材料強度学

Mechanical Properties of Structural Materials

(線形破壊力学シリーズ)

第1回(10/13)：破壊様式とGriffith理論

◎第2回(10/20)：応力拡大係数と破壊靭性値

第3回(11/8)：Irwinの相似則 - エネルギー解放率と応力拡大係数の関係 -

講義の目標：脆性材料の破壊力学を理解する．

今回の目標

1. **応力拡大係数**の定義とその物理的意味を理解する.

2. 応力拡大係数と**破壊靭性**の違いを理解する.

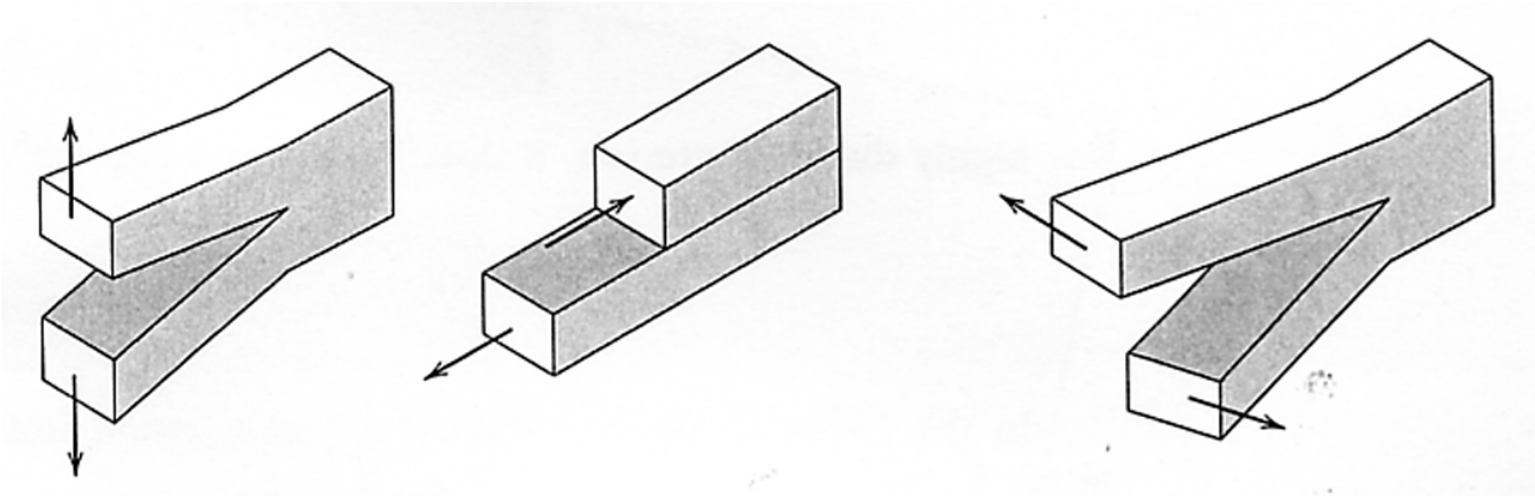
前回の復習

1. **延性破壊**と**脆性破壊**の破壊様式とプロセスの違い．(ネッキング，微小空洞，カップ･アンド･コーン，粒内/粒界破壊)

2. **理想的破壊強度**

3. 応力集中による破壊→亀裂進展の条件
(Griffith**理論**)

亀裂開口モード

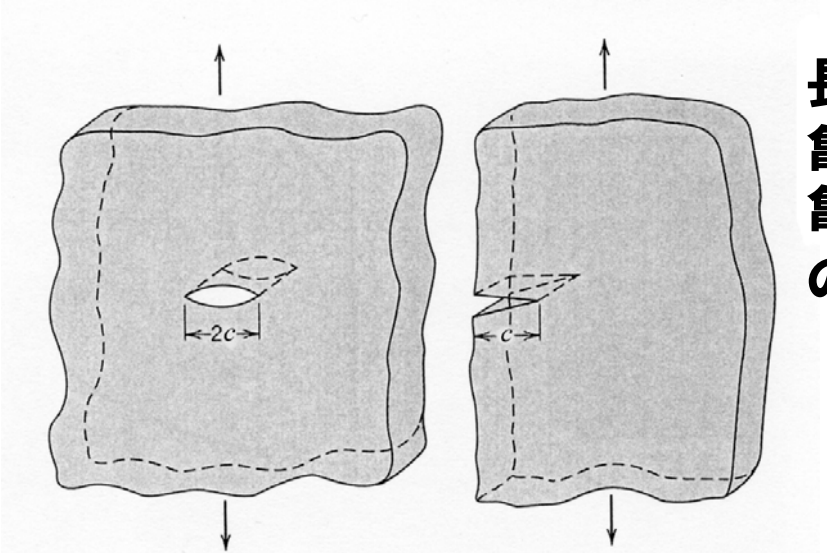


モードI　　モードII　　モードIII

(開口モード)　(面内せん断モード)　(面外せん断モード)

簡単のため，最も頻繁に問題となる純粋モードI負荷の場合について議論を展開する．

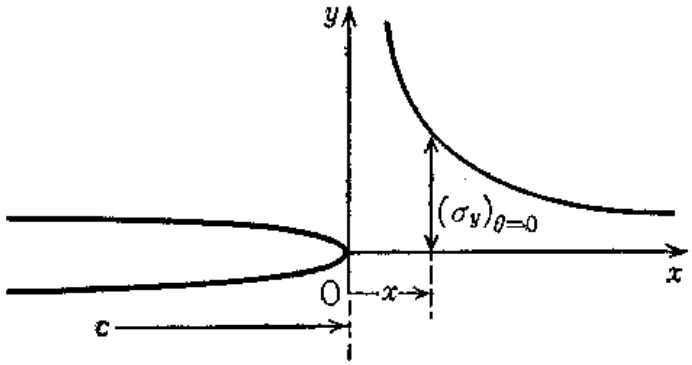
亀裂先端の応力場



長さ$2c$の亀裂を含む無限体に無限遠方から亀裂面と垂直に引張応力σを作用させた時，亀裂面に垂直なy方向への亀裂先端近傍での引張り集中応力 σ_y

$$\sigma_y = \frac{\sigma\left(c+x\right)}{\sqrt{x\left(2c+x\right)}}$$

x：亀裂延長線上の亀裂先端からの距離



亀裂先端←**応力場の特異点** ($x\to 0$で $\sigma_y\to\infty$)

級数展開して $\sigma_y = \sigma\left(\sqrt{\frac{c}{2x}} + 0 + \frac{3}{4}\sqrt{\frac{x}{2c}} - \cdots\right)$

$x \ll c$なる範囲（亀裂先端近傍）のみを考えると，展開した初項のみで近似できる…

応力拡大係数

$$\sigma_y = \sigma\sqrt{\frac{c}{2x}} = \frac{K_{\mathrm{I}}}{\sqrt{2\pi x}}$$

ここで，$K_{\mathrm{I}} = \sigma\sqrt{\pi c}$ →**応力拡大係数**

↓

亀裂先端の応力場の強さのバロメータ

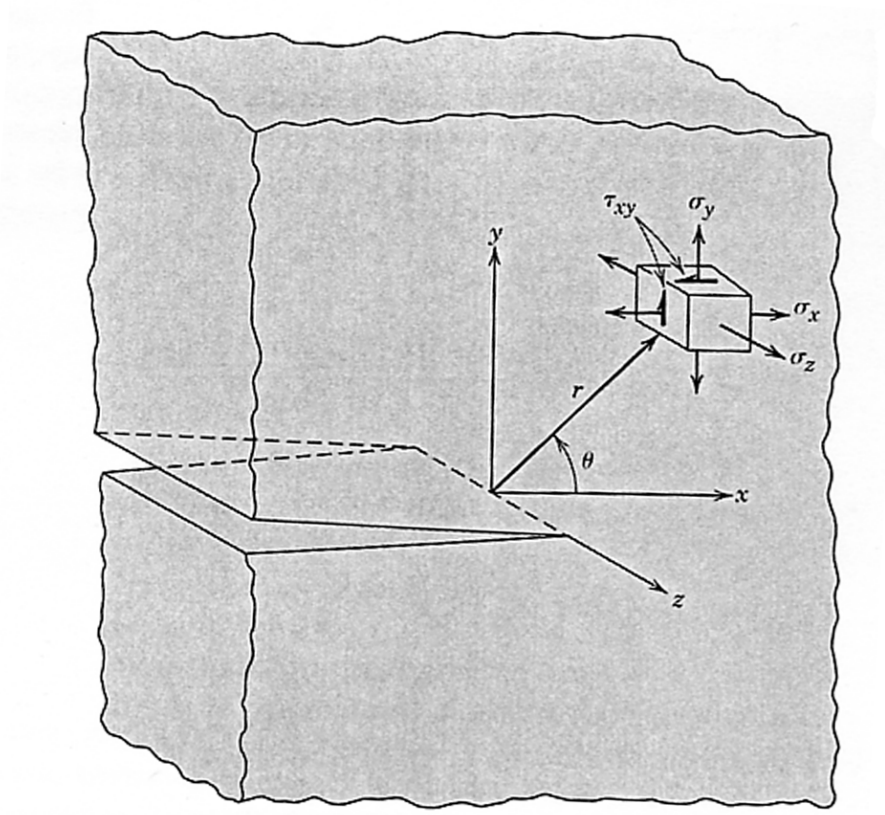
ポイント：**亀裂先端での応力場の強さは無限遠方応力と亀裂寸法で与えられる．**

亀裂進展開始条件：$K_{\mathrm{I}} \geq K_{\mathrm{Ic}}$ ←**臨界応力拡大係数＝破壊靭性値**

$$K_{\mathrm{Ic}} = \sigma_c\sqrt{\pi c}$$

σ_c ：**亀裂が進展し始める臨界応力**

亀裂先端での各応力成分



亀裂先端を原点とする局所曲座標を設定する…

$$\sigma_x = \frac{K_\mathrm{I}}{\sqrt{2\pi r}} f_x(\theta) \qquad \sigma_y = \frac{K_\mathrm{I}}{\sqrt{2\pi r}} f_y(\theta)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_\mathrm{I}}{\sqrt{2\pi r}} f_{xy}(\theta)$$

$$f_x(\theta) = \cos\frac{\theta}{2}\left(1 - \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$f_y(\theta) = \cos\frac{\theta}{2}\left(1 + \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$f_{xy}(\theta) = \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}$$

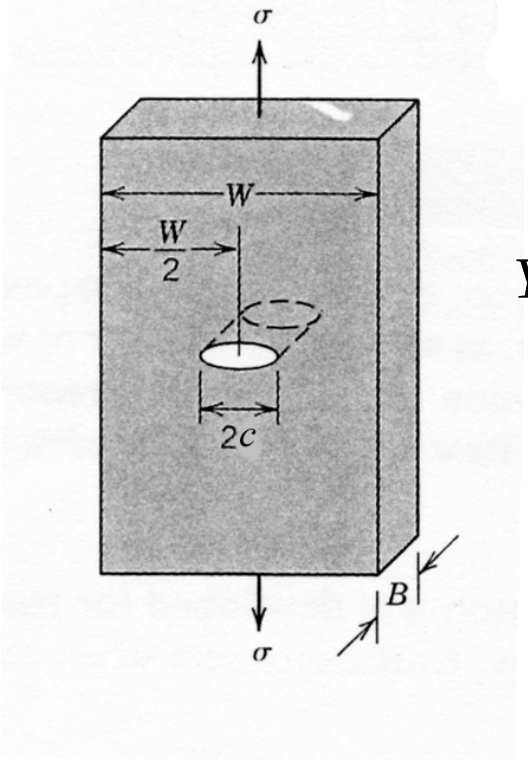
破壊靭性測定－1

様々な試験片や亀裂形状に対する応力拡大係数の一般化

$$K_{\mathrm{I}} = Y\left(\frac{c}{W}\right)\sigma\sqrt{\pi c}$$

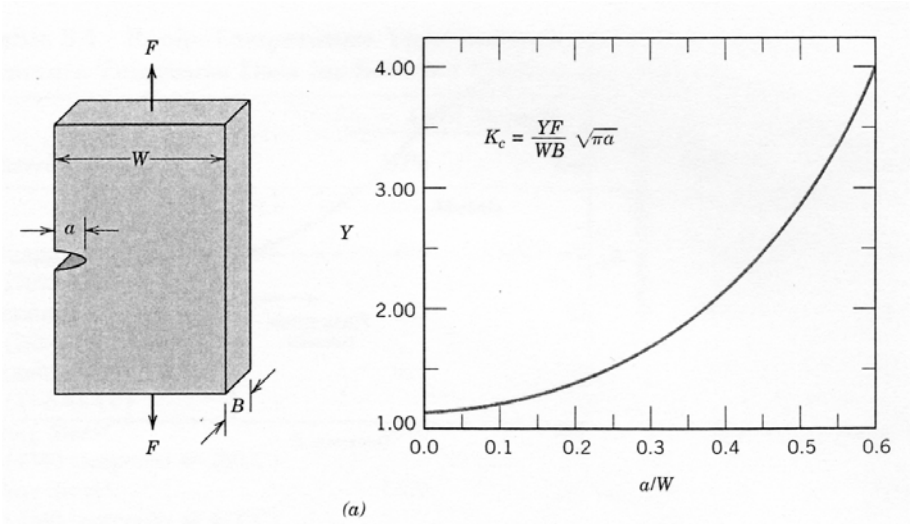
形状係数(Geometrical factor)

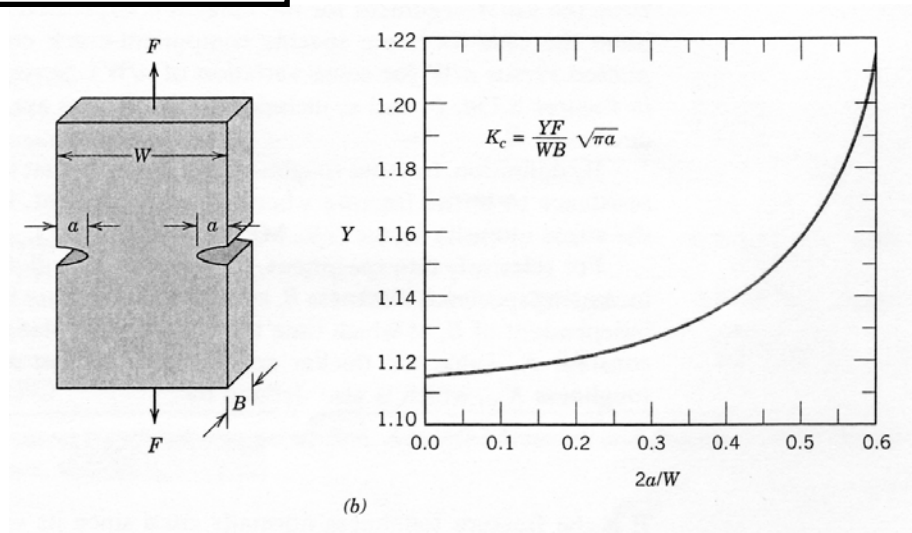
例えば，…

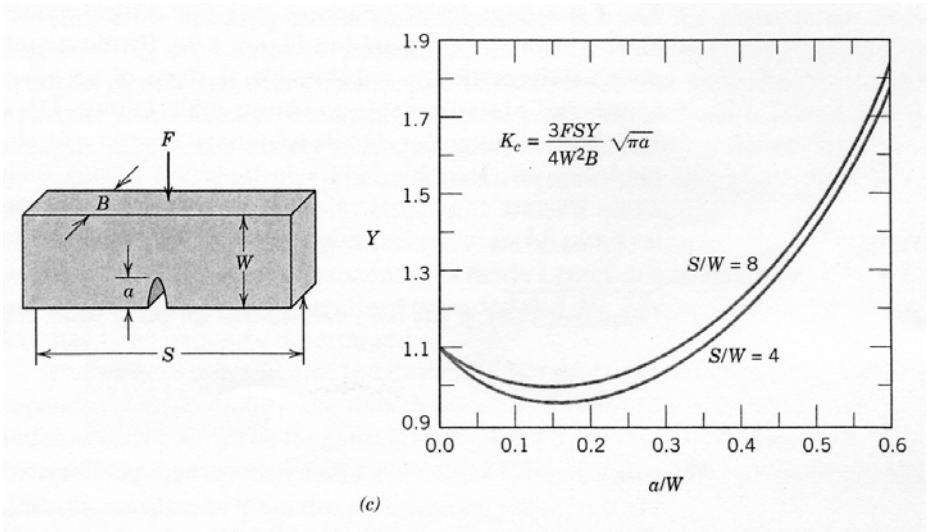


$$Y\left(\frac{c}{W}\right) = \sqrt{\frac{W}{\pi c}\tan\frac{\pi c}{W}}$$

破壊靭性測定－2

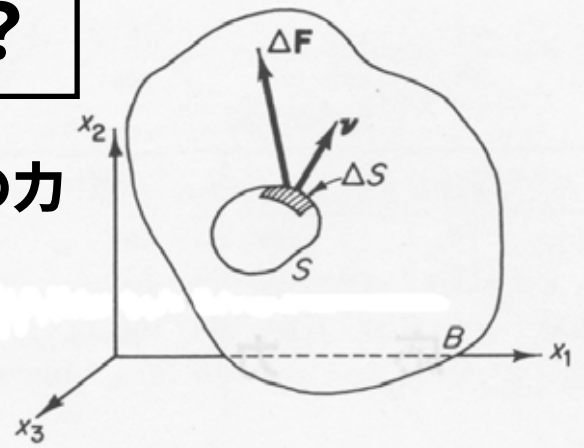






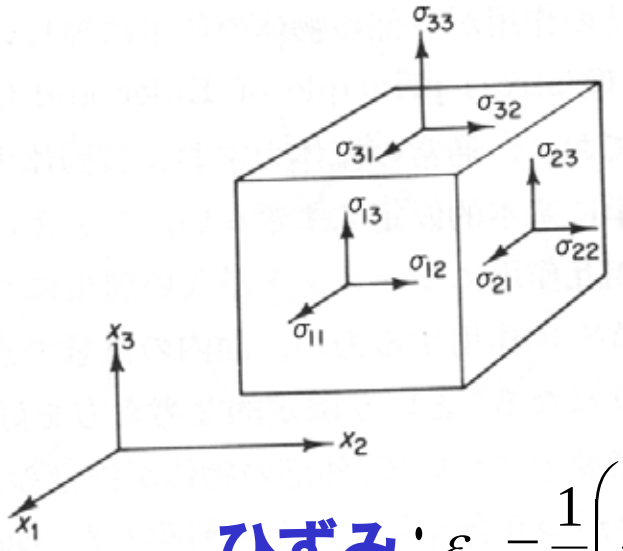
この他にも多数計算されている．

応力とは？ひずみとは？



応力：$\sigma_\nu = \dfrac{d\vec{F}}{d\vec{S}}$ 面に作用する単位面積当りの力

F：表面力，S：微小面積要素



$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

ここで，$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$

6個が独立な9個の応力成分

ひずみ：$\varepsilon_{ij} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_j}{\partial x_i} + \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)$ ここで，u_i：x_i方向の変位

6個が独立な9個のひずみ成分

例えば…

Hookeの法則 $\varepsilon_{ij} = \dfrac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} - \dfrac{\nu}{E}\sigma_{\alpha\alpha}\delta_{ij}$ ⇒ **弾性問題の簡単化の必要性**

ここで，$\sigma_{\alpha\alpha}$：σの対角成分の総和

平面応力とは？平面ひずみとは？

(簡単化1) 平面応力 (Plane stress) 状態

応力成分σ_{31}，σ_{32}，σ_{33}がいたるところ0であり，応力成分σ_{11}，σ_{12}，σ_{22}が座標x_3 (板厚方向) に無関係な条件で定義される．

⟹ 薄膜，試験片の表面

(簡単化2) 平面ひずみ (Plane strain) 状態

x_3方向 (板厚方向) の変位u_3がいたるところ0であり，x_1 ，x_2方向 (面内方向) の変位u_1，u_2がx_3に無関係でx_1とx_2だけの関数で定義される．

⟹ 長い柱体，試験片の内部

↓

亀裂先端で小規模降伏する場合，上記2つの状態によって塑性領域の大きさが異なる．

亀裂先端での小規模降伏

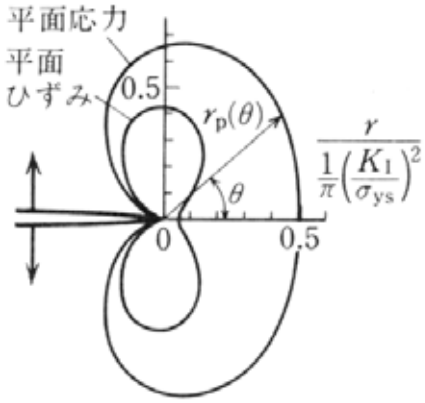
von Misesの降伏条件

$$(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2+(\sigma_{22}-\sigma_{33})^2+(\sigma_{33}-\sigma_{11})^2+6(\sigma_{23}{}^2+\sigma_{31}{}^2+\sigma_{12}{}^2)=2\sigma_{ys}$$

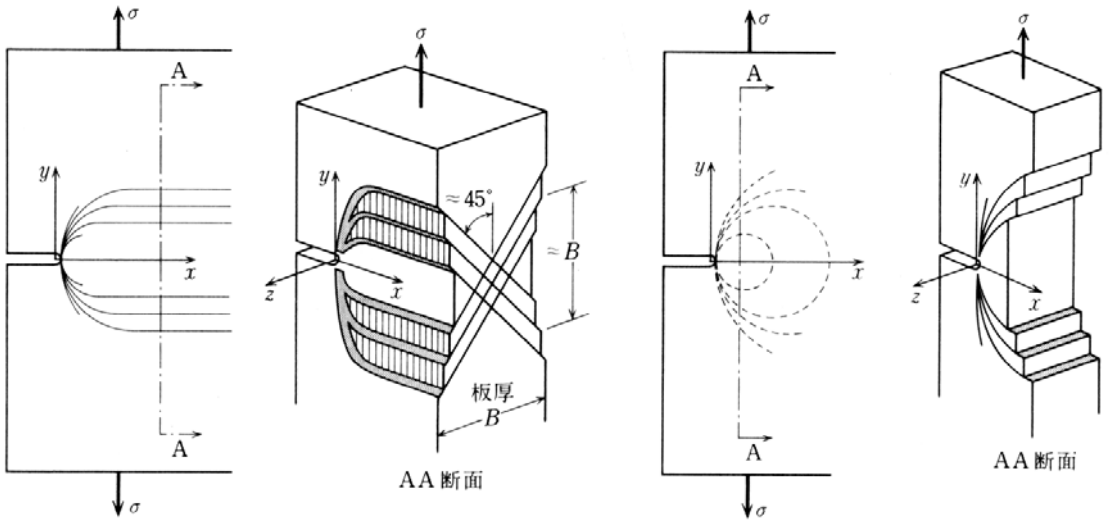
亀裂先端の応力分布
(6ページ参照)

例えば…

$$\sigma_{33}=\begin{cases}0 & \text{(平面応力)}\\ \nu(\sigma_{11}+\sigma_{22}) & \text{(平面ひずみ)}\end{cases}$$

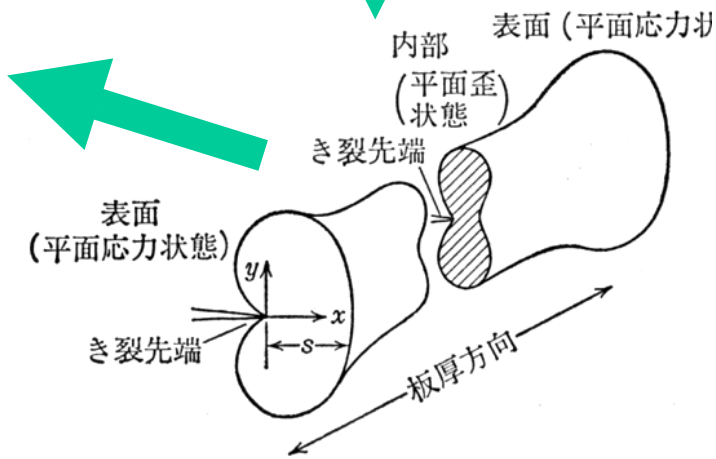


モードⅠ

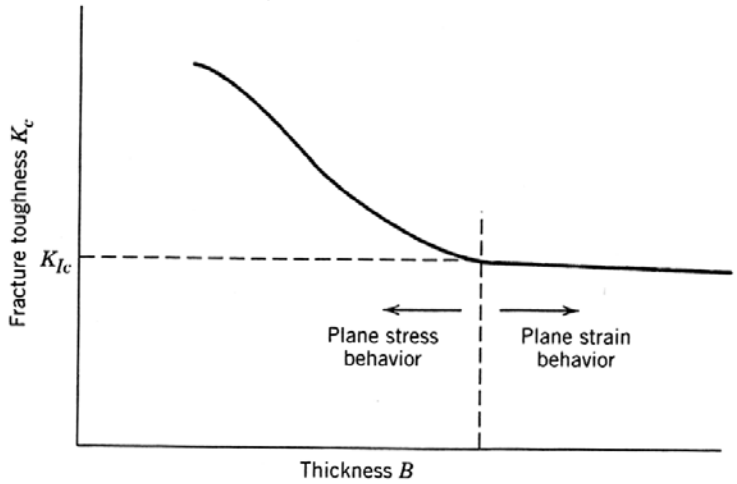


(a) 平面応力　　(b) 平面ひずみ

塑性域内での変形（モードⅠ型の外力）



平面ひずみ破壊靭性



平面応力状態ではせん断による破壊が支配的となり，モードIによる破面形成が起こり難くなる．

平面応力状態が無視できるくらいの試験片の厚みが必要．

亀裂先端での塑性域の寸法：

$$r_p = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi}\left(\dfrac{K_I}{\sigma_{ys}}\right)^2 & \text{(平面応力)} \\ \dfrac{1}{6\pi}\left(\dfrac{K_I}{\sigma_{ys}}\right)^2 & \text{(平面ひずみ)} \end{cases}$$

ここで，σ_{ys}は単軸引張の降伏点（0.2%耐力）

約50倍

ASTM（**米国材料試験学会**）の**破壊靭性試験規格によれば…**

$$B \geq 2.5\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_{ys}}\right)^2$$

であれば平面ひずみ破壊靭性（Plane strain fracture toughness）K_{Ic}**が得られる**．

演習問題

ここに非常に大きな厚さ10mmの板が2枚ある．そのうち1つは降伏点σ_{ys}=1GPa，平面ひずみ破壊靭性K_{Ic}=100MPa$\sqrt{\text{m}}$の材料Aでできており，もう一方はσ_{ys}= 1.5GPa，K_{Ic}= 50MPa$\sqrt{\text{m}}$の材料Bでできている．

(1) それぞれの板に対し，その中に存在する亀裂先端において平面ひずみ状態が支配的であるか否かを明らかにしなさい．

(2) ここに長さ3mmまでの亀裂を検知できる装置がある．それぞれの板が σ_{ys}の半分の引張負荷では破壊しないとすれば，その装置で最大潜在亀裂が検出可能であるか否かを明らかにしなさい．ここで，簡単のため，潜在亀裂の形状係数Yは1とする．