

数理計画法 (E) 小テスト問題

2005年11月18日

ノート・プリント参照不可

注意：途中経過のタブローも解答用紙に書き、ピボット要素に 印をつけること。

2つの工場 A_1, A_2 から2つの取引先 B_1, B_2 へ製品を輸送する場合、どのように輸送計画を立てたら輸送コストが最小になるか。以下に示した手順に従って求めよ。但し、各工場における生産量、各取引先における注文量、各工場から各取引先までの1単位あたりの輸送コストは以下の表の通りである。

生産量		注文量		輸送コスト		
A_1	9	B_1	10		B_1	B_2
A_2	8	B_2	7	A_1	2	5
				A_2	3	4

1. A_1 から B_1 への輸送量を x_1 、 A_1 から B_2 への輸送量を x_2 、 A_2 から B_1 への輸送量を x_3 、 A_2 から B_2 への輸送量を x_4 とし、この問題を線形計画問題として定式化しなさい。(注意：工場の生産量の総和と取引先の注文量の総和は等しいので、変数の非負条件以外の制約条件は全て等式制約になる。)
2. 上で定式化した問題を標準形に直し、シンプレックスタブローで表せ。
3. 2段階法を用いて上記の問題を解くことにする。人為変数を導入した補助問題を書け。
4. 補助問題をタブローを用いて解け。
5. 人為変数を取り除いて元の問題を解き、最適解と目的関数の最小値を求めよ。

以上

2005年度 数理計画法 (E) 小テスト問題解答

1. (1点)

$$\begin{aligned}
 \text{minimize:} \quad & z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 \\
 \text{subject to:} \quad & x_1 + x_2 = 9 \\
 & x_3 + x_4 = 8 \\
 & x_1 + x_3 = 10 \\
 & x_2 + x_4 = 7 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0
 \end{aligned}$$

4つの制約条件式は従属なので制約条件式の1つを省略してもよい。

2. (1点)

	x_1	x_2	x_3	x_4	
1	1	1	0	0	9
0	0	0	1	1	8
1	0	1	0	0	10
0	1	0	0	1	7
$-z$	2	5	3	4	0

4つの制約条件式は従属なのでタブローの1行を省略してもよい。

3. (1点)

$$\begin{aligned}
 \text{minimize:} \quad & w = x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \\
 \text{subject to:} \quad & x_1 + x_2 + x_5 = 9 \\
 & x_3 + x_4 + x_6 = 8 \\
 & x_1 + x_3 + x_7 = 10 \\
 & x_2 + x_4 + x_8 = 7 \\
 & x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 8)
 \end{aligned}$$

4. (1点) 補助問題の最適解は、

$$x_1 = 2, x_2 = 7, x_3 = 8, x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = 0$$

であり、目的関数の最小値は $w = 0$ である。

尚、この問題で非基底変数を全て零とせず、ある非基底変数をパラメータとして残している答案が目立った。線形計画法では非負の値を取りうる可能性のある変数は基底変数だけであることに注意せよ。

5. (1点) (x_1, x_2, x_3, x_4) を基底変数とすることで、基底標準形のタブローを作ると

	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_1	1	0	0	-1	2
x_3	0	0	1	1	8
-	0	0	0	0	0
x_2	0	1	0	1	7
$-z$	0	0	0	-2	-63

が得られる。制約条件式が従属の為に生じた全零の行を無視してシンプレックス法を用いれば、

	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_1	1	1	0	0	9
x_3	0	-1	1	0	1
-	0	0	0	0	0
x_4	0	1	0	1	7
$-z$	0	2	0	0	-49

が得られる。従って、最適解は

$$x_1 = 9, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 7$$

であり、このときの目的関数の最小値は $z = 49$ である。