5・1・3円管におけるエネルギー損失

流体の粘性

↓

流体と円管の壁との間に摩擦

↓

エネルギー損失：圧力損失等の形で現れる

↑ 計算する方法

・流体の粘度，密度
・流量　　等の条件
・円管の内径，長さ

摩擦力を表す式(一般的な定義)

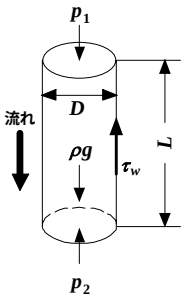
$$(\text{摩擦力})=(\text{係数})\cdot\frac{1}{2}\rho u^2\cdot A \quad (5.23)$$

$\frac{1}{2}\rho u^2$：単位体積あたりの運動エネルギー

A：流体が接触する固体面を代表する面積

$$(\text{摩擦力})=(\text{係数})\cdot\frac{1}{2}\rho u^2\cdot A \quad (5・23)$$

左のような円管の場合



(5・23)式の左辺

摩擦力$=\tau_w\cdot A$　　τ_w：円管壁面における剪断応力

↓　　A：円管壁面の面積$=\pi DL$

摩擦力$=\tau_w\cdot\pi DL$

※摩擦力は流体が管壁におよぼす剪断応力の反作用

(5・23)式の右辺

(係数)$\equiv f$　　f：管摩擦係数

$\frac{1}{2}\rho u^2\equiv\frac{1}{2}\rho u_a^2$　　u_a：管断面平均流速

$A=\pi DL$

↓

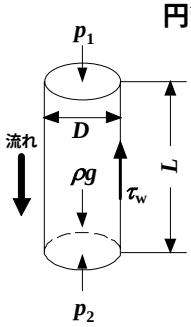
$$(\text{係数})\cdot\frac{1}{2}\rho u^2\cdot A=f\cdot\frac{1}{2}\rho u_a^2\cdot\pi DL$$

以上より

$$\tau_w \pi DL = f\frac{1}{2}\rho u_a^2 \pi DL \longrightarrow \tau_w = f\frac{1}{2}\rho u_a^2 \qquad (5\cdot24)$$

壁面剪断応力と運動エネルギーの関係

円管内を鉛直下向きに流れる流体にかかる力のつりあい



上向きの力：摩擦力　$\tau_w \pi DL$

下向きの力：圧力・重力

$$(p_1 - p_2)\frac{\pi D^2}{4} + \rho\frac{\pi D^2}{4}Lg$$

$$\downarrow \quad (p_1 - p_2 + \rho gL = \Delta P)$$

$$\Delta P\frac{\pi D^2}{4}$$

上向きの力：摩擦力　$\tau_w \pi DL$

下向きの力：圧力・重力　$\Delta P\dfrac{\pi D^2}{4}$

これらの力がつりあう

$$\tau_w \pi DL = \Delta P\frac{\pi D^2}{4}$$

$$\downarrow$$

$$\tau_w = \frac{1}{4}\frac{\Delta P}{L}D \qquad (5\cdot25)$$

$$\downarrow$$

$\tau_w = f\dfrac{1}{2}\rho u_a^2$ (5・24) と比較

$$\boxed{\Delta P = 4f\frac{L}{D}\frac{1}{2}\rho u_a^2} \qquad (5\cdot26)$$

円管内流れの圧力損失（エネルギー損失）を表す式：ファニング(Fanning)の式

ファニングの式：$\Delta P = 4 f \dfrac{L}{D}\dfrac{1}{2}\rho u_{\mathrm{a}}^2$ **に基いた圧力損失の計算**

・**流体の粘度，密度**
・**流量**
・**円管の内径，長さ**

等の条件 ⟶ **管摩擦係数**f ⟶ **圧力損失**ΔP

層流

$$Q = \frac{\pi \Delta P R^4}{8\mu L}$$ **ハーゲンポアズイユ**（Hagen-Poiseuille）**の式** (5・8)

↓ $u_{\mathrm{a}} = \dfrac{4Q}{\pi D^2}$

$$\Delta P = \frac{8\mu L u_{\mathrm{a}}}{R^2} = \frac{32\mu L u_{\mathrm{a}}}{D^2}$$ (5・28)

※ **この式でも**ΔP**を計算できるがここでは**
f **がどのように計算されるかを確認**

↓ **ファニングの式と比較**

$$f = \frac{16\mu}{\rho u_{\mathrm{a}} D} = \frac{16}{\mathrm{Re}}$$ (5・29)

乱流：Re**と粗度の関数**

平滑管

$f = 0.0791\mathrm{Re}^{-1/4}$
等の実験式(5・30)-(5・32)

粗面管

Re, **粗度** e **と** f **の関係**：**教科書図**5・8

e：**管内壁の粗さ** [m]
D：**管内径** [m]

円管内の圧力損失の求め方

1. $w = \rho Q \longrightarrow u_a = \dfrac{4Q}{\pi D^2}$

2. $\mathrm{Re} = \dfrac{\rho u_a D}{\mu}$

Re<2100:**層流**

3. $f = \dfrac{16}{\mathrm{Re}} = \dfrac{16\mu}{\rho u_a D}$ (5・29)

Re>4000:**乱流**

3. **実験式によりfを計算**
あるいは
図5・8より f を読み取る

4. $\Delta P = 4f \cdot \dfrac{L}{D} \cdot \dfrac{1}{2}\rho u_a^2$ (5・26)

逆問題: ΔP **から**Q, u_a**を求める**

層流・乱流が不明 ⟶ f **を**u_a**の関数として表せない** ⟶ **図**5・8**利用あるいは式**(5・32)**を使う**