材料強度学

Mechanical Properties of Structural Materials

（複合材料シリーズ）

◎第１回(11/10)：連続繊維強化複合材料－複合則と強化機構－

第２回(11/17)：不連続繊維強化複合材料－シアラグ理論－

第３回(11/24)：複合材料に関するトピックス

講義の目標：複合材料の強化理論を理解する.

今回の目標

1. 複合則（Rule of Mixtures）を理解する.
2. 連続繊維強化複合材料の強化機構を理解する.

複合材料とは？

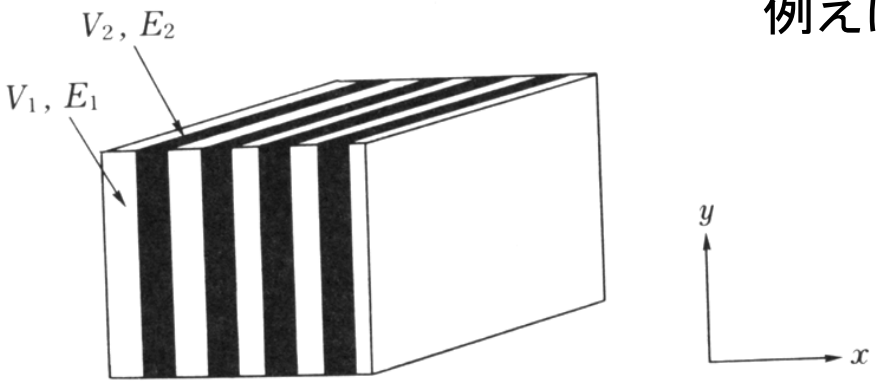
２種以上の材料を組合せてつくられる材料で，各素材の長所を活かし，または短所を補うように設計され，単独の材料では得られない優れた性質と機能を有する人工材料.

組織・構造による分類

- 粒子分散強化型 (Particle-reinforced)
- 繊維強化型 (Fiber-reinforced)
  - 連続繊維強化型 (Continuous)
    - 1D, 2D, 3D,…,nD
    - Cloth (Plane, Satin,…)
  - 不連続繊維強化型 (Discontinuous)
    - 1方向配向 (Aligned)
    - ランダム配向 (Randomly oriented)
- 巨視的構造型 (Structural)

複合則とは？

複合材料の性質を構成相の性質と体積分率のみで表す.



平行平板モデル

例えば，ヤング率… 第1相：$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1$

第2相：$\sigma_2 = E_2 \varepsilon_2$

(1) x方向に引張る…

$\sigma_1 = \sigma_2 (= \sigma_x)$，$\varepsilon_x = V_1 \varepsilon_1 + V_2 \varepsilon_2$

であるから，$\sigma_x = E_x \varepsilon_x$とすれば，

$$\frac{1}{E_x} = \frac{V_1}{E_1} + \frac{V_2}{E_2}$$ ➡ Reuss則

(2) y方向に引張る…

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 (= \varepsilon_y)$，$\sigma_y = V_1 \sigma_1 + V_2 \sigma_2$であるから，$\sigma_y = E_y \varepsilon_y$とすれば，

$$E_y = V_1 E_1 + V_2 E_2$$ ➡ Voigt則

ヤング率の上・下界

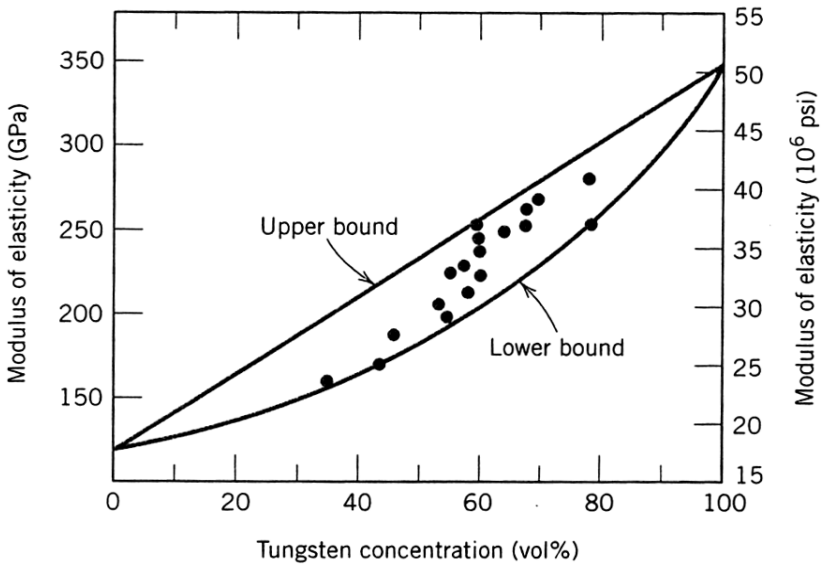


FIGURE 17.3 Modulus of elasticity versus volume percent tungsten for a composite of tungsten particles dispersed within a copper matrix. Upper and lower bounds are according to Equations 17.1 and 17.2; experimental data points are included. (From R. H. Krock, *ASTM Proceedings*, Vol. 63, 1963. Copyright ASTM, 1916 Race Street, Philadelphia, PA 19103. Reprinted with permission.)

複合材料の性質は各構成相の性質と体積分率ばかりでなく，構成相の幾何学的な特徴を規定する組織構造因子にも大きな影響を受ける．

Voigt則は複合材料のヤング率の上界を，Reuss則は下界を与える．

（参考）この考えを発展させたものにHashin-Shtrikmanの関係式があり，次のようになる．

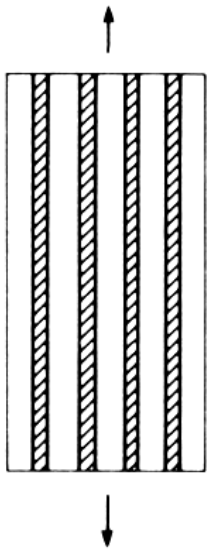
$$K_{upper} = K_2 + \frac{V_1}{\dfrac{1}{K_1 - K_2} + \dfrac{3V_2}{3K_2 + 4\mu_2}} \qquad K_{lower} = K_1 + \frac{V_2}{\dfrac{1}{K_2 - K_1} + \dfrac{3V_1}{3K_1 + 4\mu_1}}$$

ただし，Kは体積弾性率，μ は剛性率であり，$E = \dfrac{9K\mu}{3K + \mu}$　　さらに，$K_1 \leqq K_2$である．

複合材料の強度に単純な複合則は適用可能か？

母相（Matrix）よりも強い繊維と複合化すれば，
複合材料の強度は必ず母相より大きくなるか？

1方向連続繊維強化複合材料について考える.



ちなみに，繊維軸方向のヤング率は…

$$E = V_f E_f + (1 - V_f) E_m$$ ➡ Voigt則

繊維垂直方向のヤング率は…

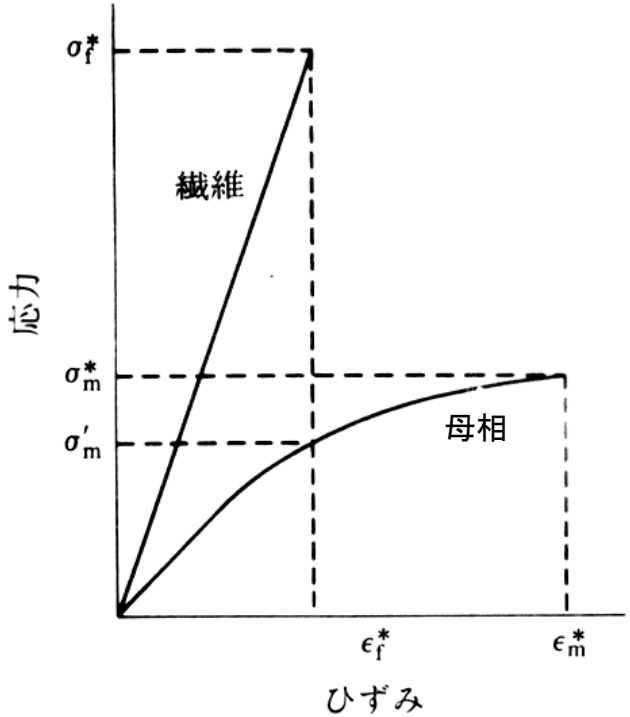
$$\frac{1}{E} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{1 - V_f}{E_m}$$ ➡ Reuss則

➡ ヤング率については複合則が概ね成立する.

繊維/母相界面の結合が強固である場合の破壊を考察する…

1方向連続繊維強化複合材料の強度－1
繊維軸方向－1

(1)（母相の破断ひずみ）≧（繊維の破断ひずみ）の場合



➡ 繊維破壊が母相の破壊より先行する.

①繊維破壊直前の応力：$\sigma_f^* V_f + \sigma_m' (1-V_f)$

②母相だけで支え得る応力：$\sigma_m^* (1-V_f)$

①＜②の場合，➡ $V_f < \dfrac{\sigma_m^* - \sigma_m'}{\sigma_f^* + \sigma_m^* - \sigma_m'}$

複合材料は繊維を破断しながら負荷を受け，
母相が力を支えきれなくなった時に破断する.

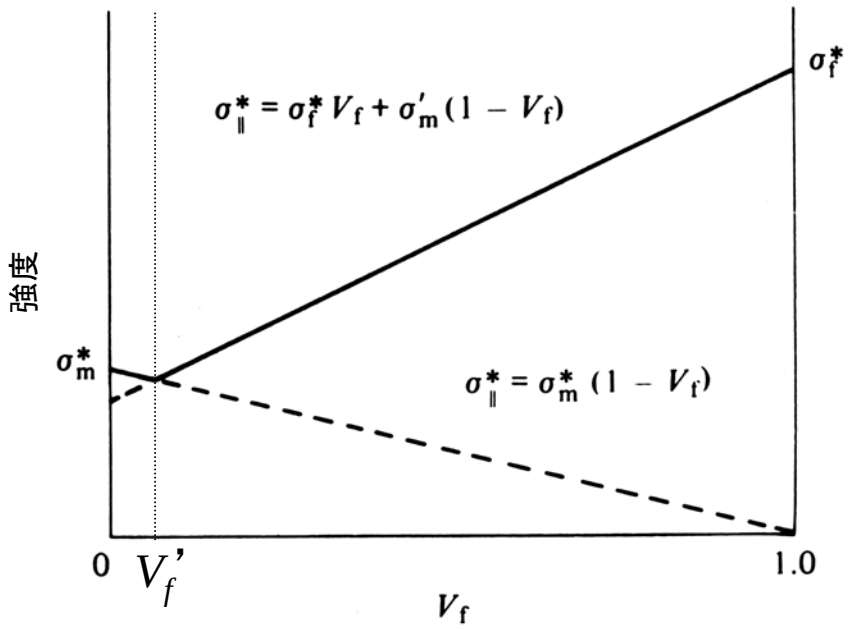
$$\sigma^* = \sigma_m^* (1 - V_f)$$

①＞②の場合，➡ $V_f > \dfrac{\sigma_m^* - \sigma_m'}{\sigma_f^* + \sigma_m^* - \sigma_m'}$

複合材料は繊維が破断した瞬間に
破断する.

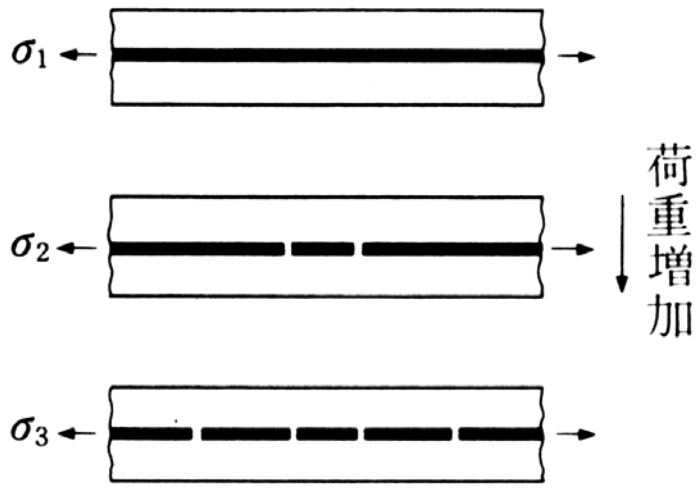
$$\sigma^* = \sigma_f^* V_f + \sigma_m' (1 - V_f)$$

1方向連続繊維強化複合材料の強度－2
繊維軸方向－2

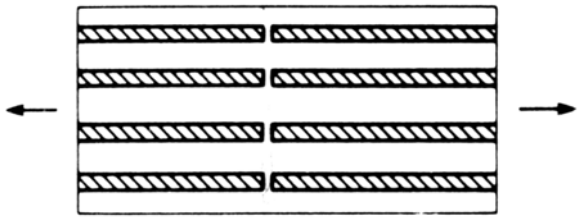


$$V_f' = \frac{\sigma_m^* - \sigma_m'}{\sigma_f^* + \sigma_m^* - \sigma_m'}$$

$V_f < V_f'$ の場合 ➡ 繊維のマルチプルフラクチャー

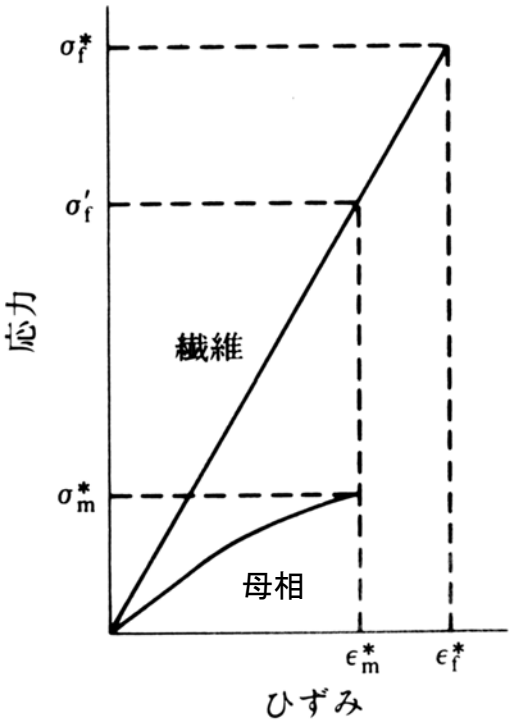


$V_f > V_f'$ の場合 ➡ シングルフラクチャー



1方向連続繊維強化複合材料の強度－3
繊維軸方向－3

(2)（母相の破断ひずみ）≦（繊維の破断ひずみ）の場合



➡ 母相破壊が繊維の破壊より先行する.

①母相破壊直前の応力：$\sigma_f' V_f + \sigma_m^*(1-V_f)$

②繊維だけで支え得る応力：$\sigma_f^* V_f$

①＜②の場合，➡ $V_f > \dfrac{\sigma_m^*}{\sigma_f^* - \sigma_f' + \sigma_m^*}$

複合材料は母相を破断しながら負荷を受け，
繊維が力を支えきれなくなった時に破断する.

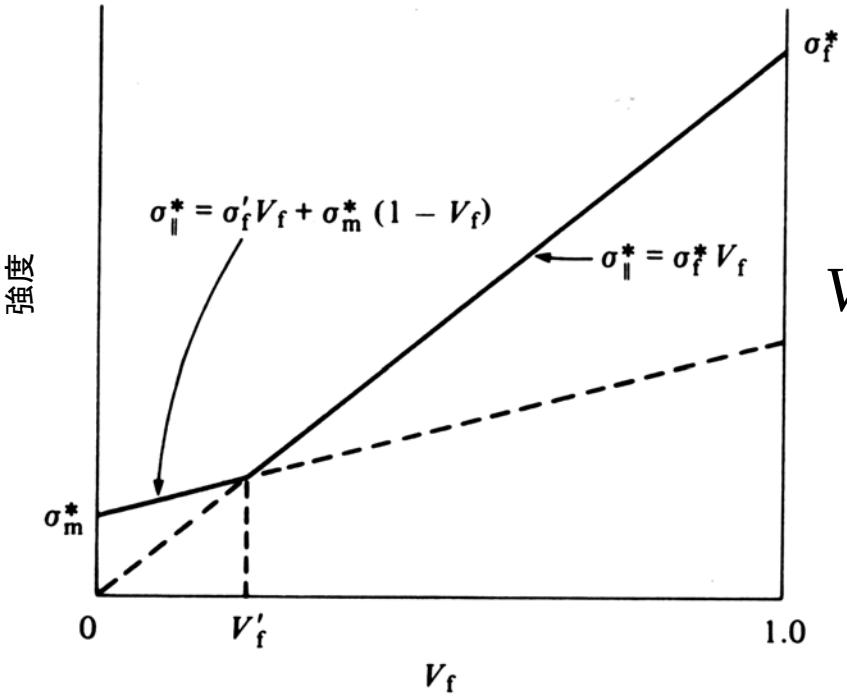
$$\sigma^* = \sigma_f^* V_f$$

①＞②の場合，➡ $V_f < \dfrac{\sigma_m^*}{\sigma_f^* - \sigma_f' + \sigma_m^*}$

複合材料は母相が破断した瞬間に
破断する.

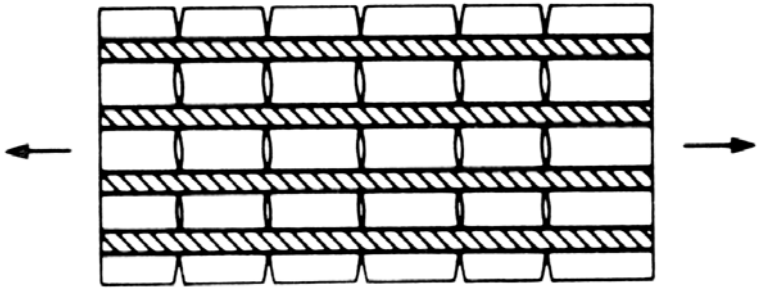
$$\sigma^* = \sigma_f' V_f + \sigma_m^*(1-V_f)$$

1方向連続繊維強化複合材料の強度－4
繊維軸方向－4



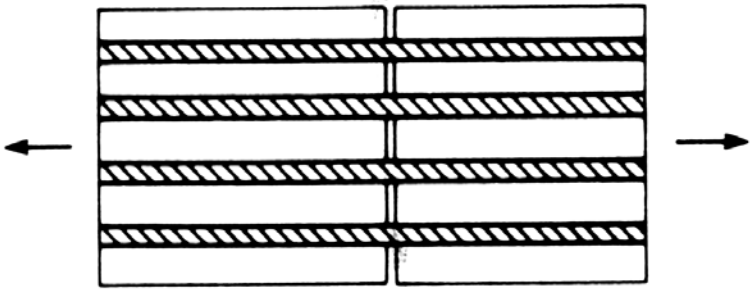
$$V_f' = \frac{\sigma_m^*}{\sigma_f^* - \sigma_f' + \sigma_m^*}$$

$V_f > V_f'$ の場合 ➡ 母相のマルチプルフラクチャー



$V_f < V_f'$ の場合

➡シングルフラクチャー



1方向連続繊維強化複合材料の強度－5
オフセット方向

繊維軸方向からずれて荷重を負荷した場合はどうなるか？

➡ 様々な破壊基準（Fracture Criterion）が提唱されている.

(1)**最大応力説（Maxium Stress Criterion）**

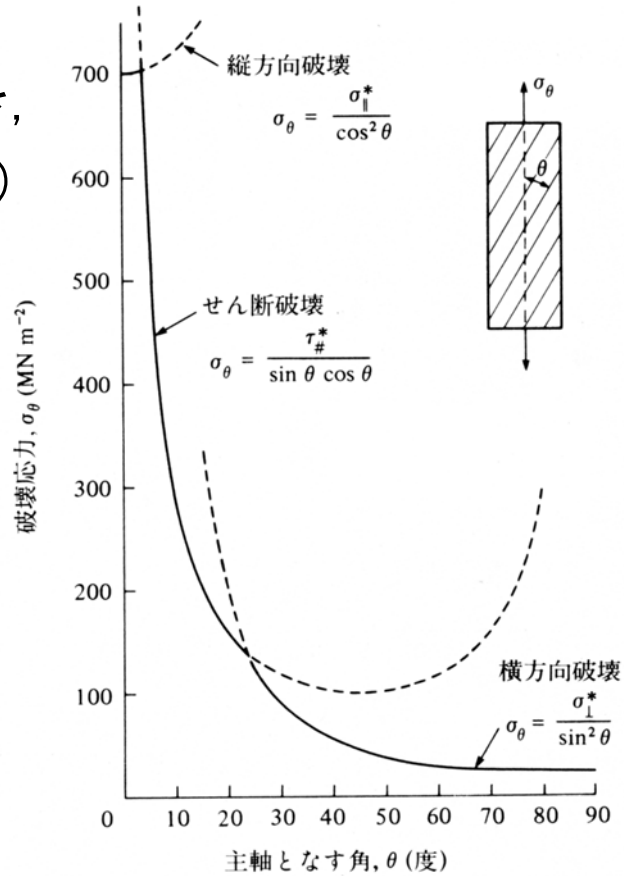
繊維方向を1軸，繊維垂直方向を2軸としたとき，

$\sigma_1 < \sigma_{\parallel}^*$，$\sigma_2 < \sigma_{\perp}^*$，$|\tau_{12}| < \tau_{\#}^*$　（引張）

を満たす領域では破壊が生じない.

$$\sigma_1 = \sigma_\theta \cos^2\theta, \quad \sigma_1 = \sigma_\theta \sin^2\theta, \quad \tau_{12} = -\sigma_\theta \sin\theta\cos\theta$$

$$\Rightarrow \sigma_\theta < \frac{\sigma_{\parallel}^*}{\cos^2\theta}, \quad \sigma_\theta < \frac{\sigma_{\perp}^*}{\sin^2\theta}, \quad \sigma_\theta < \frac{\tau_{\#}^*}{\sin\theta\cos\theta}$$



この他にも(2)**最大ひずみ説**，(3)**Tsai-Hill則**，(4)**Hoffman則**，(5)**Tsai-Wu則**などが提唱されている.

※これらの破壊基準はいずれも**経験則**であり，明確な理論的基盤をもっていない．実験結果に適合させ，未知の条件下での強度予測のために用いられる.

演習問題

ここに1方向連続繊維強化複合材料があり，以下のように構成されている．繊維/母相界面は十分強固であるとする．

	材質	体積含有率	ヤング率	引張強度	破断ひずみ（引張）
繊維	E-ガラス	40%	60GPa	3GPa	
母相	ポリエステル	60%	3GPa	50MPa	2%

(1)この複合材料の繊維軸方向及び繊維軸垂直方向のヤング率を求めよ．

(2)この複合材料の繊維軸方向の引張強度と破壊様式を予測せよ．