dot V_1 = \dot E_1 - \dot Z_1 \dot I_1$$
$$\dot V_2 = \dot E_2 - \dot Z_2 \dot I_2$$

$\dot E_a = \dot E_a ,\ \dot E_b = \alpha^2 \dot E_a ,\ \dot E_c = \alpha \dot E_a$ だから

$$\dot E_0 = \tfrac{1}{3}\left(\dot E_a + \alpha^2 \dot E_a + \alpha \dot E_a\right) = 0$$

$\dot E_1 = \tfrac{1}{3}\left(\dot E_a + \alpha\alpha^2 \dot E_a + \alpha^2\alpha \dot E_a\right) = \dot E_a$ より

$$\dot E_0 = \tfrac{1}{3}\left(\dot E_a + \alpha^2\alpha^2 \dot E_a + \alpha\alpha \dot E_a\right) = 0$$

$\dot V_0 = -\dot Z_0 \dot I_0$

$\dot V_1 = \dot E_a - \dot Z_1 \dot I_1$　: 3 相交流発電機の基本式

$\dot V_2 = -\dot Z_2 \dot I_2$

中性点に（残留）電圧がある場合は

$$\dot V_0 = \dot E_n - \dot Z_0 \dot I_0$$
$$\dot V_1 = \dot E_1 - \dot Z_1 \dot I_1$$
$$\dot V_2 = -\dot Z_2 \dot I_2$$

中性点接地インピーダンス $\dot Z_n$ には $3\dot I_0$ がながれるので, a 端子からの全電圧降下は $-3\dot I_0 \dot Z_n - \dot Z_0 \dot I_0$ である。

4.2.4 無負荷3相交流発電機の故障計算

[1] 一線地絡故障

a 端子で地絡故障発生。端子条件は

(i) $\dot{I}_b = \dot{I}_c = 0$

(ii) $\dot{V}_a = 0$

$$\dot{I}_0 = \tfrac{1}{3}(\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c) = \tfrac{1}{3}\dot{I}_a$$
$$\dot{I}_1 = \tfrac{1}{3}(\dot{I}_a + \alpha\dot{I}_b + \alpha^2\dot{I}_c) = \tfrac{1}{3}\dot{I}_a \quad , \quad \dot{I}_0 = \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \quad \text{(iii)}$$
$$\dot{I}_2 = \tfrac{1}{3}(\dot{I}_a + \alpha^2\dot{I}_b + \alpha\dot{I}_c) = \tfrac{1}{3}\dot{I}_a$$

(ii) 式に，発電機の基本式を代入

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 + \dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1 - \dot{Z}_2\dot{I}_2$$
$$= \dot{E}_a - (\dot{Z}_0\dot{I}_0 + \dot{Z}_1\dot{I}_1 + \dot{Z}_2\dot{I}_2) = 0$$

(iii) 式を代入

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} = \tfrac{1}{3}\dot{I}_a \text{ だから}$$

$$\dot{I}_a = \frac{3\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

対称分等価回路からも求めることができる。

a 端子からみた発電機の内部インピーダンスは

$$\frac{\dot{E}_a}{\dot{I}_a} = \frac{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}{3}$$

b,c の端子電圧は，$\dot{V}_0, \dot{V}_1, \dot{V}_2$ から求める

$$\dot{V}_0 = -\frac{\dot{Z}_0\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

$$\dot{V}_1 = \dot{E}_a - \frac{\dot{Z}_1\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} = \frac{(\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2)\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

$$\dot{V}_2 = -\frac{\dot{Z}_2\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

端子電圧は

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = 0$$

$$\dot{V}_b = \dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 = \frac{(\alpha^2 - 1)\dot{Z}_0 + (\alpha^2 - \alpha)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

$$\dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha\dot{V}_1 + \alpha^2\dot{V}_2 = \frac{(\alpha - 1)\dot{Z}_0 + (\alpha - \alpha^2)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

$$\alpha = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2}{3}\pi} = -\frac{1}{2} + \mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}, \; 1 + \alpha + \alpha^2 = 0, \; \alpha^3 = 1$$

[2] 二線地絡故障

a 端子で地絡故障発生。端子条件は

(i) $\dot{V}_b = \dot{V}_c = 0$

(ii) $\dot{I}_a = 0$

(i) と
$$\dot{V}_b = \dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 = 0$$
$$\dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha\dot{V}_1 + \alpha^2\dot{V}_2 = 0$$

より $\dot{V}_0 = \dot{V}_1 = \dot{V}_2$

3 相交流発電機の基本式より

$\dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 = -\dot{Z}_2\dot{I}_2$ だから

$$\dot{I}_0 = -\frac{\dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1}{\dot{Z}_0}, \quad \dot{I}_2 = -\frac{\dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1}{\dot{Z}_2}$$

$\dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0$ だから,

$$\dot{I}_0 = \frac{-\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

$$\dot{I}_2 = \frac{-\dot{Z}_0}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

基本式より

$$\dot{V}_0 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 = \frac{\dot{Z}_0\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a = \dot{V}_1 = \dot{V}_2$$

端子電圧は

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \frac{3\dot{Z}_0\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

故障電流は

$$\dot{I}_b = \dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2 = \frac{(\alpha^2 - \alpha)\dot{Z}_0 + (\alpha^2 - 1)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

$$\dot{I}_c = \dot{V}_0 + \alpha\dot{I}_1 + \alpha^2\dot{I}_2 = \frac{(\alpha - \alpha^2)\dot{Z}_0 + (\alpha - 1)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$