数理ファイナンス
Introduction&Guidance

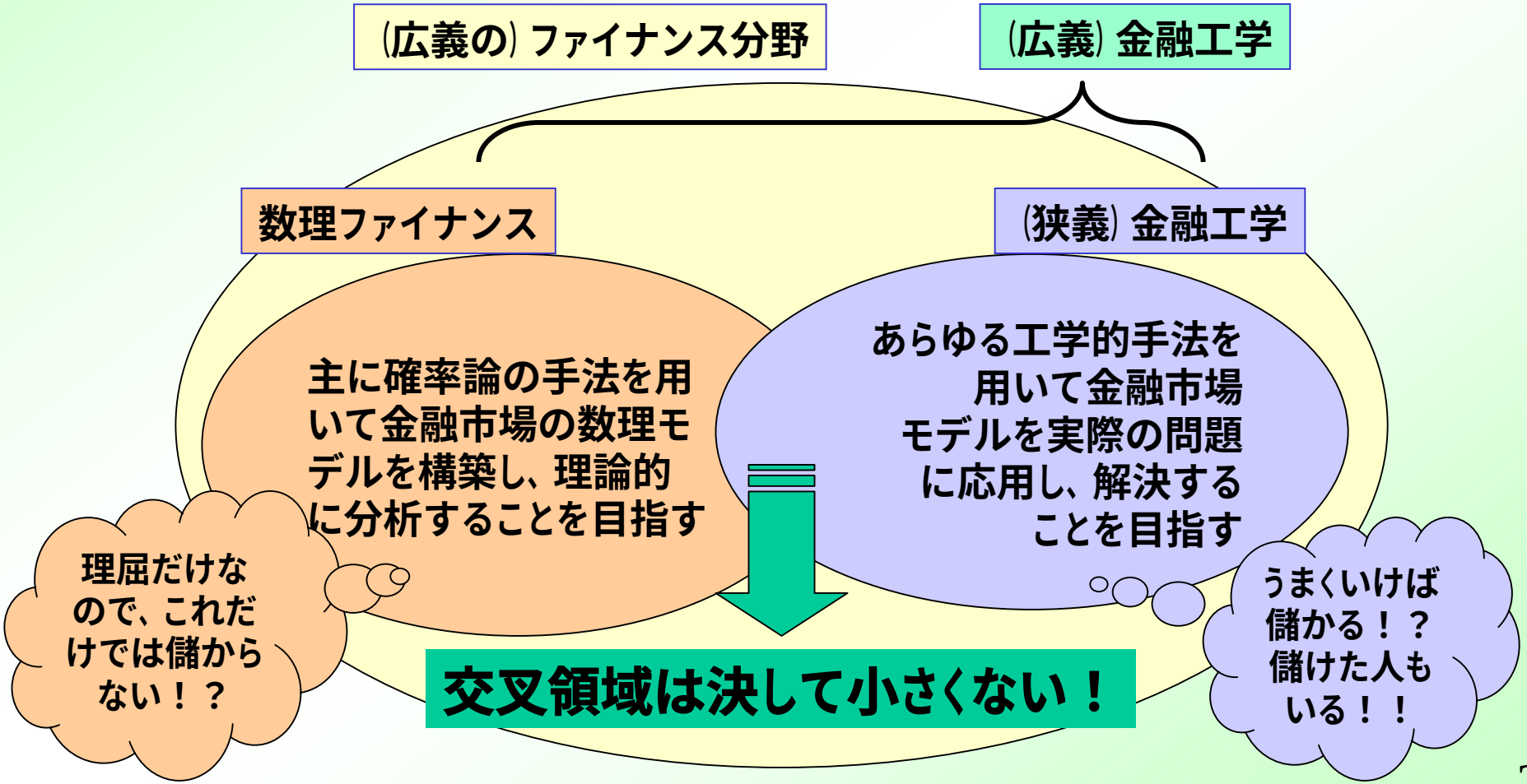
2006年10月10日

東京工業大学
大学院イノベーションマネジメント研究科技術経営専攻
中川　秀敏

ここで述べられていることは、すべて中川の個人的な見解・意見であり、必ずしも一般的な見解・意見と考えないでいただきたい。

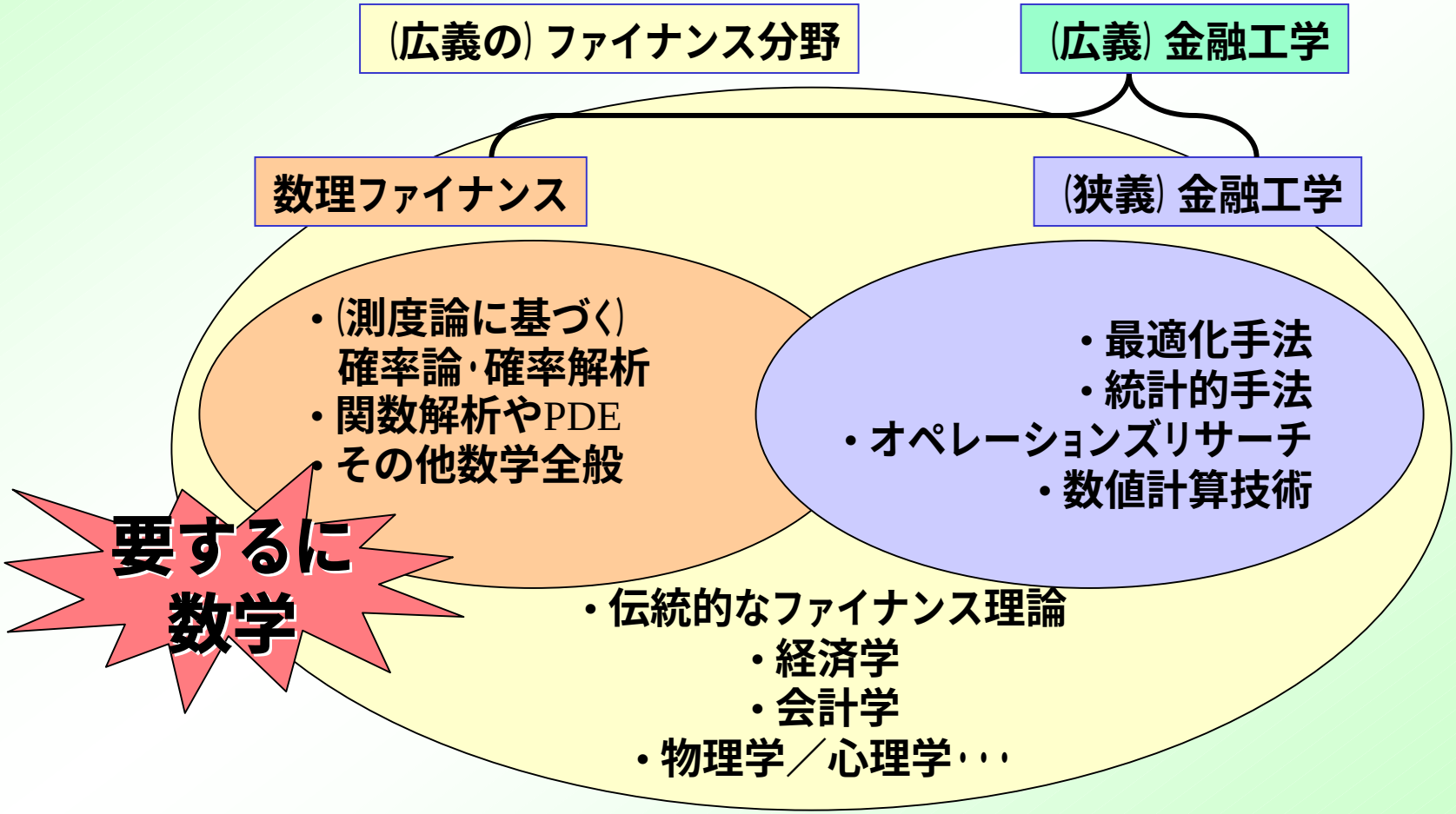
数理ファイナンスとは？

★数理ファイナンス(Mathematical Finance)と金融工学(Financial Engineering)の区別に対する個人的見解



数理ファイナンスとは何か？

★数理ファイナンス(Mathematical Finance)と金融工学(Financial Engineering)に必要な知識･技術に対する個人的見解



数理ファイナンスの目指すもの

- 金融デリバティブ（金融派生商品）の適正な価格付け＆ヘッジ戦略の計算理論
- 目的に応じた投資戦略（どの資産をどれだけ売買するか）の決定理論
- 適切なリスク尺度の理論

いずれも高度な数学や確率解析の知識無しには理解できない段階に来ている

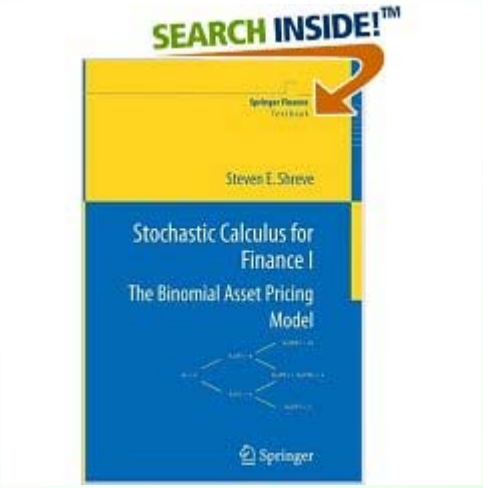
ただし、コアとなる考え方は今回の講義で扱う内容で十分カバーされる！

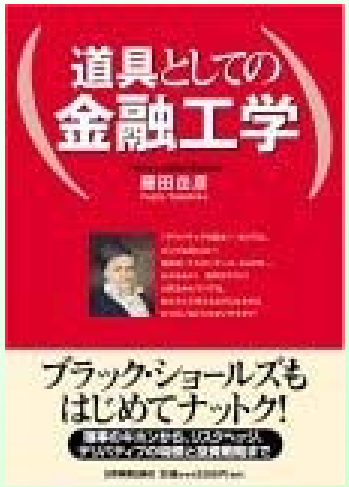
テキスト

◎S.E. シュリーヴ著（長山 いづみ他 訳），
「ファイナンスのための確率解析〈1〉二項モデルによる資産価格評価」，
シュプリンガーフェアラーク東京

S.E.Shreve, Stochastic Calculus for Finance I: The Binomial Asset Pricing Model. Springer Finance

○藤田岳彦，「道具としての金融工学」，日本実業出版社





講義予定

1. 無裁定価格評価二項モデル
2. 二項モデルの確率論的整理
3. 状態価格
4. アメリカン･デリバティブ
5. 連続時間モデルへ

※5. の話題はメインテキストには扱われていない。サブテキストおよび補足資料で対応する。

突然、ウォーミングアップ問題

サイコロを1回振って、1 or 2 が出たら 1,000円、3 or 4 が出たら 100円、5 or 6 が出たら 10円受け取れるゲームが1回100円できる。

さて、このゲームを直接行わなくても、ゲームをした人の賞金を 200 円と交換できる「権利」が売られているとする。

この「権利」は、ゲームをする前にはいくらの価値があると言えるか？

ただし、金利0でゲームの間だけお金の貸し借りが自由にできると仮定する。（制限時間　１０分）

ただ単に正しい答えを知ろうとするよりも、
問題のエッセンスを理解し、
どのような定式化をして問題を解けばよいかを
良く考えてみよう。

答えは・・・

これからの講義の中で
身につける方法を応用して
自分で見つけてほしい

実は、この種の問題を適切に扱う方法は
この講義で予定している内容を超えている！
実はそんなに簡単な問題ではない！

この研究分野の簡単な歴史

1. デリバティブの歴史→かなり古い
   - 古代ギリシャ：オリーブ絞り器の借用予約権（オプション）
   - 17世紀初オランダ：チューリップ球根のオプション
   - 18世紀末アメリカ：株式や商品のオプション取引市場誕生
   - 江戸時代日本：帳合米（米の先物取引）

2. 20世紀以前の確率論の歴史
   - 16世紀イタリア：サイコロ投げの研究(Cardano, Galileo)
   - 17世紀フランス：Pascal と Fermat の「掛け金分配問題」
   - 大数の法則、中心極限定理・・・

ピーター・バーンスタイン（青山護訳）
「リスク－神々への反逆」
など参照のこと

この研究分野の簡単な歴史

3．数理ファイナンスの先駆的研究

- 1900年：Bachelier「投機の理論」
  「投機の期待超過収益は0」
  →確率モデルとしてのブラウン運動の概念に到達
  （厳密な定式化は Einstein や Wiener による）

4．20世紀の確率論の発展（数理ファイナンスに関連する部分）

- Kolmogorov による「公理化」→純粋数学の一分野に
- 太平洋戦争中：伊藤清による「確率積分」「伊藤の公式」
  - 2006年第1回ガウス賞受賞
- 確率解析の発展（日本の確率論研究者も数多く貢献）

この研究分野の簡単な歴史

5．ノーベル経済学賞受賞者たち貢献

- (広義) 金融工学の観点から
  - Markowitz「ポートフォリオ理論」(90年受賞)
  - Sharpe「CAPM」(90年受賞)
  - Scholes, Merton「Black-Scholes-Mertonモデル」(97年受賞)
    (Black は95年没)
  - Engle「ARCHモデル」(2003年受賞)
  - 他にTobin(81), Modigliani(85),Miller(90)

LTCM破綻で
騒がれたが・・・

6．数理ファイナンスの発展

- 1979年：Harrison-Kreps「無裁定とマルチンゲールの等価性」
  →現在の数理ファイナンスの基本的概念
- 80年代～一気に研究が盛んに