

イノベーションマネジメント研究科
技術経営専攻

金融リスク・マネジメント

第6講：市場リスク(4)

東京工業大学イノベーションマネジメント研究科
中川 秀敏

E-mail: nakagawa@mot.titech.ac.jp

Office Hour : 17:00-18:30, every Tuesday, at W9-105

講義資料は、講義前日の午後5時までにはアップするので事前に
http://www.craft.titech.ac.jp/~nakagawa/dir2/lecture.html#TIT2005_1
から各自でダウンロードして用意すること。

Agenda

- 金利リスク
 - 期間構造のとらえ方
 - 主成分分析によるアプローチ
- 流動性リスク

今回の問題

- 金利に関する資産や負債のリスク計測はどのようにしたらよい？
 - 資金調達・資金運用
 - 有利子負債
 - 国債のポートフォリオ
- 流動性リスクはどのように計量化したらよい？
 - 低流動性資産の流動性
 - 大量の売買執行による価格への影響

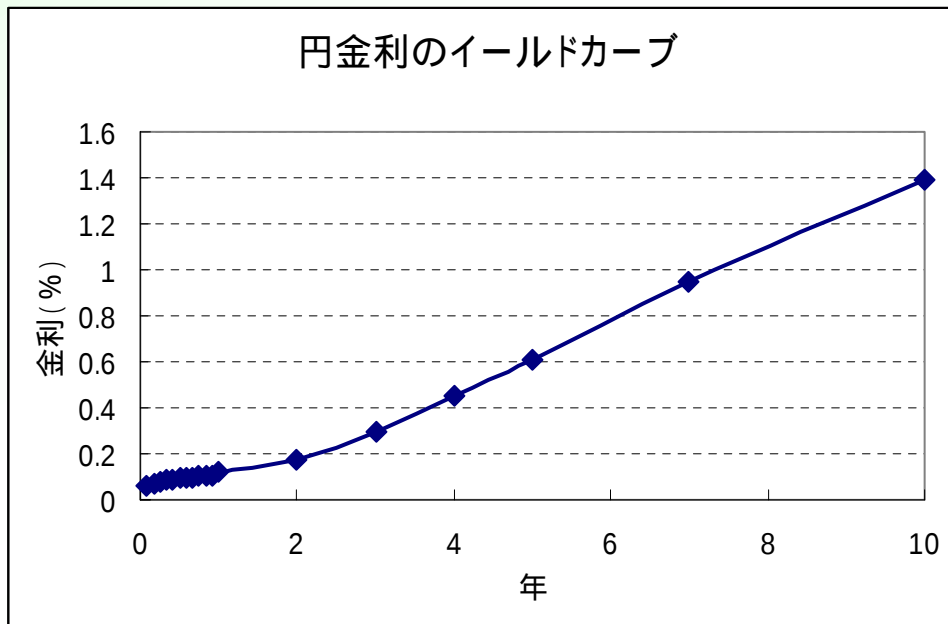
金利リスク計測

- 金利リスクの計測は金融機関にとって最も重要な問題
- 旧来からの方法
 - マチュリティ・**ラダー**分析 or ギャップ分析: 保有する資産・負債の満期を基準にして、各期間において資産・負債の額のギャップ(どちらがどれだけ上回っているか)金利水準の変化による影響を分析
 - シミュレーション分析: 保有する資産・負債の各項目に対する金利変動シナリオを用意して、シナリオごとに金利の影響を分析
 - BPV(Basis Point Value): 金利が1bp(=0.01%)変化したときの資産・負債の現在価値の変化
- 最近では、VaR を用いた金利リスク管理も不可欠になっている。

金利リスク

- 金利リスクの特性

- 期間構造(Term structure)をもつ。つまり、金利水準は金利が適用される期間ごとに、互いに複雑な関係で依存し合う構造をもつ



【2005年4月12日の金利】
1年以下はTIBOR,
2年以降はSWAPレートの
MID値

金利リスク

- イールドカーブ

- 適用する期間と金利の関係を図示した曲線
- 「国債市場」と「インターバンク市場 (LIBOR, SWAP)」のスポットレートの2つが基本的
- イールドカーブ全体の変動を考慮する必要があるが、実際には決まった年限 (グリッドポイント) についての金利の変化を考えることが多い

例：国債の場合

1M, 3M, 6M, 1Y, 2Y, 3Y, 5Y, 7Y, 10Y, 15Y, 20Y, 30Y

金利リスク

- 金利の期間構造に対する仮説
 - 純粹期待仮説：将来の金利についての予測が、現在の金利水準に織り込まれており、例えば将来金利が上昇すると予想されれば、イールドカーブは右上がりの形状になる。
 - 流動性選好仮説：投資家は長期の投資はリスクが高いと考えるため、リスクに見合ったリターンをプレミアムとして要求するため、長期金利が高くなる傾向がある
 - 市場分断仮説：短期・中期・長期の金利は、それぞれ別の需給関係に支配されて決定されている。

金利リスク

- 金利リスクはイールドカーブの変動の不確実性に注意して計測する。ただし、イールドカーブの変動は非常に複雑なので、単純化が必要
 - イールドカーブではなく、「最終利回り」の変動が金利資産価値へ及ぼす影響を考える
 - いくつかの年限(グリッドポイント)上の金利を個別のリスク要因(ファクター)と考える
 - 主成分分析により、2つor3つ程度の独立なイールドカーブの変動要因(ファクター)に対するリスクを考える

金利リスク

- 金利リスクをもつポートフォリオ

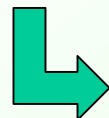
$$P = P(r_{1M}, r_{3M}, \dots, r_{7Y}, r_{10Y})$$

のように考慮するグリッドポイント上の金利の関数と見なす(実際には近似などを行う)

- ポートフォリオの変化分(確率変数)を次のような各グリッドポイント上の金利変化分の結合で1次近似する

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial r_{1M}} \Delta r_{1M} + \frac{\partial P}{\partial r_{3M}} \Delta r_{3M} + \dots + \frac{\partial P}{\partial r_{7Y}} \Delta r_{7Y} + \frac{\partial P}{\partial r_{10Y}} \Delta r_{10Y}$$

偏微分係数
(Grid Point Sensitivity)



技術的には分散共分散法などを使える。

金利リスク

- 主成分分析

- 多次元のデータがもつ情報をより少ない次元に集約する統計的方法
- 主成分分析は、分散共分散行列 Σ の固有値と固有ベクトルの計算に他ならない。

$$\Sigma \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

- 分散共分散行列の固有値を大きい順に

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots$$

としたとき、最も大きな固有値に対応する固有ベクトルを「第1主成分ベクトル」と呼び、元のリスクファクターを表すベクトルとの内積を「第1主成分」と呼ぶ。以下同様に「第2主成分」などが与えられる。

金利リスク

- 主成分分析

- 実際の金利市場に対して主成分分析をすると、「平行シフト」「ツイスト(スティープ)」「バタフライ」と呼ばれる3つの独立な要因でほとんどイールドカーブの変動が説明されることが多い。
- 各グリッド上の金利変動を以下のようにとらえる。

$$\begin{pmatrix} \Delta r_{1M} \\ \Delta r_{3M} \\ \vdots \\ \Delta r_{10Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1M} \\ a_{3M} \\ \vdots \\ a_{10Y} \end{pmatrix} \underbrace{\Delta x_{shift}}_{\text{第1主成分}} + \begin{pmatrix} b_{1M} \\ b_{3M} \\ \vdots \\ b_{10Y} \end{pmatrix} \underbrace{\Delta x_{twist}}_{\text{第2主成分}} + \begin{pmatrix} c_{1M} \\ c_{3M} \\ \vdots \\ c_{10Y} \end{pmatrix} \underbrace{\Delta x_{butterfly}}_{\text{第3主成分}} + \dots$$

各ベクトルは主成分ベクトル

金利リスク

- 主成分分析の例 (John C. Hull, “Options, futures, and other derivatives, 5th. ed.” 361ページより引用)

1989年から1995年までの1,543日分の米国債の観測データを利用する。
金利のグリッドポイントは \$3m, 6m, 12m(=1y), 2y, 3y, 4y, 5y, 7y, 10y, 30y\$ の 10個とする。

主成分ベクトル

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
3m	0.21	-0.57	0.50	0.47	-0.39	-0.02	0.01	0.00	0.01	0.00
6m	0.26	-0.49	0.23	-0.37	0.70	0.01	-0.04	-0.02	0.01	0.00
12m	0.32	-0.32	-0.37	-0.58	-0.52	-0.23	-0.04	-0.05	0.00	0.01
2y	0.35	-0.10	-0.38	0.17	0.04	0.59	0.56	0.12	-0.12	-0.05
3y	0.36	0.02	-0.30	0.27	0.07	0.24	-0.79	0.00	-0.09	-0.00
4y	0.36	0.14	-0.12	0.25	0.16	-0.63	0.15	0.55	-0.14	-0.08
5y	0.36	0.17	-0.04	0.14	0.08	-0.10	0.09	-0.26	0.71	0.48
7y	0.34	0.27	0.15	0.01	0.00	-0.12	0.13	-0.54	0.00	-0.68
10y	0.31	0.30	0.28	-0.10	-0.06	0.01	0.03	-0.23	-0.63	0.52
30y	0.25	0.33	0.46	-0.34	-0.18	0.33	-0.09	0.52	0.26	-0.13

固有値
の平方根

PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
17.49	6.05	3.10	2.17	1.97	1.69	1.27	1.24	0.80	0.79

固有値の大きさは対応する主成分の分散にあたる

金利リスク

- 主成分分析の例(つづき)

- 数学的には、前ページの上の表は下の表の対応する値の2乗を固有値にもつ分散共分散行列の固有ベクトルである。
- また最初の3つのベクトルの符号の付き方から意味を考えると、PC1は「パラレルシフト」、PC2は「ツイスト」、PC3は「バタフライ」と呼ばれるものに対応していると考えられる。
- 固有値の和は全体で367.9であるが、実は最初の2つのファクターだけで全体の変動の93.1%を説明してしまう。

$$\frac{(17.49^2 + 6.05^2)}{367.9} = 0.931$$

金利リスク

- 主成分分析の例(つづき)

- 次のようなGPSをもつポートフォリオを考える(各年限の金利が 1 bps 変化したときのポートフォリオの変化額(例えば百万ドル単位)と見なす)

1 year	2 year	3 year	4 year	5 year
+12	+6	-3	-7	+2

各年限の金利が単独で1bps上昇したときのポートフォリオ価値の増減を表す

第1主成分(PC1)の1単位変化に対するポートフォリオの変化額は

$$12 \times 0.32 + 6 \times 0.35 - 3 \times 0.36 - 7 \times 0.36 + 2 \times 0.36 = 3.06$$

同様に、第2主成分(PC2)の1単位変化に対するポートフォリオの変化額は

$$12 \times (-0.32) + 6 \times (-0.10) - 3 \times 0.02 - 7 \times 0.14 + 2 \times 0.17 = -5.14$$

金利リスク

- 主成分分析の例(つづき)

第1と第2主成分のファクター・スコア(各主成分の変化量)をそれぞれ X , Y とするとポートフォリオの変化額 ΔP は

$$\Delta P = 3.06X - 5.14Y$$

と表される。

このとき、ポートフォリオの変化額 ΔP の標準偏差は

$$\sqrt{3.06^2 \times 17.49^2 + 5.14^2 \times 6.05^2} = 61.90$$

となる。したがって、分散共分散法による 99%-1日 VaR は

$$61.90 \times 2.33 = 144.22$$

この金利ポートフォリオは非常にリスクが大きい。 ΔP を表す式の X や Y の係数をできるだけ小さくするようなポートフォリオを持つことが、リスクの観点からは望ましい。

流動性リスク

- 流動性の定義：一義的に与えるのは困難
- BISレポート(1999)
 - 「参加者が価格への影響を小さくしたままで、すみやかに大口取引を執行できる市場」を「市場流動性のある市場」と考えている
- リスク管理の立場
 - 「資産の売却の際に、必要な量を妥当な時間・価格で取引できないことで被る可能性のある損失の大きさ」を市場流動性リスク

流動性リスク

- 外性的な要因

- 自己の取引と無関係に、ブラックマンデーやアジア通貨危機のように市場全体の流動性を著しく低下させるイベントによるもの。
flight to liquidity, flight to quality といった現象
- ストレステスト(異常事態が発生したというシナリオの下で発生しうる損失を計算すること)での対応が現実的

- 内性的な要因

- 自己の取引によって価格下落を引き起こすような場合。自己の市場への影響力が大きい状態で、通常取引高を上回る売却を短期的に実施する必要がある場合など
- マイクロストラクチャー理論によるアプローチなど定量的なモデルがいくつか提案されている

流動性リスク

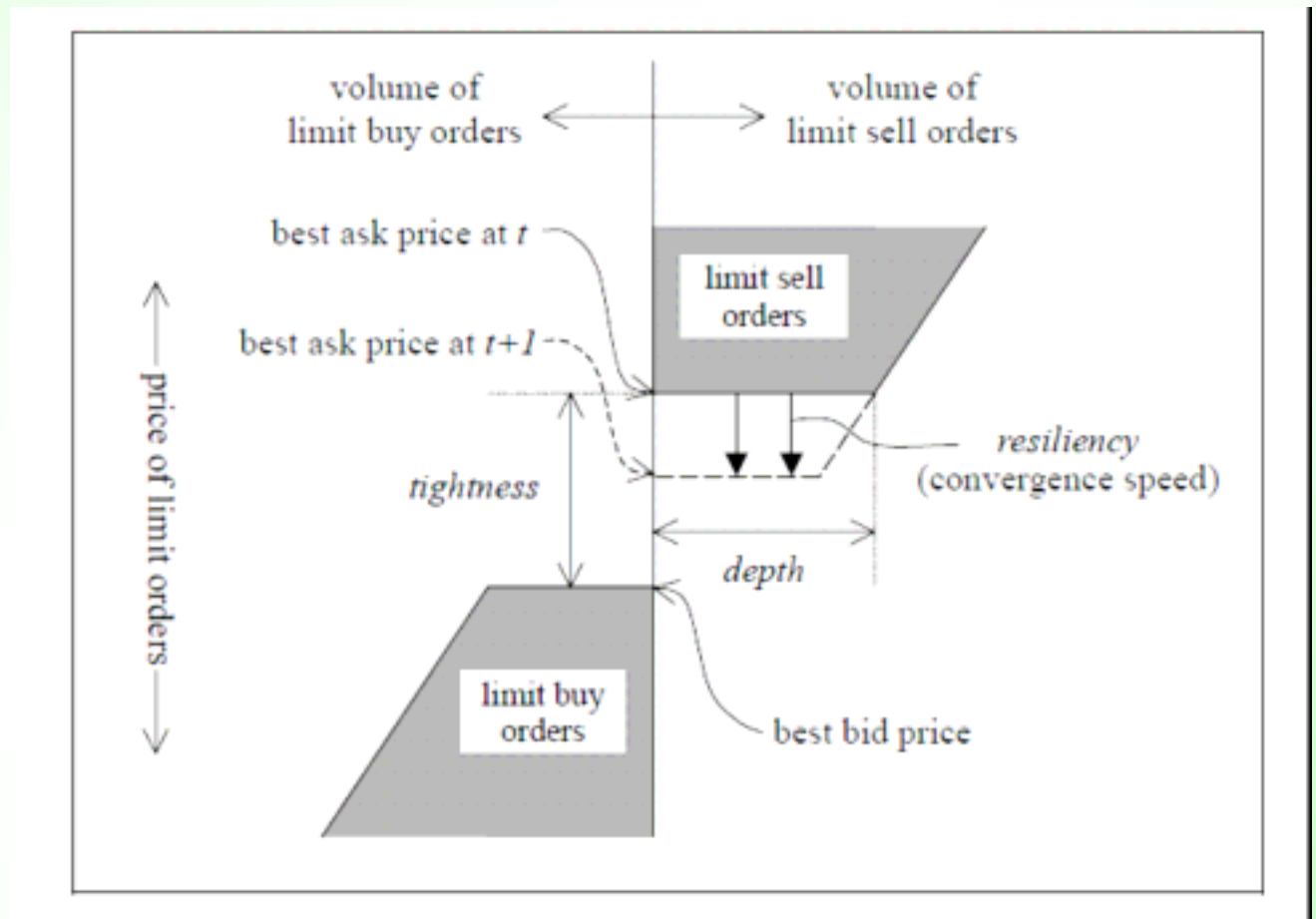
- 市場流動性リスクの尺度 (BIS1999資料)
 - tightness : 売値と買値の差あるいは両者の均衡価格 (仲値) からの乖離度。
 - depth : 現在の価格に影響を与えずに取引できる量。いわゆる「板の厚み」。マーケットインパクト (価格を急激に変動させること) の発生 of 仕方に影響する。
 - resiliency : 取引によって変動した価格が均衡水準に戻るまでの時間、すなわちマーケットインパクトがあった後、市場が落ち着くまでの時間

その他 immediacy (注文してから実際に約定するまでの時間を考慮することもある。

流動性リスク

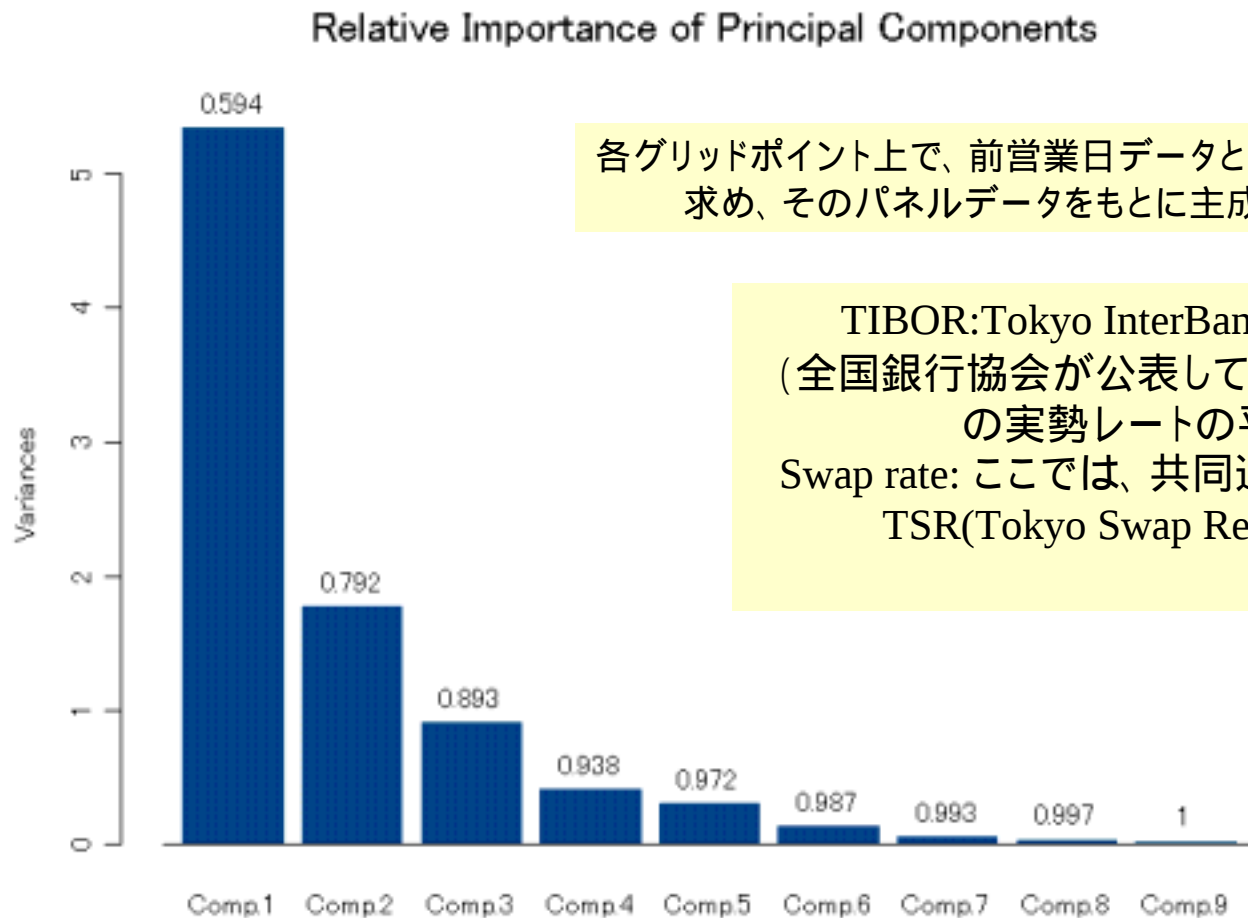
- 流動性リスクのイメージ

BIS, Market Liquidity: Research Findings and Selected Policy Implications(1999) より抜粋



【参考】 日本円金利市場(TIBOR, Swap rate) 2004/1/4 ~ 2005/5/16

Grid point: 3M, 6M, 1Y, 2Y, 3Y, 4Y, 5Y, 7Y, 10Y



各グリッドポイント上で、前営業日データとの金利変化分 Δr を求め、そのパネルデータをもとに主成分分析を実施

TIBOR: Tokyo InterBank Offered Rate
(全国銀行協会が公表している無担保コールの実勢レートの平均値)
Swap rate: ここでは、共同通信社が発表するTSR(Tokyo Swap Reference rate)

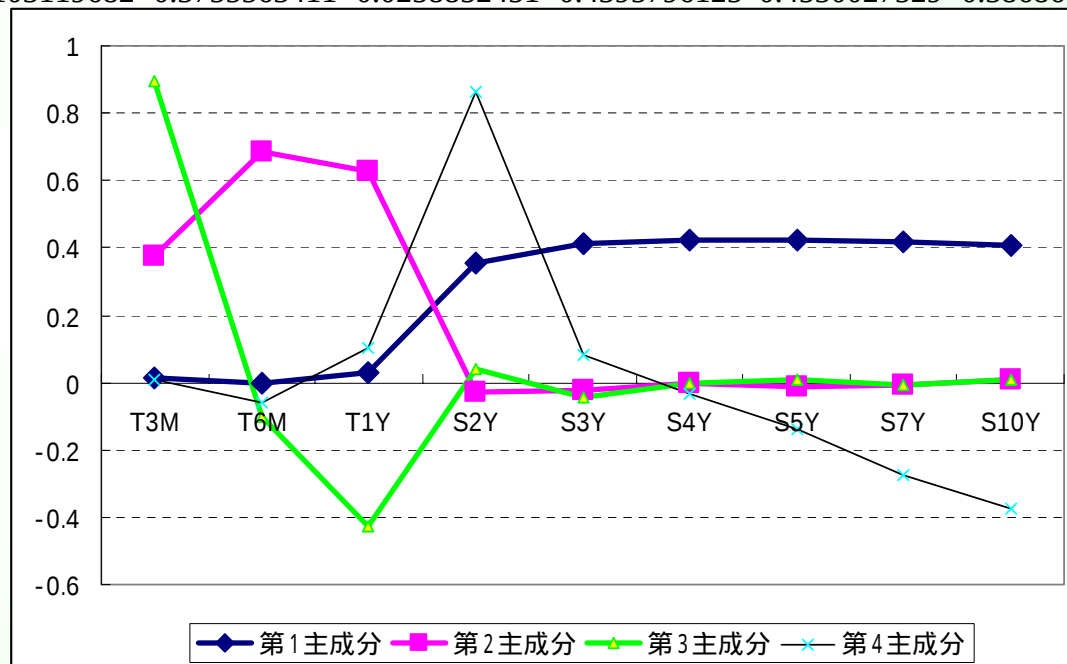
【参考】 日本円金利市場(TIBOR, Swap rate)

Grid point: 3M, 6M, 1Y, 2Y, 3Y, 4Y, 5Y, 7Y, 10Y

Loadings:

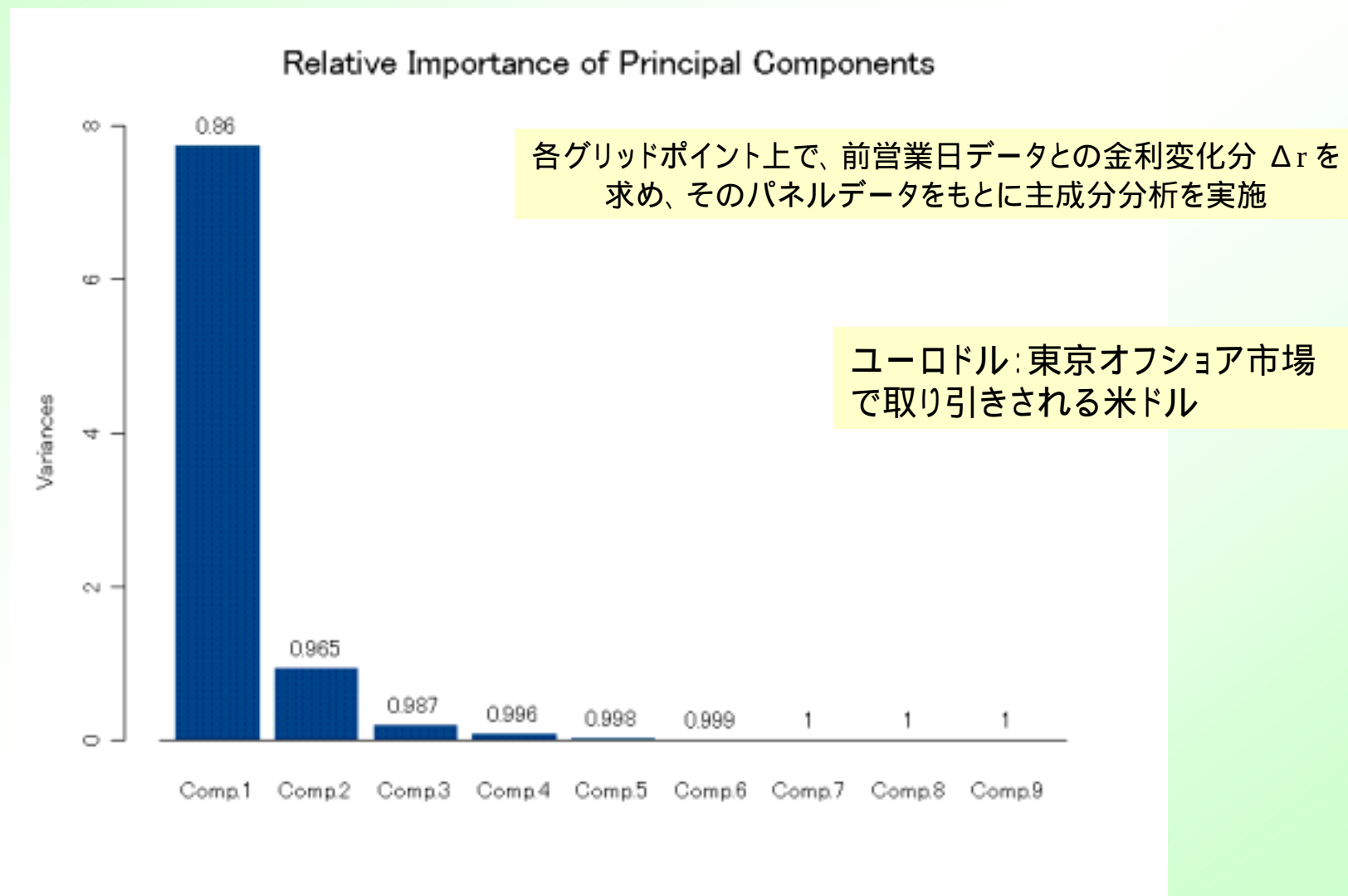
	Comp.1	Comp.2	Comp.3	Comp.4	Comp.5	Comp.6	Comp.7	Comp.8
T3M	0.0158022301	0.3739655664	0.8971928414	0.0103651587	-0.2268459061	0.0489637591	0.0221092111	0.0056328010
T6M	-0.0015306499	0.6827589602	-0.1008511178	-0.0582811094	0.7206096806	0.0034372083	-0.0277362387	0.0010467422
T1Y	0.0312067532	0.6263067093	-0.4254534502	0.1031885794	-0.6435181573	-0.0159077523	0.0204547727	0.0154471443
S2Y	0.3555080477	-0.0305207380	0.0405970462	0.8613997369	0.1094509289	-0.3338921721	0.0745488913	0.0011762984
S3Y	0.4113764608	-0.0218063975	-0.0445370671	0.0802205497	0.0382517387	0.7618678832	0.4844711356	-0.0144791247
S4Y	0.4231810329	-0.0029619944	-0.0032042960	-0.0347642462	-0.0255780095	0.1978897719	-0.6827274752	-0.5598128939
S5Y	0.4244955652	-0.0127495598	0.0075062802	-0.1372129699	-0.0194894393	0.0326690526	-0.2944672567	0.6840372048
S7Y	0.4197768511	-0.0056955195	-0.0076681321	-0.2762691300	-0.0004292951	-0.2682408631	0.0037951246	0.2618303276
S10Y	0.4094706882	0.0109117001	0.0103119682	-0.3755563411	-0.0258852451	-0.4395796125	0.4530027529	-0.3868656598

	Comp.9
T3M	-0.0214605016
T6M	0.0144811220
T1Y	-0.0090463198
S2Y	0.0015736376
S3Y	-0.0710437069
S4Y	-0.0191922299
S5Y	0.4946637772
S7Y	-0.7790049137
S10Y	0.3772121071



【参考】 米ドル金利市場(ユーロドルTIBOR, Swap rate) 2004/1/4 ~ 2005/5/16

Grid point: 3M, 6M, 1Y, 2Y, 3Y, 4Y, 5Y, 7Y, 10Y



【参考】 米ドル金利市場(ユーロドルTIBOR, Swap rate)

Grid point: 3M, 6M, 1Y, 2Y, 3Y, 4Y, 5Y, 7Y, 10Y

Loadings:

	Comp.1	Comp.2	Comp.3	Comp.4	Comp.5	Comp.6	Comp.7	Comp.8
T3M	0.237167450	-0.722380057	0.581055503	0.265365446	-0.116809064	0.012574498	0.006822206	-0.002536399
T6M	0.315853191	-0.437729241	-0.318903207	-0.517501091	0.580260678	-0.047227241	-0.011662358	0.002485415
T1Y	0.341853466	-0.203106526	-0.456576965	-0.193551507	-0.768626723	-0.068273924	-0.018022913	-0.011573945
S2Y	0.352090411	0.039453905	-0.292472693	0.456297441	0.140992569	0.587946488	0.460159753	0.056459462
S3Y	0.354019046	0.116013006	-0.134077729	0.367085965	0.136752879	0.008592928	-0.733903971	-0.384933196
S4Y	0.353299709	0.170494514	0.005773535	0.203235440	0.081277304	-0.389400567	-0.111342893	0.774717824
S5Y	0.349917520	0.218689106	0.120072366	0.045702051	0.058178859	-0.482043802	0.395528364	-0.272031446
S7Y	0.345040694	0.255667418	0.255260686	-0.171738407	-0.019376042	-0.104971595	0.207216571	-0.365097299
S10Y	0.333933216	0.296703798	0.411201756	-0.456579405	-0.099597614	0.502172446	-0.193266525	0.202502701

Comp.9

T3M	-0.004345772
T6M	0.006941544
T1Y	-0.007217089
S2Y	0.015279211
S3Y	-0.054025566
S4Y	0.184253115
S5Y	-0.589094180
S7Y	0.730273771
S10Y	-0.287137045

