粘性

- **粘性とは**
  流体中に速度の異なる領域があるとき，これを一様に平均化しようとする作用（流体，非晶質固体の性質）

弾性率の定義 $\sigma = E\varepsilon$ **応力＝弾性率x ひずみ**

粘性率の定義 $\sigma = \eta\dot{\varepsilon} = \eta\dfrac{d\varepsilon}{dt}$

応力＝粘性率x ひずみ速度

粘性

- 弾性と粘性の類似性

弾性	粘性
Pa	Pa･s
引張弾性率	伸長粘度
せん断弾性率	せん断粘度
体積弾性率	体積粘度
ポアソン比＝０．５ ３ｘせん断弾性率＝引張弾性率	非圧縮性 ３ｘせん断粘度＝伸長粘度

粘性の分子論 (気体，液体)

- 粘性とは：相互作用による分子速度の平均化

気体	液体
分子が速度の異なる層間を移動することによる平均化 分子間力は無視できる	速度の異なる分子間の分子間力による相互作用による運動量交換 分子の速度の異なる層間の移動は無視できる
分子の質量大，平均自由工程大 ＝　高粘度	分子間力大 ＝　高粘度
高温で高粘度	低温で高粘度
$\eta = \frac{1}{3} N^* \bar{v} m L$	$\eta = \frac{k^* T}{\lambda^3 A} \exp\left(\frac{\varepsilon_D}{k^* T}\right)$

気体の粘性の分子論

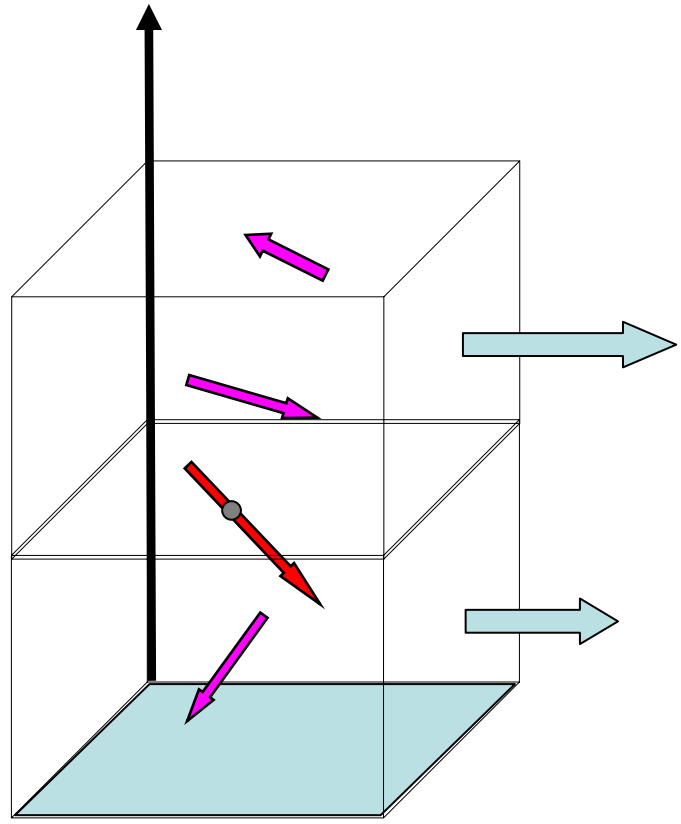
- 速度の異なる層
  単位時間当たりに移動する分子の数
  ＝運動量変化＝粘性

- 単位時間当たりの運動量変化
  ＝力

- 力／断面積＝粘度x ひずみ速度

$$\eta = \frac{1}{3} N^* \bar{v} m L$$

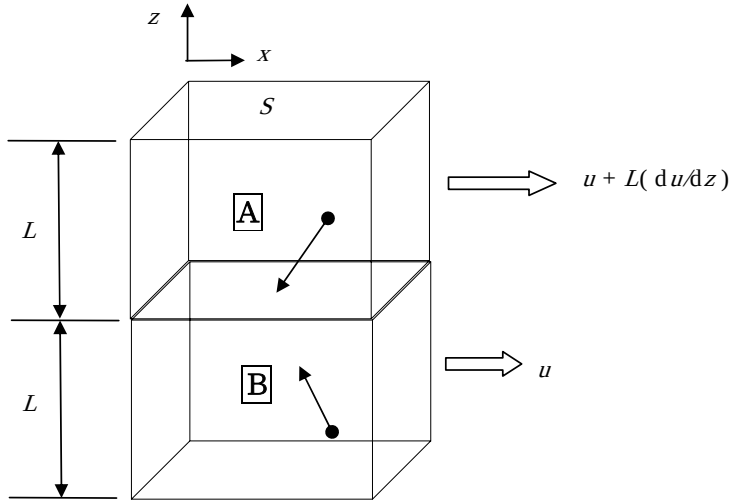
N^*	単位体積中の分子数
$\bar{v}$	分子の速度
m	分子の質量
L	平均自由行程



断面積

気体の粘性の分子論（2）

粘性とは内部摩擦のことであり，気体の粘性は運動量の輸送によって生じる．すなわち，下図に示すように速度の異なる層が隣接して存在するとき，速度の速い層（A層）から遅い層（B層）に飛び込む分子は，遅い層から速い層に飛び込む分子に比べx軸方向の速度成分uが大きいため，分子運動に伴って運動量の移動が起こり，各層は一様な速度になろうとする．
ここでA層とB層を，両者の中心間距離が分子の平均自由行程Lとなるように設定し，両層が接触している面積をS，単位体積当たりの分子数をN^*，分子の平均速度をv，分子の質量をmとする．さらに，層厚方向（z軸方向）の速度勾配をdu/dzとする．
このとき，単位時間当たりにA層からB層に移動する分子の数は，ランダムな方向に運動する分子の6分の1が層間の移動に関与すると考えれば，1)＿＿＿＿と表される．また，一つの分子がA層からB層に飛び込むときに生じる運動量変化は 2)＿＿＿＿となり，従って，単位時間当たりの運動量変化（A層の運動量変化とB層の運動量変化の総和）は，3)＿＿＿＿と表される．
ここで，両層の接触面に作用する応力 σが4)＿＿＿＿となること，および粘度 η を定義する式 η = 5)＿＿＿＿を考慮すると，気体の粘度を表す式はη = 6)＿＿＿＿ となる．
一方，気体の圧力pは$p = (1/3)N^*mv^2$と表すことができるので，完全気体の状態方程式を考慮すると，vは，m，ボルツマン定数k，絶対温度Tを使って，v = 7)＿＿＿＿ と表される．これらの結果より，気体の粘度は温度の上昇に伴い増大することが理解できる．



1)〜7)

$\frac{1}{6}N^*Sv$　　$\frac{1}{3}N^*SvmL\frac{du}{dz}$　　$mL\frac{du}{dz}$

$\frac{1}{3}N^*vmL\frac{du}{dz}$　　$\sigma = \eta\frac{du}{dt}$　　$\frac{1}{3}N^*vmL$

$\sqrt{\frac{3kT}{m}}$

液体の粘性

- ポテンシャル障壁を越えて隣の空孔へ分子が移動

単位時間当たりに移動する個数

応力によるポテンシャルの変化

$$\eta = \frac{k^* T}{\lambda^3 A} \exp\left(\frac{\varepsilon_D}{k^* T}\right)$$

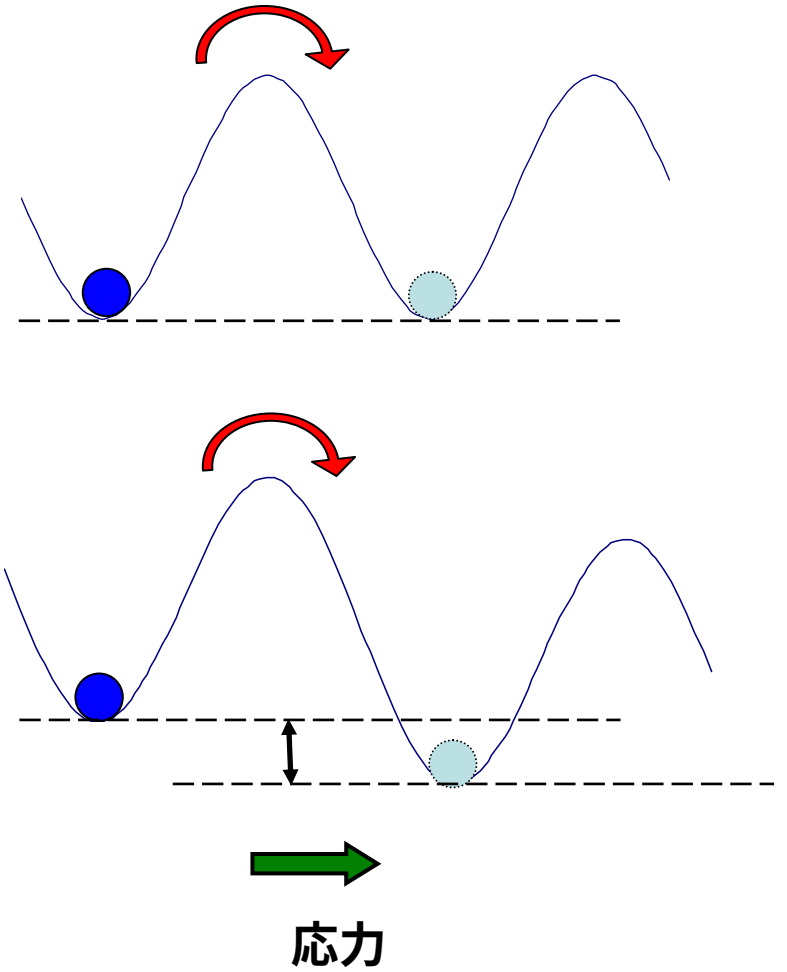
k^* ボルツマン定数

λ 分子間距離

A 単位時間に分子がポテンシャル障壁を越えて隣へ移る回数

T 絶対温度

ε_D 活性化エネルギー



液体の粘性（2）

単位時間当たりに移動する個数

$$k = A\exp(-\frac{\varepsilon_D}{k^*T})$$

応力によるポテンシャル変化

力 $= \sigma\lambda^2$　　**距離** $= \frac{1}{2}\lambda$

加えるエネルギー $= \frac{1}{2}\sigma\lambda^3$

応力下で単位時間当たりに移動する個数

→方向

$$k_f = A\exp(-\frac{\varepsilon_D - \frac{1}{2}\sigma\lambda^3}{k^*T})$$

←方向

$$k_b = A\exp(-\frac{\varepsilon_D + \frac{1}{2}\sigma\lambda^3}{k^*T})$$

変形速度

$$\Delta u = k_f\lambda - k_b\lambda$$

f: forward
b: backward

粘度の定義

$$\sigma = \eta\frac{\Delta u}{\lambda}$$

従って

$$\eta = \frac{\sigma\lambda}{2\lambda k\sinh(\frac{\sigma\lambda^3}{2k^*T})}$$

ハイパボリックサイン

$$\sinh = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$2k^*T >> \sigma\lambda^3 \Rightarrow \sinh(\frac{\sigma\lambda^3}{2k^*T}) \cong \frac{\sigma\lambda^3}{2k^*T}$$

$$\eta = \frac{k^*T}{\lambda^3 A}\exp\left(\frac{\varepsilon_D}{k^*T}\right)$$