

強制振動再び

どうやら、前回のローレンツモデルの話の後半が理解しにくかったようだ。確かに、自分自身の経験でも、式を解くと解がでるのは分かるし、そこまでは理解できるのだけれど、それが、損失とか貯蔵やら、実部、虚部となってくると物理的なイメージが取りにくいと思う。

と言うわけで、ちょっと振り子を使ってデモをしてみよう。

(用意したもの、スズランテープの先に適当な錘を縛り付けた振り子)

まず、 $\omega < \omega_0$ の状況を考える。

この時、振り子の上をゆっくり動かすと、錘はそれと同じ速度・位相で動く。錘の振幅は、今の場合上側の振幅と同じで、時間とともに増幅するようなことはない。

式の上からは、これは実部は一定の値で(例えば誘電率の場合には振子の振幅がどうなるかはバネ定数にも依存するので、振り子の場合のように、ゆすった振幅と同じだけ振子が動くようにはならない)、周波数依存もない(何しろ $\omega < \omega_0$ にくらべて小さいとして消してしまっているから)。

次に、 $\omega > \omega_0$ の場合を考える。

振り子の上を素早くゆすっても、やってみると分かるように、振子はほとんど振動しない。

(本当は逆位相のあたりを見せられるといいのだけれど、それは上手くやれていない。今後の修行の課題) 振子が動かないということは、仕事がされていないことなので、この状況で損失がほとんどないのは理解出来ると思う。

~ $\omega = \omega_0$ の場合

この時は振子の振幅が大きくなっていく。上の手の動きと下の振子の動きを比べると、位相がずれているのが分かると思う。共鳴で重要なことは、振動するものから振動を励起されるものにエネルギーが移っていることである(だから振幅が増えていく)。空気中の振り子の場合、減衰が弱いので振幅がどんどん大きくなるけれど、大きくなるにつれて、振子の速度は上がるので速度に比例する粘性抵抗も増えていき、どこかで平衡に達する。粘性によりエネルギーは散逸されるので、結果として損失が起こることになる。

とりあえず、式に対応して、どんな物理的状況になっているかは、今のデモンストレーションで少しは納得してもらえたのではないかと思う。

複素屈折率と反射率

さて、今日の授業では復元力がない場合の運動を扱うつもりなのだけれど、その帰着を論じるためには、屈折率と反射率の関係を予備知識として持っていなければならないので、そちらを先に話すことにしよう。

透明な物質の反射率は、屈折率の関数になっていて、屈折率が高い方が反射率も高くなる。式の上では

$R =$

となっている。ちなみに、普通のガラスの大凡の屈折率は 1.5 程度で、これを代入すると、1 面での反射率は 4% になることが分かる。これは、知っていて悪くない数字である。

このあと、反射が何故起こるかの定性的な説明

余談その 2 として、宝石の条件（高い屈折率と硬度）

さて、反射の定性的な説明では、外部電場による電子の分極が反射光を引き起こす原因であった。説明の時には外部電場と同位相の分極を考えただけでも、 k が 0 でない場合には、外部電場と位相のずれた分極も生じている。この分極により物質の内部に進行する光強度は指数関数で減少することになる。一方、界面では、同位相の分極と同様に反射成分を生み出すもとなる。つまり、吸収がある物質では、吸収を引き起こす成分により反射が生じるのである。消衰係数 k も含めた反射の公式は

$R =$

となる。もし、屈折率 n が 0 で k が有限の場合には反射率は 1 になることが分かる。では、世の中にそんな物質あるかということ、それは金属である。

ドルーデモデル

金属中には自由電子がある。自由電子は文字通り金属内を自由に動く電子であり、動きに対する復元力がない。つまりバネ定数が 0 のわけで、その結果として固有振動数 ω_0 が 0 である。金属以外に、水溶液中のイオンや電離層中の荷電粒子も同様の式で表記できるシステムである。

この系の荷電単体の運動方程式は

であり、この解は、ローレンツの式の ω_0 を 0 に持って行ったものに相当する。

よって、

(複素) =

(実部) =

(虚部) =

である。

ここで (複素) で、 $\omega < \omega_p$ で ϵ が無視出来る状況のことを考えよう。この時、

$P =$

で定義されるプラズマ周波数 ω_p を境に、 $\omega < \omega_p$ では ϵ は負の値になり、複素屈折率は純虚数になる。一方、 $\omega > \omega_p$ だと複素屈折率は正の数で、虚数成分はなくなる。

これより、 $\omega < \omega_p$ では $n = 0$ で k が有限、 $\omega > \omega_p$ で $k = 0$ 、 n は有限であるので、 ω_p 以下ではこの物質は光を全反射し、それ以上では透過することが分かる。

これが、金属の反射の原因である。つまり、金属は光を吸収する作用が強い故に光り輝

いて見えるのである。ちなみに、この性質故に金属の微粒子は非常に黒く見えるものであり、広い領域に渡って光を吸収する材料として使われている。具体的には白金黒と呼ばれるもので、これは白金の微粒子である。白金が使われるのは、空気中で安定だからで、色調だけ考えれば銀の方が、より黒くなるかもしれないけれど、酸化銀などになって自由電子を失って安定には黒を保てないであろう。