

期末試験に関する注意事項

2/7 午前 10:40 から (時間割参照、配布資料に間違い有り)

1/24 で講義・演習は終り

やむを得ぬ事情で遅刻・欠席した場合は、事情を証明する**公的な証明書** (例えば病気の診断書や駅で配られる電車の遅延証明書など) を添えて申し出ること。証明書が無い欠席や大幅な遅刻は原則として期末試験の評価を 0 点にする。

期末試験で出す予定の問題：

- ・ポンプの補題を用いてある言語が文脈自由言語ではないことを証明する問題
- ・文脈自由文法 G を与えて $L(G) \setminus \{\epsilon\}$ を生成する文法のチョムスキー標準形を求める問題
- ・文脈自由文法を与えてその文法が生成する言語を受理する NPDA を構成する問題
- ・NPDA M を与えて $T(M) = L(G)$ となる文脈自由文法 G を構成する問題
- ・適合な言語 L を与えて L を受理する DPDA を構成する問題
- ・問題 66 の類題

決定性プッシュダウンオートマトン (DPDA)

NPDA $M = (K, T, V, p, q_0, \perp, F)$ が

(1) $p(q, a, A)$ と $p(q, \epsilon, A)$ は一つの要素からなる集合

(2) $p(q, \epsilon, A) \neq \emptyset$ ならすべての $a \in T$ について

$p(q, a, A) = \emptyset$

を満たすときに、 M を決定性プッシュダウンオートマトン (DPDA) と呼ぶ。(ここで (1) および (2) を満たさない例を黒板で説明)

言語 L を受理する DPDA が存在するとき、 L を決定性文脈自由言語と呼ぶ。

プログラミング言語を計算機で実行可能な形式に変換するとき、最初にプログラムの導出木を作る必要がある。一般の文脈自由言語で導出木を高速に作る方法は知られていないが、決定性文脈自由言語では高速に導出木を作る方法が知られている。従って、決定性文脈自由言語は実用上重要である。

DPDA で受理できない文脈自由言語

記号列 w に対して w^R を w を左右逆にした記号列とする。

$L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ とする。

L は如何なる DPDA でも受理できないことが知られている。

しかし、その証明は難しいのでやらない。

空スタックによる受理と 最終状態による受理の違い

空スタックで受理をする DPDA が受理できる言語の種類はとても限られている。例えば $\{a\}^*$ を空スタックで受理する DPDA は作れない。理由は、開始スタック記号を $\perp$ とすると、 ϵ を受理するので、DPDA は 1 文字も記号を読み込む前に $\perp$ を決定的にスタックから取り除かなければならない。しかし、そうすると他の記号列は何も受理できなくなる。

DPDA の受理は普通最終状態による受理を考える。

正規言語は DPDA で受理できる

このことはわりと明らかである。正規言語は DFA で受理できるので、その DFA をスタックを全く変化させずスタックを無視して動作する DPDA に変換すればよい。

しかし、正規言語ではない決定性文脈自由言語が存在するため、決定性文脈自由言語は正規言語を真に含む言語のクラスである。例えば $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ は正規言語ではないが、それを受理する DPDA が存在する。
(それを黒板に書く)

決定性文脈自由言語の性質

定理: 言語 L を受理する DPDA が存在するとき、 L の補集合を受理する DPDA が存在する。

証明はかなり面倒なので教科書を参照

前回文脈自由言語 L' で L' の補集合が文脈自由言語ではないものが存在することを説明した。上記の定理より、 L' は DPDA で受理されない (理由を説明することが演習)。従って上記の定理からも決定性文脈自由言語は文脈自由言語よりも狭い言語のクラスであることがわかる。

共通集合と和集合

2つの決定性文脈自由言語の共通集合は決定性文脈自由言語にならないことがある：

例： $L_1 = \{a^m b^m c^n \mid m, n \geq 0\}$,
 $L_2 = \{a^m b^n c^n \mid m, n \geq 0\}$ は決定性文脈自由言語である (演習問題で確認してもらう)。しかし

$$L_1 \cap L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$$

は文脈自由言語ではないことをポンプの補題のときに例として説明した

決定性文脈自由言語の補集合が決定性文脈自由言語になることと、共通集合が決定性文脈自由言語にならない例が存在することから、和集合が決定性文脈自由言語にならない例が存在することがわかる (演習問題)

正規言語 R と決定性文脈自由言語 L の共通集合 $R \cap L$ は決定性文脈自由言語になる。証明は前回と同じ。

連接、クリーネ閉包

決定性文脈自由言語の連接は決定性文脈自由言語になっていないことがある。

演習問題

問題 70 $L_1 = \{a^m b^m c^n \mid m, n \geq 0\}$,
 $L_2 = \{a^m b^n c^n \mid m, n \geq 0\}$ は決定性文脈自由言語であることをどういう方法でも良いので証明せよ。

問題 71 上記の L_1, L_2 の補集合を $\bar{L}_1, \bar{L}_2$ とする。 $\bar{L}_1, \bar{L}_2$ はそれぞれ決定性文脈自由言語である。 $\bar{L}_1 \cup \bar{L}_2$ が決定性文脈自由言語であると仮定して矛盾を導くことにより、 $\bar{L}_1 \cup \bar{L}_2$ が決定性文脈自由言語ではないことを証明せよ。(ヒント： $\bar{L}_1 \cup \bar{L}_2$ の補集合は文脈自由言語になりますか?)

問題 72 決定性文脈自由言語ではない文脈自由言語が存在することを証明せよ。(ヒント：決定性文脈自由言語の補集合は必ず文脈自由言語になることを使う)

問題 73 前回演習で間違いが有った場合、×にされた理由がわかったかどうか／納得できたかどうか書いて下さい。また今日の授業でわかりにくい所や要望を書いて下さい。

演習問題と一緒に必ず授業評価のアンケートを提出して下さい。鉛筆で記入すること。科目コード 7216, 教員コード 111531

最後に提出するひとはアンケートを
入れる封筒にサインして下さい。