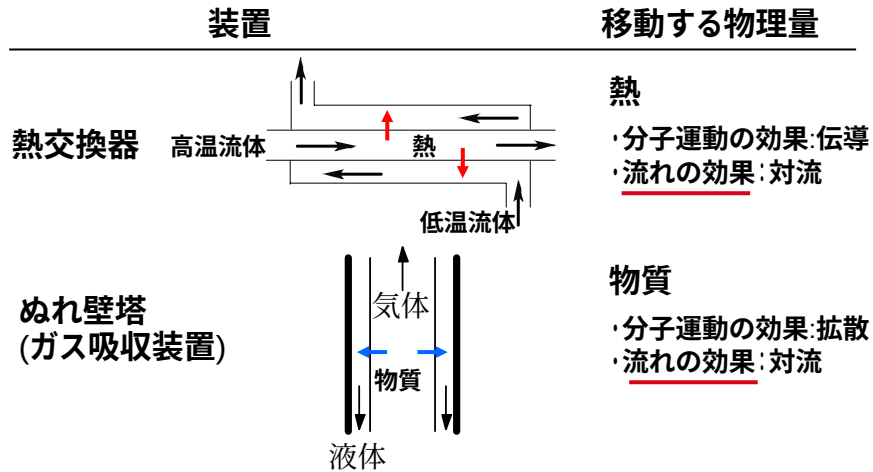


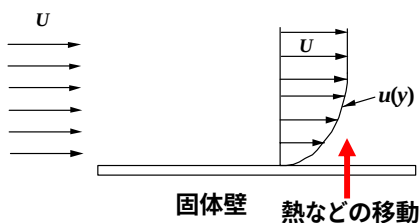
移動論第一

0. イントロダクション

移動論とは？・・・装置内の熱・物質の移動現象が対象



流れの効果を知るためには



- ・早く流れれば移動が促進される
- ・流体の速さは位置によって異なる

速度分布 $u(y)$ を知る必要

流体力学

※速度分布: 装置内の位置と流速の関係

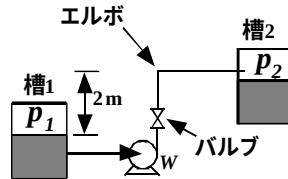
移動論第一: 流体力学 ← 運動量移動

移動論第二: 熱移動, 物質移動

何? ...あとで説明

速度分布のほかにも重要な問題が...

配管による流体の輸送



- ・図のような輸送を計画
- ・ポンプの所要動力を計算したい

摩擦による
エネルギー損失を知る必要

流体力学

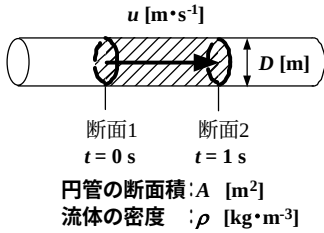
この問題も移動論第一で扱う

授業の進め方：各自確認すること

- ・スライドの内容をコピーした資料を配布する。
- ・資料は1ページにスライド2枚を印刷してある。
- ・授業は教科書に沿って進めるが、より良く理解できるよういくつかの補足事項を加える。
- ・配布資料の見出し番号は次のようになっている。
 - 1., 2., 3., 3・1, 3・2, 3・2・2, 3・2・2など：教科書目次にある見出し
 - A1, A2, A3など：上記補足事項の見出し
- ・スライド右肩の番号、たとえば“0-4”の“0”は見出し番号，“4”は見出し内の通し番号
- ・毎回演習問題を出す。

0・1 流量・流速

斜線部の

体積＝体積流量： Q [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$]質量＝質量流量： $w = \rho Q$ [$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$]矢印の長さ＝流速： u [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]

$$Q = uA = \frac{\pi D^2}{4} u$$

質量保存則： $w_1 = w_2$

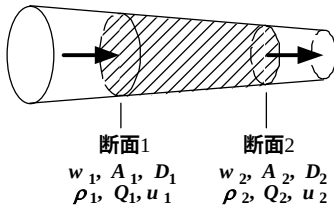
$$w_1 = \rho_1 Q_1 = \rho_1 u_1 A_1$$

$$w_2 = \rho_2 Q_2 = \rho_2 u_2 A_2$$

連続の式： $\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2$

$$\rho \text{ 一定 } u_1 A_1 = u_2 A_2$$

$$\rho, A \text{ 一定 } u_1 = u_2$$



$$Q = uA$$

1. 流体の流動特性(レオロジー)

——— 流体の粘性による運動量移動 ———

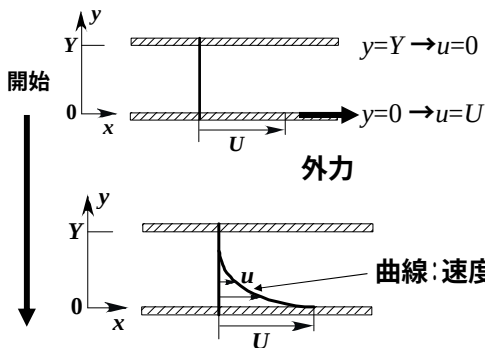
流体：気体，液体

外力により変形
流れる

← 粘性が重要な役割

1・1 ニュートン流体(P.3)

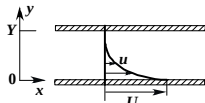
粘性(粘度)の定義



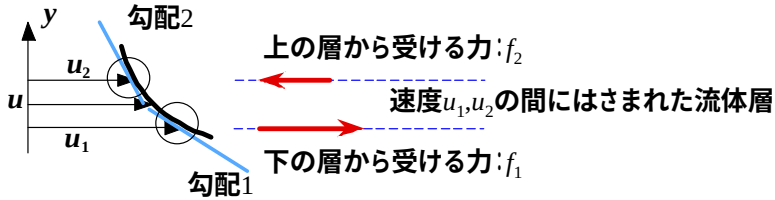
下の板を一定速度で右に引く

接する固体面と同じ速度で動く↓
平板に近い方から徐々に加速する

下の板に近い流体の速度が大



↓ 速度分布の一部を拡大



はさまれた流体層にかかる力の
向き

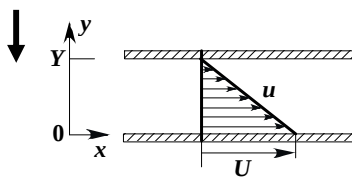
$u_1 > u$ 速い流体から: 正の力 f_1 $u_2 < u$ 遅い流体から: 負の力 f_2

大きさ

勾配1 > 勾配2 $\rightarrow |f_1| > |f_2| \rightarrow$ **流体層: 加速**

板から離れた層がこの仕組みにより次々加速

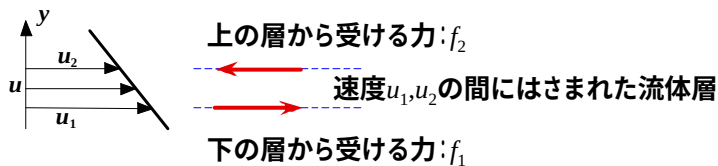
さらに時間が経過



上の板に接する流体は静止したまま
下の板に接する流体の速度はUのまま

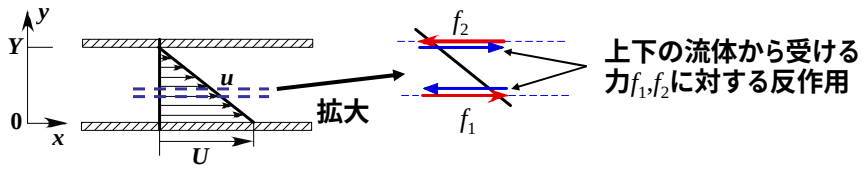
↓ 板の間の流体は加速し続けて

速度分布が直線になったところで定常状態に
勾配一定



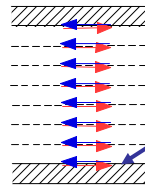
力の大きさ

勾配一定 $\rightarrow |f_1| = |f_2| \rightarrow$ **流体層はこれ以上加速されない**



f_1, f_2 とその反作用: **剪断力**

流れに平行な層の境界面に沿って働く力



$$|F| = |\text{剪断力}| = |f_1| = |f_2|$$

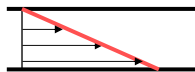
- ・ A に比例
- ・ U に比例
- ・ Y に反比例

$$F \propto \frac{AU}{Y} \rightarrow \frac{F}{A} = \tau_{yx} = -\mu \frac{U}{Y} \quad \text{比例係数 } \mu: \text{粘度} \text{ [Pa} \cdot \text{s}]$$

単位面積あたりの剪断力 τ_{yx} : 剪断応力 [$\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$], [Pa]

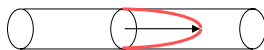
y 軸に垂直な面にかかる x 方向の応力の意味

速度分布: 装置内の位置と流速の関係



直線

$$\frac{F}{A} = \tau_{yx} = -\mu \frac{U}{Y}$$



曲線

この場合の方が多い
応力はどうあらわすか?

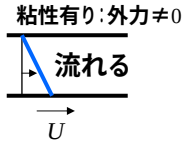
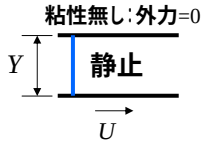
一般に

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{du}{dy} \quad (1 \cdot 1): \text{ニュートンの粘性法則}$$

(教科書では μ を η と表記している)

ニュートン流体: 速度勾配 $\frac{du}{dy}$ によらず μ 一定

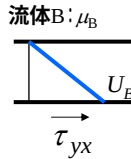
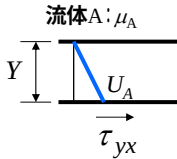
粘度(粘性)の意味



粘性

- ・摩擦の原因
- ・運動量を輸送

粘度の大小による違い



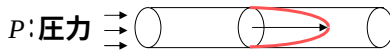
$\mu_A = 2\mu_B$ Aの方がネバネバ

同じ力で板を引く

$$\tau_{yx} = -\mu_A \frac{U_A}{Y} = -\mu_B \frac{U_B}{Y} \longrightarrow U_A = \frac{U_B}{2} \quad \text{同じ力では半分しか流れない}$$

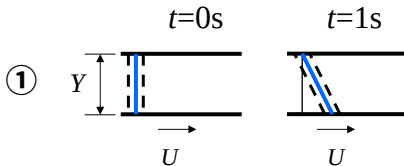
$\mu_A = 2\mu_B$

円管: 流す力は圧力



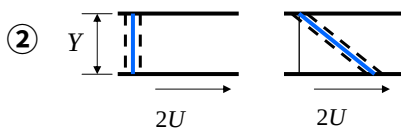
- ・同じ圧力なら粘度が低い方が流れやすい
- ・同じ粘度なら圧力をかけるほど流れる

速度勾配の意味 $\frac{du}{dy} \equiv \dot{\gamma} \quad [\text{s}^{-1}]$



1秒で [] から [] に変形

変形の速さ $\longrightarrow \dot{\gamma}_1 = \frac{du}{dy} = \frac{U}{Y}$



1秒で [] から [] に変形

変形の速さ $\longrightarrow \dot{\gamma}_2 = \frac{du}{dy} = \frac{2U}{Y}$

$\dot{\gamma}_2 = 2\dot{\gamma}_1$: ②の方が2倍速く変形する

$\dot{\gamma} \quad [\text{s}^{-1}]$: 流体が変形する速度－変形速度あるいは剪断速度

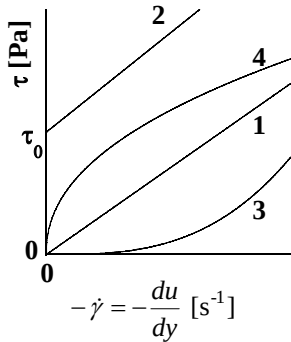
1・2非ニュートン流体(P.4)

ニュートン流体: 粘度 μ が一定 $\rightarrow \tau = -\mu\dot{\gamma}$ τ と $\dot{\gamma}$ が比例

非ニュートン流体: 粘度 μ が剪断速度 $\dot{\gamma}$ によって変化する流体

τ と $\dot{\gamma}$ は比例しない

流動特性: τ と $\dot{\gamma} = \frac{du}{dy}$ の関係 —— 特に非ニュートン流体の特徴を表す



直線1: ニュートン流体

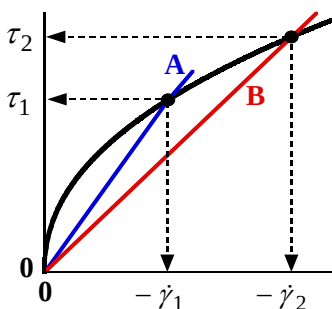
それ以外は非ニュートン流体

例: 直線2, 曲線3, 4の流体

粘度 μ が変化する?

見かけ粘度

非ニュートン流体の見かけ粘度



$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_1$ のとき, ニュートン流体A (粘度 μ_A)

$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_2$ のとき, ニュートン流体B (粘度 μ_B)

のように振舞う

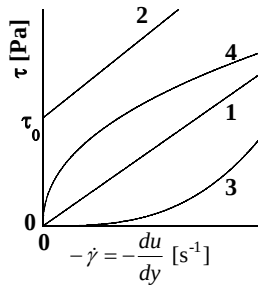
それぞれの場合にニュートン流体と
見た場合の見かけ上の粘度: μ_a

$$\tau = -\mu\dot{\gamma} \rightarrow \mu_{a1} = \frac{\tau_1}{-\dot{\gamma}_1} = \mu_A$$

$$\mu_{a2} = \frac{\tau_2}{-\dot{\gamma}_2} = \mu_B$$

非ニュートン流体: $\tau, \dot{\gamma}$ によって粘度(見かけ粘度)が変化する流体

上図の例では $\dot{\gamma}$ が増加すると見かけ粘度は減少する



a) 塑性流体(ビンガム流体): 直線2

降伏応力 τ_0 より小さい応力では変形しない

$$\tau = -\mu \frac{du}{dy} \pm \tau_0 \quad \begin{array}{l} du/dy < 0 \rightarrow +\tau_0 \\ du/dy > 0 \rightarrow -\tau_0 \end{array}$$

見かけ粘度 $\mu_a = \frac{\tau}{-\dot{\gamma}} = \mu \pm \frac{\tau_0}{-\dot{\gamma}}$
 $\dot{\gamma}$ が増加すると減少

b) 指数則流体: 曲線3,4

$$\tau = -m \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1} \frac{du}{dy} \quad \tau \text{ が } \frac{du}{dy} \text{ と逆符号になるため } \tau = m \left| \frac{du}{dy} \right|^n \text{ とはしない}$$

$$\mu_a = \frac{\tau}{-\dot{\gamma}} = m |\dot{\gamma}|^{n-1}$$

i) ダイレタント流体: 曲線3

$\dot{\gamma}$ と共に見かけ粘度は増加

ii) 擬塑性流体: 曲線4

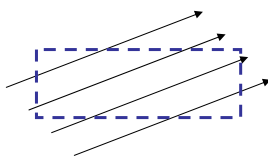
$\dot{\gamma}$ が増加すると見かけ粘度は減少

A1. 流体力学と運動量移動

$$F = ma \quad \text{運動方程式} \quad \text{流体も剛体(固体)と同じくこの式に従って運動する}$$

$$F = m \frac{du}{dt} = \frac{d(mu)}{dt} \quad \longrightarrow \quad \text{力} = \text{運動量の時間変化率}$$

流れの中に任意の領域(検査体積)を設定



流体の流れ

その体積の運動量の収支をとる

単位時間当たりの
 入る量 - 出る量 + 外力により増加する量 = 変化率
 定常であれば変化率 = 0

運動方程式

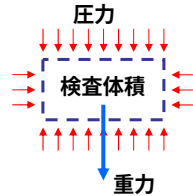
速度分布

入る, 出る: 2つのパターン

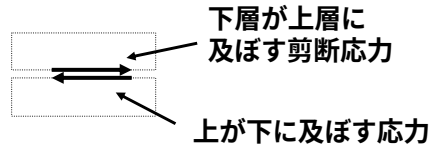
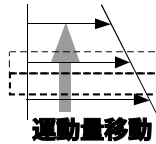
- ・粘性による移動(分子の効果)
- ・流れによる移動(対流)

増加の素: 2つのパターン
(外力)

- ・検査体積の外側から受ける圧力
- ・重力



A1・1粘性による運動量移動

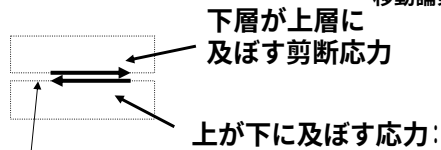
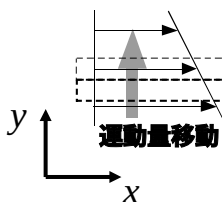


力=運動量の時間変化

単位時間に 上層: 図の応力×面積の分だけ運動量が増加
下層: 同じだけ運動量が減少



下層から上層に運動量が移動すると見なせる



両層の境界の面積: A

下層が上層に及ぼす力: $\tau_{yx}A = -\mu \frac{du}{dy}A$ (力=運動量の時間変化)

単位時間に下層から上層に移動する運動量

右辺にマイナスがつく理由: 勾配が負 → 正の向きに移動

流束 (Flux): 運動量, 物質, 熱の単位時間, 単位面積あたりの移動量:

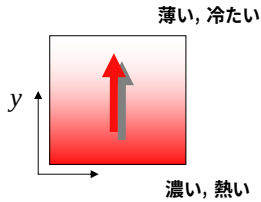
$$\text{粘性による運動量移動の流束: } \frac{\tau_{yx}A}{A} = \tau_{yx} = -\mu \frac{du}{dy} = -\frac{\mu}{\rho} \frac{d(\rho u)}{dy} = -\nu \frac{d(\rho u)}{dy}$$

ρ : 密度 $[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$

ν (ニュー): 動粘度 $[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$

分子効果による運動量移動と物質, 熱移動の比較・相似

物質, 熱の移動

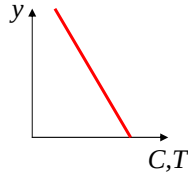


C: 濃度, T: 温度

流束

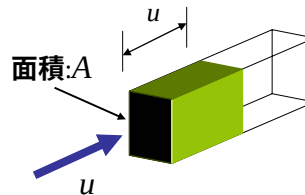
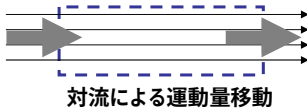
物質: $J = -D \frac{dC}{dy}$

熱: $q = -k \frac{dT}{dy}$



	流束	移動係数	単位体積あたりの量
運動量	$\tau_{yx} = -\nu \frac{d(\rho u)}{dy}$	$\nu \text{ [m}^2 \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$	$\rho u = \frac{mu}{V}$
物質	$J = -D \frac{dC}{dy}$	$D \text{ [m}^2 \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$	C
熱	$q = -\frac{k}{\rho C_p} \frac{d(\rho C_p T)}{dy}$	$\frac{k}{\rho C_p} = \alpha \text{ [m}^2 \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$	$\rho C_p T$

A1・2 流れによる運動量移動(対流)



単位時間に面積Aを通して入る流体の

体積: uA 質量: ρuA 運動量: $\rho u^2 A \text{ [(kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\text{) s}^{-1}\text{]}$ 対流による運動量移動の流束: ρu^2

参考

対流により面積Aを通して入る

流体に溶けている物質質量: 濃度 $\times$ 体積 $= CuA$ 流体のもっている熱: $\rho C_p TuA$ 流束 $= Cu$ 流束 $= \rho C_p Tu$