

第3章: 正常時の電力伝送特性

3.1 複素電力

3.1.1 複素電力

誘導性負荷に電圧を加える。右図で電力は

$$\text{有効電力 } P = EI \cos \varphi,$$

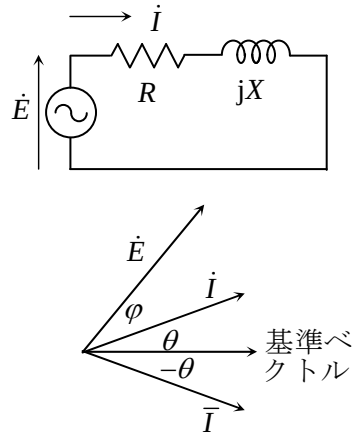
$$\text{無効電力 } Q = EI \sin \varphi$$

電圧と電流の位相差は φ , 電流が電圧よりも遅れているので Q は遅れ無効電力を表す。

$$\text{複素電力: } \dot{S} = P + jQ = \dot{E} \bar{I} \quad (\text{これの大きさを})$$

$$\text{皮相電力: } S = |\dot{E} \bar{I}| = EI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

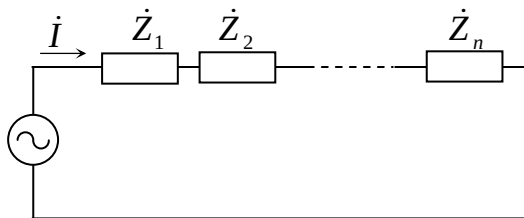
基準ベクトルに対して $\dot{E} = e^{j(\varphi+\theta)}$, $\dot{I} = e^{j\theta}$ より
 $\dot{E} \bar{I} = EI e^{j(\varphi+\theta)} e^{-j\theta} = EI e^{j\varphi} = EI \cos \varphi + jEI \sin \varphi$
 となって, 各項は PQ に一致する。あるいは
 $\bar{E} \dot{I} = EI e^{-j(\varphi+\theta)} e^{j\theta} = EI e^{-j\varphi} = EI \cos \varphi - jEI \sin \varphi$
 $= P - jQ$



共役を取らずに, $\dot{E} \dot{I}$ を求めると以下のように一致しない。

$$\begin{aligned} \dot{E} \dot{I} &= EI e^{j(\varphi+\theta)} e^{j\theta} = EI e^{j(\varphi+2\theta)} \\ &= EI \cos(\varphi+2\theta) + jEI \sin(\varphi+2\theta) \end{aligned}$$

3.1.2 複素電力の保存則



左図のように直列インピーダンスの回路については, 電源から供給される複素電力は

$$\dot{S} = \dot{E} \bar{I} = \left(\sum_{i=1}^n \dot{Z}_i \right) \dot{I} \bar{I} = \sum_{i=1}^n \dot{Z}_i I^2$$

並列回路のアドミタンスについても同様。

$$\dot{S} = \dot{E} \bar{I} = \dot{E} \left(\sum_{i=1}^n \bar{Y}_i \right) \bar{E} = \sum_{i=1}^n \bar{Y}_i E^2$$

3.2 単純系統における電力伝送特性

3.2.1 線路の等価回路が $R + jX$ である場合, 右

図より送受電端の相電圧は $\dot{E}_s = \dot{E}_r + (R + jX) \dot{I}$

φ : 受電端の力率角, θ : $\dot{E}_s, \dot{E}_r$ の相差角

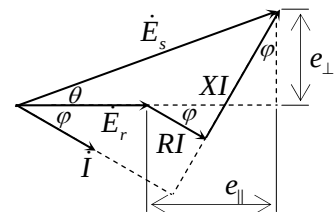
$$e_{\parallel} = E_s \cos \theta - E_r = RI \cos \varphi + XI \sin \varphi \quad ①$$

$$e_{\perp} = E_s \sin \theta = XI \cos \varphi - RI \sin \varphi \quad ②$$

θ : 小のときは①より,

$$E_s \approx E_r + (R \cos \varphi + X \sin \varphi) I \quad ③$$

第二項は電圧降下を表す(実際は小さい)。



電圧降下率

$$\varepsilon[\%] = \frac{E_s - E_r}{E_r} \times 100 = \frac{(R \cos \varphi + X \sin \varphi) I}{E_r} \times 100$$

$$\text{電力損失: } P_L = RI^2$$

有効電力: $P_r = E_r I \cos \varphi$

無効電力: $Q_r = E_r I \sin \varphi$ なので, ①②より

$$E_s \sin \theta = X \frac{P_r}{E_r} - R \frac{Q_r}{E_r}$$

$$E_s \cos \theta = E_r + R \frac{P_r}{E_r} + X \frac{Q_r}{E_r}$$

θ : 小のときは

$$E_s \theta \approx \frac{XP_r - RQ_r}{E_r} \quad (4)$$

$$E_s \approx E_r + \frac{RP_r + XQ_r}{E_r} \quad (5)$$

伝送電力:

受電端の相電圧 $\dot{E}_r$ を基準にすると

$$E_s e^{j\theta} = E_r + (R + jX) \dot{I} \text{ より,}$$

$$\dot{I} = \frac{E_s e^{j\theta} - E_r}{R + jX} = \frac{E_s e^{j(\theta-\varphi)} - E_r e^{j\varphi}}{Z} \quad (6)$$

$$\text{ここで } R + jX = Ze^{j\varphi}, \varphi = \tan^{-1} \frac{X}{R}, Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$V_s = \sqrt{3}E_s$, $V_r = \sqrt{3}E_r$ を代入すると

$$\begin{aligned} \dot{S}'_r &= \frac{V_r V_s}{Z} e^{j(\theta-\varphi)} - \frac{V_r^2}{Z} e^{j\varphi} \\ &= \frac{V_r V_s}{Z} \cos(\theta-\varphi) - \frac{V_r^2}{Z} \cos \varphi \\ &\quad + j \left(-\frac{V_r V_s}{Z} \sin(\theta-\varphi) - \frac{V_r^2}{Z} \sin \varphi \right) \end{aligned}$$

3 相分で表すと, $V = \sqrt{3}E$, $3P = P'$, $3Q = Q'$

③式は

$$V_s \approx V_r + \sqrt{3}(R \cos \varphi + X \sin \varphi) I$$

$$V_s \approx V_r + \frac{RP'_r + XQ'_r}{V_r}$$

となり, 1 相分と同じ形になる。なお,

$$P_L = RI^2 = RI^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = R \frac{P_r^2 + Q_r^2}{E_r^2}$$

より, $Q_r = 0$ のとき伝送損失は最小

受電端の複素電力を $\dot{S}_r$, 共役を $\bar{\dot{S}}_r$ とすると

$$\dot{S}_r = \dot{E}_r \bar{\dot{I}} = P_r + jQ_r = E_r \frac{E_s e^{-j(\theta-\varphi)} - E_r e^{j\varphi}}{Z} \quad (7)$$

3 相分は $\dot{S}'_r = 3\dot{E}_r \bar{\dot{I}} = P'_r + jQ'_r$, だから

$$\begin{aligned} \dot{S}'_r &= 3E_r \left(\frac{E_s}{Z} e^{-j(\theta-\varphi)} - \frac{E_r}{Z} e^{j\varphi} \right) \\ &= \frac{3E_r E_s}{Z} e^{-j(\theta-\varphi)} - \frac{3E_r^2}{Z} e^{j\varphi} \end{aligned}$$

線路抵抗が無視: $R = 0$ できれば $\varphi = \pi/2$, また

$Z = X$ だから

$$P'_r = \frac{V_s V_r}{X} \cos \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{V_s V_r}{X} \sin \theta \text{ となる。} \quad (8)$$

$$Q'_r = -\frac{V_s V_r}{X} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{V_r^2}{X} = \frac{V_r}{X} (V_s \cos \theta - V_r)$$

⑨