## 1.3 容量性エネルギー蓄積方式

電界のエネルギーをコンデンサ(キャパシタ)に蓄積して,それを高速に放出してパル スパワーを利用する方式を,容量性エネルギー蓄積方式という。

#### 1.3.1 電界のエネルギーと容量性蓄積

電界系のエネルギーは「ある量の電荷を有限の領域まで集める電界を発生させるのに要した力学的なエネルギー」と定義される。最も単純な場合として,2つの電荷 $q_1$ , $q_2$ を有限距離 $r_{12}$ まで近づけたときのエネルギーは次式で与えられる。キャパシタにエネルギーを蓄積する過程,すなわち充電する過程を考えよう。上下の電極間に電圧V(=Q/C)まで充電するとして,上の電極の電位がVのときに,電荷をdqだけ増加させるのに必要な仕事量は,

$$dW_e = V \cdot dq$$

であり,単位は [J] である。0 から Q(=CV) まで充電するのに必要な仕事量が静電容量 Cのキャパシタに蓄えられる電気エネルギーだから

$$W_e = \int_0^Q V dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2C} Q^2 = \frac{1}{2} C V^2$$
(1.11)

となる。キャパシタを電圧 V の外部電源により,時刻 0 から t までの間に電流 I で充電すると考えれば次のように書くこともできる。

$$W_e = \int_0^t V I dt = \int_0^t V \frac{dQ}{dt} dt = \int_0^Q V dQ = \frac{1}{2} C V^2$$
(1.12)

ここでキャパシタを並行平板形状としよう。上下電極の幅w,長さl,電極間(面積 $S = w \times l$ ),距離dとする。ただし電極間には隙間無く比誘電率 $\varepsilon$ の誘電体シートが挟み込まれているとする。シートは電極よりも大きく,電極端部の効果(後述)は考えない。



図 1.3: キャパシタに蓄えられるエネルギー計算 このキャパシターの静雷容量 *C* は

# $C = \varepsilon \cdot \frac{w \cdot l}{d} = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} \tag{1.13}$

$$= \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \quad [F] \tag{1.14}$$

だから,

$$w_e = \frac{1}{2}CV^2/(S \cdot d) = \frac{1}{2}\varepsilon \frac{S}{d} \frac{1}{Sd}V^2 = \frac{1}{2}\varepsilon \left(\frac{V}{d}\right)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

となって,静電界のエネルギー密度を与える式と一致する。

ここで静電容量を求めてみよう。平板電極の大きさを  $10 \text{cm} \times 10 \text{cm}$ , 電極間ギャップ長を 1 mm, 比誘電率  $\varepsilon_r = 1$ , すなわち空気コンデンサの静電容量を求めてみると

 $C = 8.854 \times 10^{-12} \cdot 0.1 \cdot 0.1 / 10^{-3} = 88.54 \times 10^{-12}$  [F]

となる。ギャップ 1mm , 10 cm 四方で約 100 pF になるが , このような大まかな値を頭に 入れておくと便利である。

次に,蓄積可能なエネルギー密度(: $\frac{1}{2}\varepsilon E^2$ )の最大値を求めてみよう。大気の絶縁破壊電圧は平等電界で約 30kV/cm だから 1mm では 3kV,最大電界強度は  $3 \times 10^6$ V/m=3 MV/m である。よって最大蓄積エネルギー密度は次式のようになる。

$$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot (3 \cdot 10^6)^2 = \frac{1}{2} \cdot 8.854 \times 10^{-12} \cdot 9 \times 10^{12} \approx 40 [\text{J/m}^3]$$

絶縁フィルムの場合は絶縁破壊強度は 100MV/m 程度なので,比誘電率を 3 とすれば,約 10<sup>5</sup> $[J/m^3]$ となり,空気の場合と比べてエネルギー密度をはるかに高くできることがわかる。

$$w_e = \frac{1}{2} \cdot 8.854 \times 10^{-12} \cdot 3 \cdot \times 10^{16} \approx 10^5 [\text{J/m}^3]$$

パルスパワー用途には,こうした誘電体フィルムを使ったフィルムコンデンサと,強誘電体材料を使ったセラミックコンデンサの両方が使われている。(3章で述べる)

 $w_e 
ightarrow$ 大とするには

 $\varepsilon_r \rightarrow \mathbf{t};$ 材料の特性

 $E \rightarrow \mathbf{T};$ 材料の絶縁破壊電圧

空気の場合:  $\varepsilon_r = 1, E_{bd} = 30 \text{ kV/cm} = 3 \times 10^6 \text{ V/m}, w_e \approx 40 \text{ [J/m^3]}$ 絶縁フィルムの場合:  $\varepsilon_r = 3, E_{bd} = \times 10^8 \text{ V/m}, \text{, } w_e \approx 40 \text{ [J/m^5]}$ 

#### 1.3.2 容量性エネルギーの蓄積・放出回路

キャパシタの充電および放電の基本回路を示す。

- ・蓄積過程 S1:OFF→ON, S2:OFF
- ・放出過程 S1:ON or OFF, S2:OFF→ON

以下放出過程について見てみる。 電圧 $V_0$ の直流電源側のスイッチ $S_0$ を閉じると,キャパ シタCは直流電源から充電抵抗: $R_0$ を介して電源電圧 $V_0$ まで充電される。その後電源側の スイッチ $S_0$ を開き,今度は負荷側のスイッチSを閉じるとキャパシタの電荷は負荷:Rに 流れる。負荷が一定値の抵抗負荷の場合,スイッチSを閉じる時刻をt = 0とすると,放 電電流は次式となる。

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \tag{1.15}$$



図 1.4: キャパシタ充電および放電回路

このとき負荷抵抗で消費される電力は次式となるから

$$P(t) = I(t)^{2}R = \frac{V_{0}^{2}}{R} \exp\left(-\frac{2t}{RC}\right)$$
(1.16)

負荷で消費される全エネルギーは

$$W = \int_0^\infty P(t)dt = \frac{1}{2}CV^2$$
 (1.17)

となる。

### 1.4 誘導性エネルギー蓄積

容量性エネルギーはキャパシタの電界に蓄えられているのに対し,誘導性エネルギーは コイルを流れる電流が作る磁界に蓄えられる。つまり誘導性エネルギーは磁界の持つエネ ルギーである。なお容量性エネルギー放出回路では投入スイッチ(OFFからONに変化) を用いるのに対して,誘導性エネルギー放出回路では開放スイッチ(ONからOFF)を利 用する。誘導性エネルギーを効率よく取り出すためにはスイッチの過渡特性が重要である。

#### 1.4.1 磁界のエネルギーと誘導性蓄積

固定ループに一定電流 I が流れている場合に,ループの周囲に発生する磁界が持つエネ ルギーは

$$W_m = \int_v w_m dv , \qquad w_m = \frac{B^2}{2\mu}$$
(1.18)

となる。磁束密度 B の分布を求めるのが困難な場合は,全磁束  $\Phi$ を使って磁界のエネル ギーを求めることができる。ループのインダクタンスを Lとすると,ループ内の全磁束は

$$\Phi = LI \tag{1.19}$$

である。ループ電流が変化すると全磁束も変化し,ループには電流の変化を妨げる方向に 電圧 U が誘起される。ある時刻のループ電流を i とすると

$$U = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{1.20}$$

よって外部から成される仕事は

$$\mathrm{d}W = Ui\mathrm{d}t = Li\mathrm{d}i \tag{1.21}$$

で表すことができるから,ループ電流が I になるまでに外部から加えられた仕事は

$$\int_{0}^{I} Li di = \frac{1}{2} L I^{2} = W_{m}$$
(1.22)

となり,ループの周囲に存在する磁界の全エネルギーを与える。

電界の場合に平行平板キャパシタを例にしたが,磁界の場合はソレノイドコイルを考えることにする。単位長さあたりの巻数をn,コイル断面積をS,ソレノイドコイル内の磁束密度をB,透磁率を $\mu$ とすればH = nIだから,コイルに鎖交する全磁束は,

$$\Phi = nBS = n\mu HS = \mu n^2 IS \tag{1.23}$$

となる。よって単位長さあたりのインダクタンス

$$L = \frac{\Phi}{I} = \mu n^2 S \tag{1.24}$$

となるから,透磁率と断面積に比例し,巻数の2乗に比例することがわかる。 磁界のエネルギー密度は

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{\mu H^2}{2} \tag{1.25}$$

で与えられるから,再びH = nIを使うと,ソレノイドコイルの単位長さあたりに蓄積される磁界のエネルギーは次式で与えられる。

$$W_m = \frac{1}{2}\mu H^2 S = \frac{1}{2}\mu n^2 S I^2$$
(1.26)

ここで,磁界による蓄積エネルギー密度  $w_m = \frac{B^2}{2\mu}$ を概算して,電界の場合と比較してみよう。超伝導コイルで10[T=Wb/m<sup>3</sup>]を出せば約4×10<sup>7</sup>[J/m<sup>3</sup>],となるから,エネルギー密度の最大値は,電界よりも磁界の方が2桁大きい。なお磁界のエネルギー密度の上限はコイルの機械的強度で制限されるが,電界のエネルギー密度よりも一般に高い。

#### 1.4.2 誘導性エネルギーの蓄積・放出回路

インダクタへのエネルギー蓄積および放出の基本回路を示す。



図 1.5: インダクタへのエネルギー蓄積および放出

・蓄積過程 S1:OFF→ON, S2:ON(一定電流が流れるまで) ・放出過程 S1:ON, S2:ON→OFF

誘導性エネルギーの放出には開放スイッチが必要である。誘導性エネルギー蓄積回路で は初期状態ではスイッチを閉じてインダクタに一定電流を流しておき,ある時刻でスイッ チを開き,負荷に電力を加える。今,ワンターンループに電流 *I* がながれ,ループ内に抵 抗*R* が接続されている状態を考えると,

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}} = -IR\tag{1.27}$$

となり,磁界のエネルギーは以下のように変化する。

$$\frac{\mathrm{d}W_m}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{1}{2}LI^2\right) = LI\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = -I^2R \tag{1.28}$$

よって,磁界のエネルギー変化は抵抗での消費エネルギーに一致する。この場合は抵抗 *R* に磁界のエネルギーが転送されたことを示す。



図 1.6: 誘導性エネルギー蓄積回路の基本図

次に誘導性エネルギーを利用する一般的な等価回路図 1.9 でエネルギー取り出しの動作 を見ていこう。図中の可変抵抗 *R*(*t*) はスイッチを表しており,抵抗値がほぼ 0 から無限大 まで吸収に変化(ON から OFF)する。

インダクタ $L_1$ には初期電流I(0)が流れていて,負荷が純抵抗 $R_l$ の場合の回路方程式は以下のようになる。

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) \tag{1.29}$$

$$L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + i_2(t)R(t) = 0 \tag{1.30}$$

$$i_2(t)R(t) = i_3(t)R_l \tag{1.31}$$

これから次の微分方程式が得られる。

$$\frac{di_1(t)}{dt} + \frac{R(t)R_l}{L_1(R(t) + R_l)}i_1(t) = 0$$
(1.32)

t = 0 で $i_1(0) = I(0)$ とし,スイッチ抵抗R(t)が単純にR(t) = mt(m: 定数)の場合の 負荷電流は

$$i_{3}(t) = I(0)\frac{mt}{mt + R_{l}}\exp\left\{\frac{R_{l}^{2}}{mL_{1}}\ln\left\{\frac{mt + R_{l}}{R_{l}}\right\} - \frac{R_{l}t}{L_{1}}\right\}$$
(1.33)



図 1.7: スイッチング時間変化させた場合の負荷電流波形

ここで, $I(0)=5000 \text{ A}, L=1 \mu \text{H}, R_l=10 \Omega$ としスイッチング時間の係数を $m = 1 \times 10^9 \Omega \text{sec}^{-1}$ ,  $m = 1 \times 10^8, m = 1 \times 10^7$ ,とした場合の負荷電流を計算すると次のようになる。スイッチング時間が変化すると抵抗負荷に流れる電流波形は大きく変化し,高速スイッチの場合ほどピーク電流値は増加することがわかる。この場合は抵抗負荷であるので,負荷に加わる電圧もスイッチング時間が短いほど大い。なお,負荷に供給される最大電力は

$$P_{max} = i_3(t)^2 R_l \tag{1.34}$$

だからスイッチング時間が短くなるほど最大電力も増す。高速に電流遮断することが極め て重要であることがわかる。これは負荷が抵抗ではなく,インダクタンスの場合も同様で ある。負荷がプラズマなどの場合はプラズマの電流路形状が変化するとインダクタンスも 変化するので注意が必要である。

# 第2章 パルス電力の発生と整形

# 2.1 高電圧発生回路

はじめに直流高電圧発生回路を示す。特に最初の3つはパルスパワー回路以外でもおな じみの回路である。これら高電圧発生回路は,容量性・誘導性蓄積共に使われる基本的な 回路である。

半波整流回路 (Half-wave rectification circuit)



図 2.1: 半波整流回路

全波整流回路 (Full -wave rectification circuit)





ブリッジ整流回路 (Bridge rectification circuit)



図 2.3: ブリッジ整流回路

ビラード回路 (Villard circuit)

この回路は正弦波電源電圧(波高値: V<sub>0</sub>)の2倍の電圧が得られる倍電圧整流回路である。 頭の中で動作を追ってみよう。交流電源の負の半周期でキャパシタを右から左に V<sub>0</sub>まで 充電し,正の半周期では電源電圧に充電電圧 V<sub>0</sub>が加わった電圧が負荷に加わる。交流電 源を波高値 V<sub>0</sub>分正にシフトした電圧になる。



図 2.4: ビラード回路

Greinacher circuit

ビラード回路にダイオード  $D_2$  とキャパシタ  $C_2$  を加えた回路で,ビラード回路出力電圧 でキャパシタ  $C_2$  を  $2V_0$  まで充電する。



図 2.5: Greinacher 回路

Zimmerman - Wittka circuit

電圧をシフトさせるキャパシタが 2 つ入っているので,出力電圧の振動の中心は  $2V_0$  になる。 $2V_0$ を中心に  $\pm V_0$ の振動した波形が出力される。出力電圧波高値は電源電圧  $V_0$ の 3 倍になる。



図 2.6: Zimmerman 回路

コッククロフト・ウォルトン回路 (Cockroft - Walton Voltage Multiplier) さらに 倍数を大きくしたのがコッククロフト・ウォルトン回路である。変圧器の出力電圧が正弦 波で波高値を  $V_0$  とすると,変圧器に接続された初段のキャパシタ  $C_1$  は負の半周期で充電 され,正の半周期でダイオード  $D_1$  を通して接地側のキャパシタ  $C_2$  を  $2V_0$  まで充電する。 次の負の半周期では接地側のキャパシタ  $C_2$  ダイオード  $D_2$  上部キャパシタ  $C_3$  キャ パシタ  $C_1$  トランス アースのループで充電される。結局上側のキャパシタは  $C_1$ のみ  $V_0$  で他は  $2V_0$ ,下段は全て  $2V_0$  に充電されるから,この回路では 6 倍の波高値  $6V_0$  が得ら れる。



図 2.7: コッククロフト・ウォルトン回路

バンデグラフ発電機 (Van de Graaff Generator)

絶縁ベルトに電荷を付与して,高圧側電極に電荷を集めて高電圧を得る方式。取り出し電 流はベルトのスピードと帯電電荷量に制限され大きくないが,電圧は極めて高い値が得ら れる。

#### テスラコイル (Tesla coil)

多層交流の発明,また交流送電で有名なテスラが開発した高電圧発生器で,テスラコイルの下に座った読書するテスラの写真は有名。