

2005年度 数理計画法(E) 期末テスト問題

2006年2月10日

ノート・プリント参照不可

1. 工大くんが、標準型の線形計画問題をシンプレックス法で解いていたところ次のようなタブローが得られた。

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	定数
x_1	1	0	0	η	-1	4
x_2	0	1	0	-4	α	1
x_3	0	0	1	3	γ	β
$-z$	0	0	0	-2	δ	-10

このとき、次の問いに答えよ。

- (a) 現在の基底解 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ の値と目的関数の値 z を求めよ。
- (b) 現在の基底解が実行可能解であるために、パラメータ $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$ が満たすべき条件を求めよ。
- (c) 現在の基底解が実行可能解であるが最適解ではないようにパラメータ $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$ の値を定めよ（一組だけ示せばよい）。
- (d) この線形計画問題には最適解が複数存在するとし、現在の基底解が最適解の一つであるようにパラメータ $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$ の値を定めよ（一組だけ示せばよい）。

2. 図1のネットワークにおいて、枝のラベルは、その枝に流せるフローの容量を表す。このとき、節点1から節点6までの最大流と最大流量を求めよ

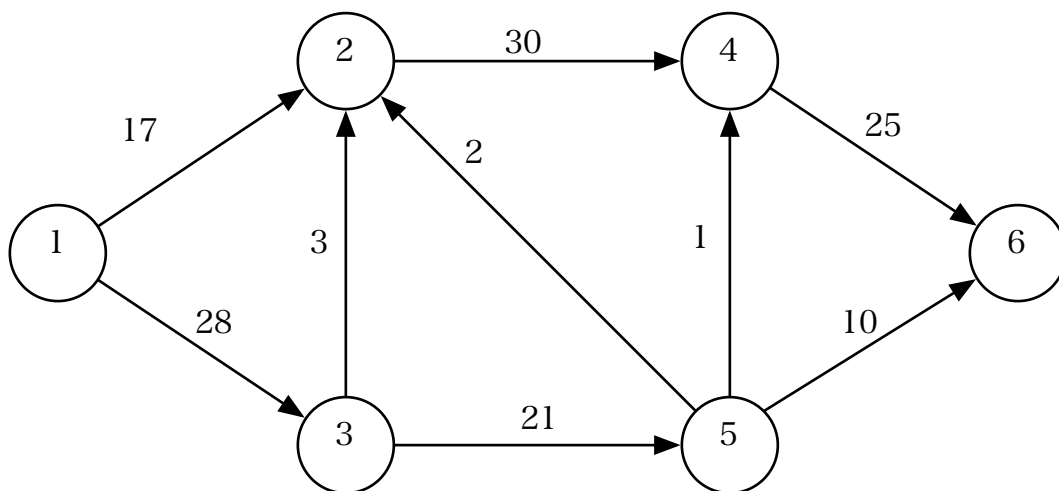


図1 ネットワークと容量

裏へ続く

3. 図2で示したプロジェクト A において、各作業の所要日数を表に示す。但し、作業 A_{56} はダミーであり、この作業には日数は必要ない。

各作業の所要日数									
作業	A_{12}	A_{23}	A_{24}	A_{34}	A_{36}	A_{45}	A_{56}	A_{57}	A_{67}
所用日数	5	5	3	10	12	3	0	3	6

このとき、次のものを求めよ。(1) 各作業の最早開始時刻、(2) プロジェクト全体の所要日数、(3) クリティカル・パス、(4) 各作業の全余裕、(5) 各作業の自由余裕

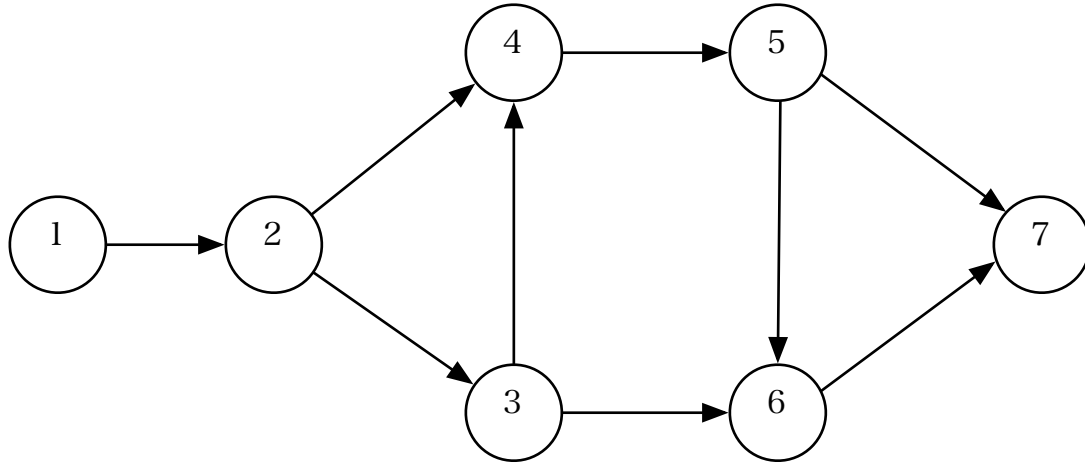


図2 プロジェクト A

4. 次の凸計画問題をキューン・タッカー条件を利用して解け。

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize:} && f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{8}x_3 + \frac{1}{8}x_4 \\
 &\text{subject to:} && g(x_1, x_2, x_3, x_4) = e^{-x_1} + e^{-x_2} + e^{-x_3} + e^{-x_4} - 1 \leq 0
 \end{aligned}$$

以上

2005年度 数理計画法(E) 期末テスト解答

2006年2月10日

1.

(a) $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (4, 1, \beta, 0, 0)$ 、 $z = 10$ 。

(b) $\beta \geq 0$

(c) 例えば、 $\beta = 3, \eta = 1$ とすれば良い。他のパラメータは何でも良い。

(d) 例えば、 $\beta = 0, \gamma = 0, \delta = 2, \eta = -1$ とすれば良い。

2. 最大流は下図。最大流量は33。

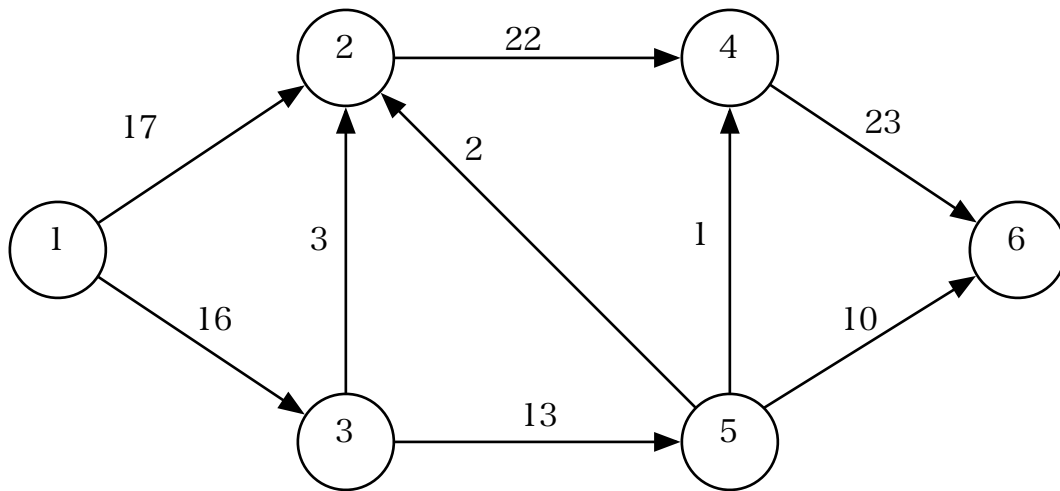


図1 最大流

裏へ続く

3. プロジェクト全体の所要日数は 29 日、クリティカルパスは $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ である。また、各作業の最早開始時刻、全余裕、自由余裕は下記の表に示す。

各作業の最早開始時刻、全余裕、自由余裕									
作業	A_{12}	A_{23}	A_{24}	A_{34}	A_{36}	A_{45}	A_{56}	A_{57}	A_{67}
最早開始時刻	0	5	5	10	10	20	23	23	23
全余裕	0	0	12	0	1	0	0	3	0
自由余裕	0	0	12	0	1	0	0	3	0

4.

$$\nabla f + u \nabla g = (1/2 - ue^{-x_1}, 1/4 - ue^{-x_2}, 1/8 - ue^{-x_3}, 1/8 - ue^{-x_4}) = (0, 0, 0, 0)$$

から、

$$x_1 = \log 2u, \quad x_2 = \log 4u, \quad x_3 = x_4 = \log 8u$$

が得られる。このとき、目的関数の値は、

$$f(\log 2u, \log 4u, \log 8u, \log 8u) = \frac{15}{8} \log 2 + \log u$$

となり、 u の値が小さいほど小さくなる。一方拘束条件から、

$$g(\log 2u, \log 4u, \log 8u, \log 8u) = \frac{1}{u} \leq 1$$

が得られ、 $u \geq 1$ が成り立つことが分る。最後に、条件

$$ug(\log 2u, \log 4u, \log 8u, \log 8u) = 0$$

から $u = 1$ でなければならない。従って、 $u = 1$ のときに目的関数は最小値 $\frac{15}{8} \log 2$ を取り、このとき、 $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\log 2, 2 \log 2, 3 \log 2, 3 \log 2)$ である。