材料強度学

Mechanical Properties of Structural Materials

(線形破壊力学シリーズ)

◎第1回(10/13)：破壊様式とGriffith理論

第2回(10/20)：応力拡大係数と破壊靭性値

第3回(11/8)：Irwinの相似則 - エネルギー解放率と応力拡大係数の関係 -

講義の目標：脆性材料の破壊力学を理解する.

今回の目標

1. **延性破壊**と**脆性破壊**を破壊様式および破壊プロセスの相違から区別する.
2. Griffith**理論**を通して破壊力学のエネルギー論を理解する.

材料強度学、破壊学(Fractology)とは？

もっとミクロ：素粒子物理学

↑

ミクロ：固体物理学、量子力学

転位論

マイクロメカニックス

破壊力学

マクロ：連続体力学、材料力学

↓

もっとマクロ：構造強度学

Material Science
の領域

材料強度学
破壊学
(Fractology)

何故なら，

材料強度を決定する因子→転位 (Taylor, 1934) や

潜在亀裂 (Griffith, 1920)

材料強度学の大雑把な歴史

Leonardo da Vinci (1452ー1519)：**仮想仕事の原理，鉄線の引張り試験**

→広く知れ渡らず，15-16**世紀は経験則で構造要素を決定．**

Galileo Galilei：**片持ち梁の計算** (1638)

→間違いだったが，材料力学や材料強度学の芽生え．

Robert Hooke：**フックの法則** (1678)　u=CP；　u：**伸び，**P：**荷重，**C：compliance

→その後材料力学 (特に弾性論) は大きく発展．

…Mariotte, D.Bernoulli, L.Euler, J.L.Lagrange, M.Navier, Poisson, G.Lame, B.de Saint Venant**など**

→"材料がどうやって荷重による変形や破壊に耐えられるのか？"

という疑問が多くの科学者たちの悩み．

Thomas Young：**ヤング率** (1807)　$\sigma = E\varepsilon$；　σ：**応力，**ε：**歪，**E：**ヤング率**

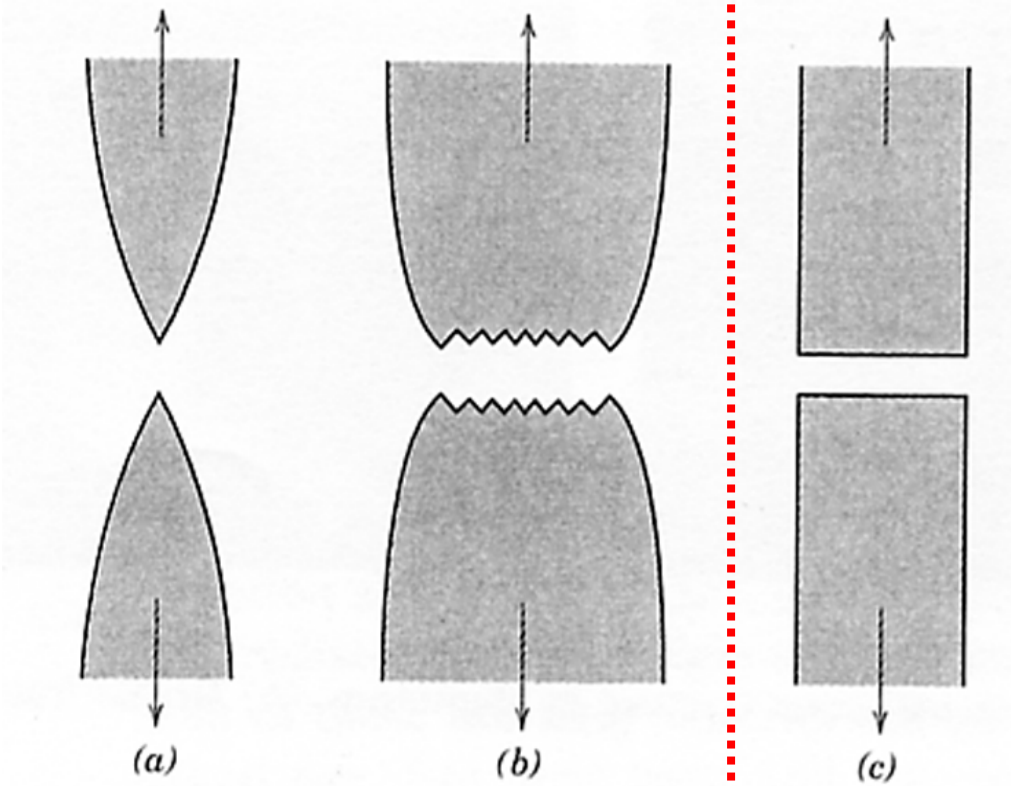
A.A.Griffith：**潜在亀裂の応力集中による脆性材料の強度劣化に関する理論** (1920)

G.I.Taylor：**転位の運動による金属材料の強度劣化に関する理論** (1934)

→その後の材料強度学が大きく発展．

延性破壊と脆性破壊－１
破壊様式

破壊様式における延性破壊と脆性破壊の相違

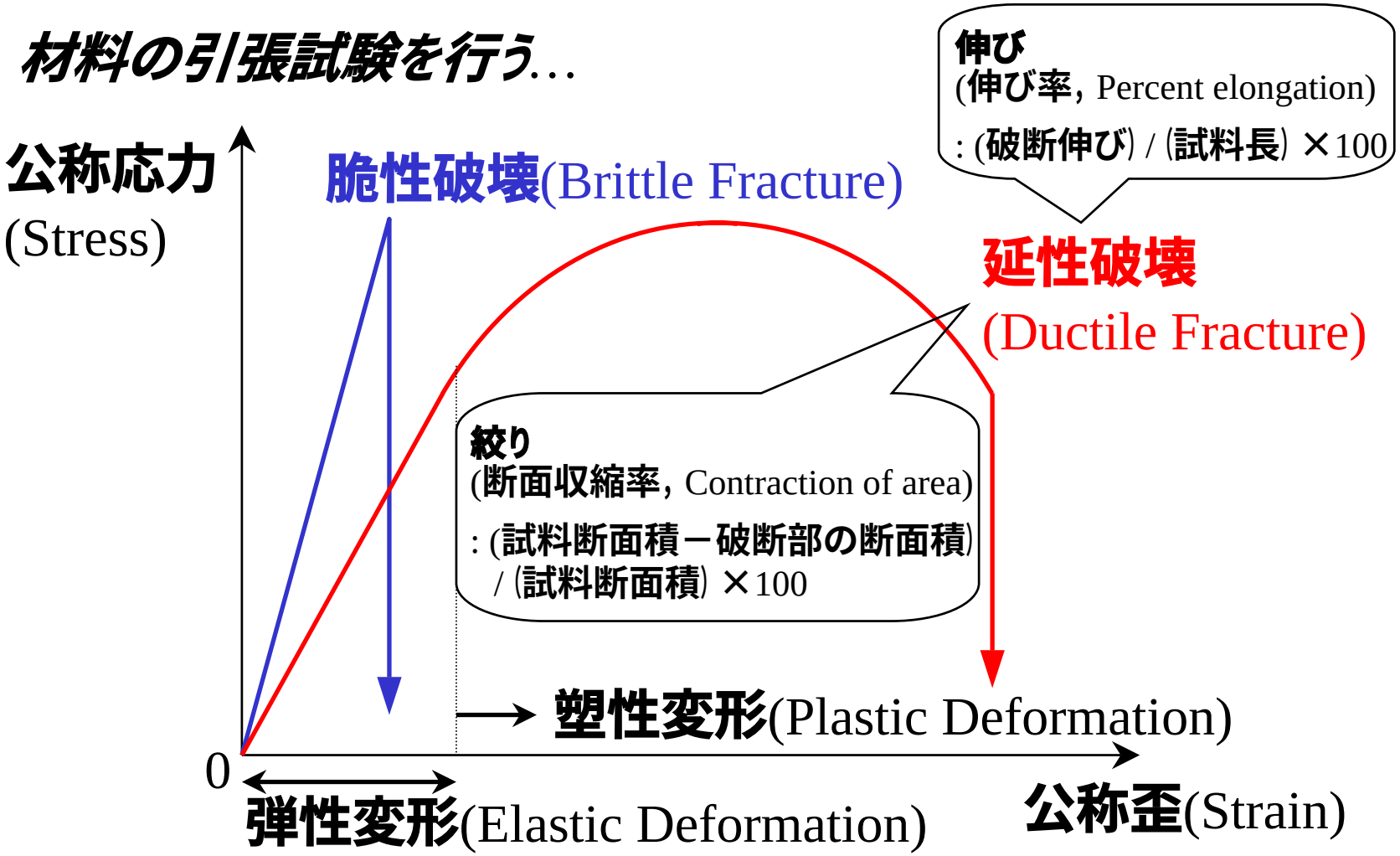


延性破壊(Ductile Fracture)

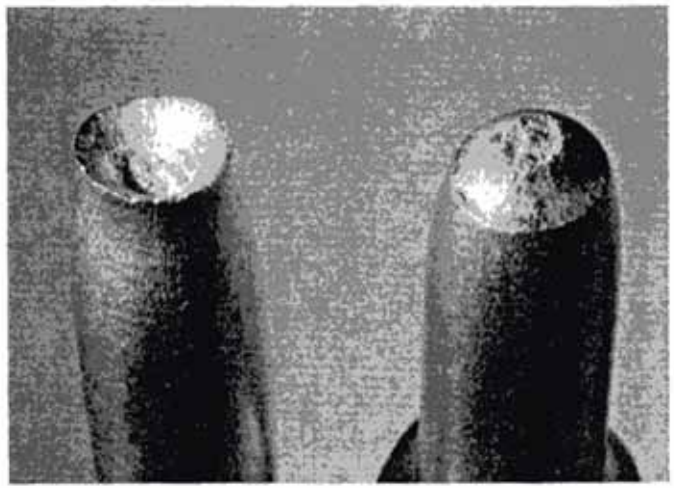
脆性破壊
(Brittle Fracture)

延性破壊と脆性破壊－2
応力－歪曲線

材料の引張試験を行う…

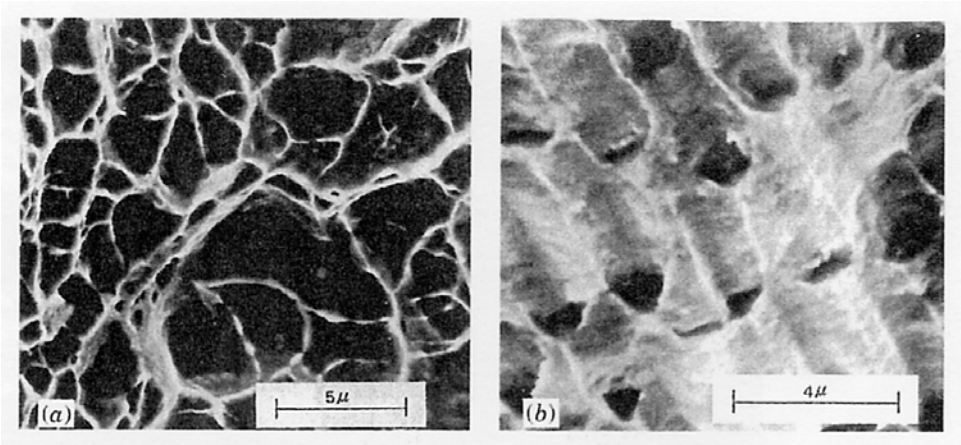


延性破壊のプロセス－1



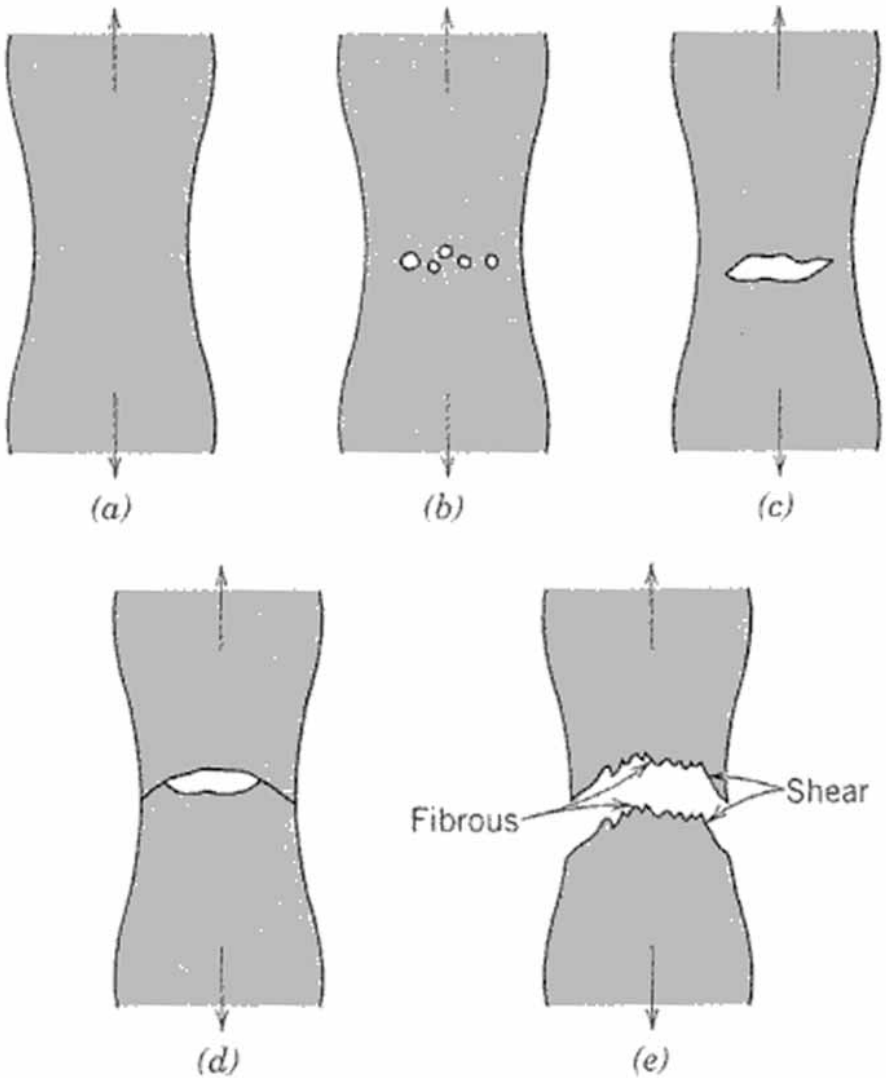
カップ・アンド・コーン破壊
(Cup and Cone Fracture)

試料中央部を詳細に観察すると…



球状のくぼみ(Dimple)

延性破壊のプロセス－2



(*a*)ネックの形成(Necking)

↓

微小空洞(Microvoid, Cavity)

(*b*)発生→成長→合体

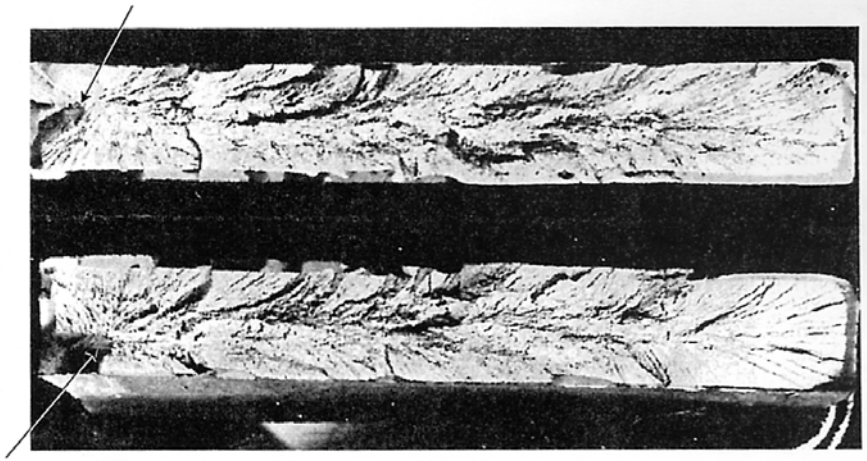
→(*c*)亀裂の形成

↓

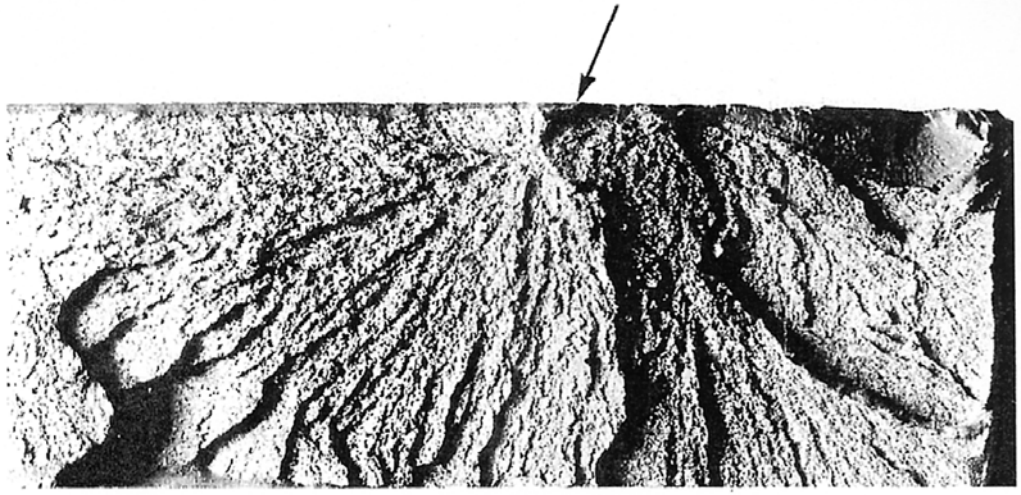
亀裂の急速進展

→(*d*)試料外周部での剪断破壊

脆性破壊のプロセス－1



(a)



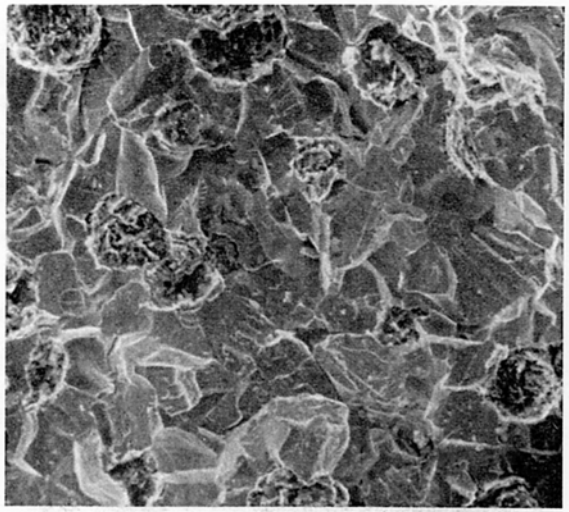
(b)

殆ど塑性変形することなく，破壊源を起点とする急速亀裂伝播

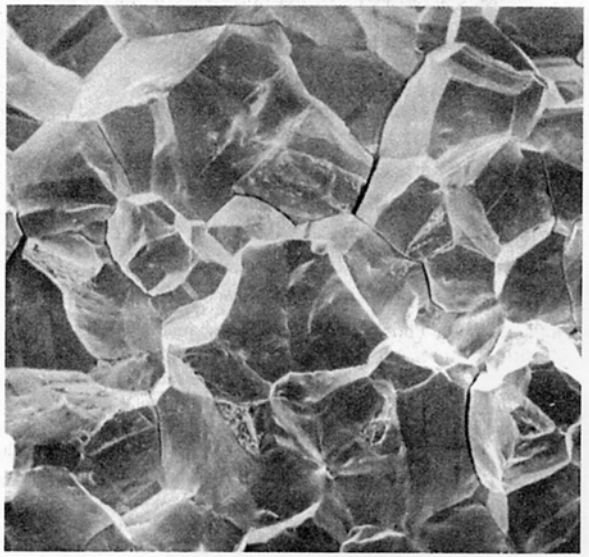
V字または扇型パターン

(a V-shaped “chevron” or a fanlike marking)

脆性破壊のプロセス－2



(a)



(b)

粒内破壊
(Transgranular or Intragranular Fracture)
→各結晶粒は劈開破壊(Cleavage)

粒界破壊(Intergranular Fracture)

理想的破壊強度

“固体は本来どの位強い筈なのだろう？”…少々荒っぽい計算で検討

2原子面間の凝集力：$\sigma = \sigma_0 \sin\dfrac{2\pi u}{\lambda}$ $\xrightarrow{u\text{が十分小さい場合}}$ $\sigma = \sigma_0 \dfrac{2\pi u}{\lambda}$

；σ_0：凝集応力の最大値，u：原子の平衡位置からの変位

さらにuが十分小さい場合にはHookeの法則が成立する．$\sigma = E\dfrac{u}{a_0}$

$$\therefore \sigma_0 = \frac{\lambda E}{2\pi a_0}$$

a_0：2原子間の距離

「2原子面間の分離に要する仕事＝形成される2破面の表面エネルギー」とすれば，

$$2\gamma = \int_0^{\frac{\lambda}{2}} \sigma_0 \sin\frac{2\pi u}{\lambda} du = \frac{\lambda \sigma_0}{\pi}$$

γ：単位面積当りの破面の表面エネルギー

$\therefore \sigma_0 = \sqrt{\dfrac{\gamma E}{a_0}}$：**理想的破壊強度**→多くの固体ではほぼ $\boxed{\sigma_0 = \dfrac{E}{10}}$

応力集中による破壊

実際の脆性材料の破壊強度が理想的破壊強度よりも遥かに小さい理由

→「材料中には通常の方法では見えないような微細な**亀裂**が多数存在し，亀裂先端の高い**応力集中**によって強い原子間結合力をいとも簡単に破断してしまう」と仮定

C.E.Inglis (1913)：楕円形欠陥の応力集中

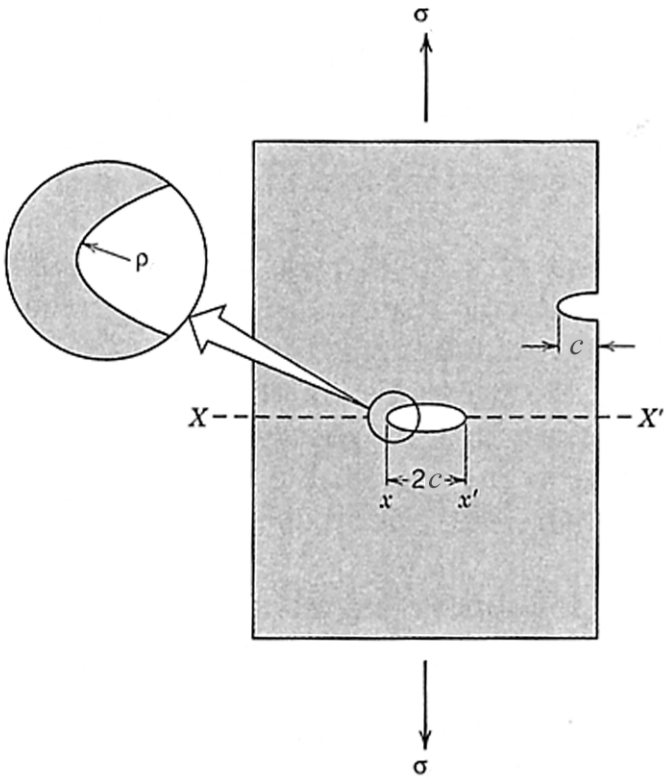
$$\sigma_{\max} = \sigma\left(1 + 2\sqrt{\frac{c}{\rho}}\right)$$

$2c$：楕円形欠陥の全長，

ρ：欠陥先端の曲率半径

欠陥の先端が十分鋭い $\rho \ll c$ とすれば，

$$\sigma_{\max} = 2\sigma\sqrt{\frac{c}{\rho}}$$



応力集中による破壊（続き）

$\sigma_{\max} \geq \sigma_0$ が鋭い欠陥先端で原子面間の分離が生じる条件

$$\sigma \geq \sqrt{\frac{\gamma E \rho}{4 a_0 c}}$$

$\rho \approx a_0$ であるから，$\sigma = \sqrt{\frac{\gamma E}{4c}}$

ポイント：亀裂寸法が破壊強度に影響する．

理想的破壊強度と亀裂先端の応力集中による強度低下
→非常に単純化されたモデル（例えば単結晶のような…）

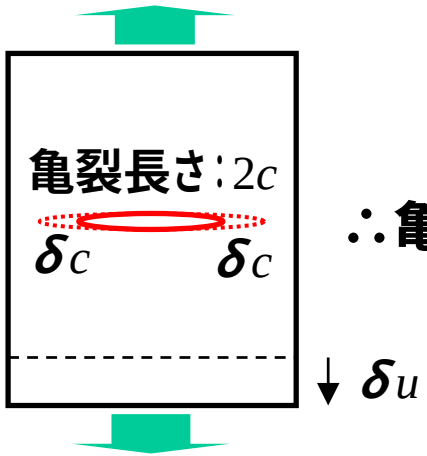
↓

ポテンシャル計算による一般化

Griffithの理論

Griffith理論の紹介－1
亀裂進展の条件

Griffithは固定掴みの条件で長さ$2c$の亀裂の存在によって生じる弾性歪エネルギーが $U=-\dfrac{\pi c^2\sigma^2}{E'}$ で与えられるとした．（σ：無限遠方引張り応力）



固定掴み：外力のポテンシャル変化 $\delta L=0$

破面形成に消費されるエネルギー $W=4\gamma c$

∴亀裂進展 δcに伴う力学系のポテンシャル変化

$$\delta G=\delta U+\delta W=-\frac{2\pi c\sigma^2}{E'}\delta c+4\gamma\,\delta c$$

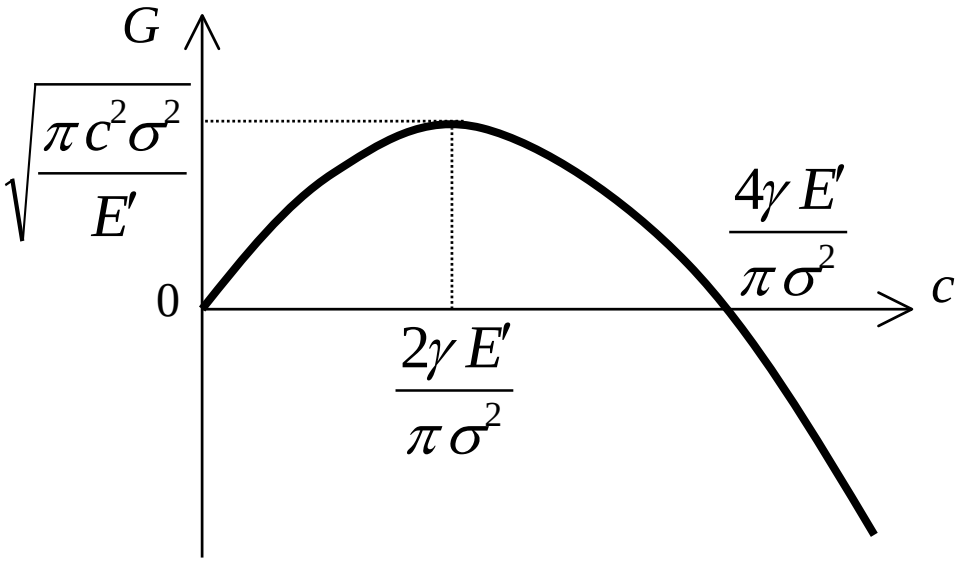
微小亀裂進展 $\delta c\to 0$ とした時，$\dfrac{dG}{dc}=-\dfrac{2\pi c\sigma^2}{E'}+4\gamma$

ただし，$E'=\begin{cases} E & \text{→平面応力} \\ \dfrac{E}{1-\nu^2} & \text{→平面ひずみ}\end{cases}$ （E：Young率，ν：Poisson比）

Griffith理論の紹介－2
亀裂進展の条件（続き）

$\frac{dG}{dc} \leq 0$ より $\sigma \geq \sqrt{\frac{2\gamma E'}{\pi c}}$ Griffithの条件式

→亀裂進展開始の必要条件：ポイント



平衡亀裂→不安定な平衡点

この条件では進展し始めた亀裂は止まらない．

Griffith理論の紹介－3
Griffith亀裂

●亀裂進展開始の十分条件とは？

→亀裂先端で集中した応力が原子間の結合力を超える．

前述した非常に単純化されたモデルの計算結果では…

$$\sigma \geq \sqrt{\frac{\gamma E \rho}{4 a_0 c}}$$

$0 < \rho \leq \frac{8}{\pi} a_0$ の場合，上述の必要条件が満たされると同時に，
十分に大きな集中応力によって原子間結合力を超える．
→必要十分条件

本質的な意味での亀裂（Griffith亀裂）…それ以外は欠陥？

演習問題

　ここに40MPaの引張応力に耐えたガラス板がある．このガラスの破壊表面エネルギーが0.2J/m^2でヤング率が100GPaであるとき，ガラス板中に存在可能な最も大きな表面亀裂の寸法を求めなさい．