

Info. Sheet 6; Advanced Topics in Geometry B1 (MTH.B406)

Informations

- The lecture today is the final class of this course. No homeworks are assigned.
- The total score of your homeworks will be shown on your homework sheet of last week in blue ink.
- Please cooperate in a questionnaire on course survey. Course Number: MTH.B406; Course Title: Advanced Topics in Geometry B.
- I'd like to thank you for joining these courses, and giving comments.

Corrections

- Lect. Note, page 49, line 6: $S_P: (T_P M)^k \rightarrow \mathbb{R} \Rightarrow S_P: (T_P M)^p \rightarrow \mathbb{R}$
- Lect. Note, page 49, line 6: k -th order $\Rightarrow$ p -th order
- Lect. Note, page 49, line 11: $\hat{S}S \Rightarrow S$
- Lect. Note, page 51, lines 3–4: $(j = 1, \dots, m) \Rightarrow (j = 1, \dots, p)$
- Lect. Note, page 51, line 10: $\hat{S}(X_1, \dots, X_m) \Rightarrow \hat{S}(X_1, \dots, X_m)(P)$
- Lect. Note, page 52, equation (5.6)

$$S_{a_1, \dots, a_p} = \frac{\partial u^{i_1}}{\partial x^{a^1}} \cdots \frac{\partial u^{i_p}}{\partial x^{a^p}} S_{i_1, \dots, i_p}.$$

$$\Rightarrow S_{a_1, \dots, a_p} = \sum_{i_1, \dots, i_p=1}^m \frac{\partial u^{i_1}}{\partial x^{a^1}} \cdots \frac{\partial u^{i_p}}{\partial x^{a^p}} S_{i_1, \dots, i_p}.$$

- Lect. Note, page 52, 5 lines from the bottom: $(\mathfrak{X}^\infty(M))^3 \ni X, Y, Z \Rightarrow (\mathfrak{X}^\infty(M))^3 \ni (X, Y, Z)$
- Lect. Note, page 52, 2 lines from the bottom: $\mathfrak{X}^\infty(M) \times \mathfrak{X}^\infty(M)(X, Z) \Rightarrow \mathfrak{X}^\infty(M) \times \mathfrak{X}^\infty(M) \ni (X, Z)$
- Lect. Note, page 53, 9 lines from the bottom: $R(X, Y, W, Z) = R(W, Z, X, Y) \Rightarrow R(X, Y, Z, W) = R(Z, W, X, Y)$.
- Lect. Note, page 54, line 10: $R_1 = R_2 \Rightarrow R_1 = R_2$. (add a period.)
- Lect. Note, page 55, lines 7 and 8: $\det A \Rightarrow (\det A)^2$ (2 times).
- Lect. Note, page 55, line 18: Remove the right parenthesis in the denominator.

$$K(\Pi_P) := \frac{R(\mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{w}, \mathbf{v})}{g(\mathbf{v}, \mathbf{v})g(\mathbf{w}, \mathbf{w}) - g(\mathbf{v}, \mathbf{w})^2},$$

$$\Rightarrow K(\Pi_P) := \frac{R(\mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{w}, \mathbf{v})}{g(\mathbf{v}, \mathbf{v})g(\mathbf{w}, \mathbf{w}) - g(\mathbf{v}, \mathbf{w})^2},$$

- Lect. Note, page 56, line 3: $(2n - 3)$ -dimensional $\Rightarrow (2n - 4)$ -dimensional

- Lect. Note, page 57, equation (5.9):

$$\begin{aligned} R(X, Y, Z, W) &= k(g(X, T)g(Y, Z) - g(X, Z)g(Y, T)). \\ \Rightarrow R(X, Y, Z, W) &= k(g(X, W)g(Y, Z) - g(X, Z)g(Y, W)). \end{aligned}$$

- Lect. Note, page 57, line 2: satisfy $\Rightarrow$ satisfies
- Lect. Note, page 57, 7 lines from the bottom: $k < 0 \Rightarrow k > 0$
- Lect. Note, page 60, Problem 5-2: Show (3) in Proposition 5.7 $\Rightarrow$ Show (2) in Proposition 5.7

Students' comments

- リーマン幾何はいろんな分野で使われるためか、色々な記法があって紛らわしいですね。

Lecturer's Comment: そうなんですよ。

- 標準的な微分幾何学の教科書とは異なる視点で講義をされていたので、私の微分幾何学に対しての理解が深まったと思います。講義資料でも丁寧に説明されていたので、非常に理解しやすかったです。半年間ありがとうございました。

Lecturer's Comment: こちらこそ、ご聴講・コメントなどありがとうございました。

- 2Q もありがとうございました。 Lecturer's Comment: こちらこそ。
- 自堕落な生徒(原文ママ)でしたが、夏学期間ありがとうございました。夏休みの間などで頂いたプリントを読み返して復習したいです。

Lecturer's Comment: 生徒でなく学生 (cf. 学校教育法)。講義ノートなどについてコメントがありましたら是非お知らせください。

Q and A

Q 1: 微分幾何に関連する話題だと Lie 群, Lie 環に興味があるのですが, 良書があれば教えてください。

A: 標準的な教科書はご存知でしょうから割愛。たとえば古い本ですが, 岩波基礎数学「Lie 群 1/2」(1989)。行列群に限ったインフォーマルな本(大学院生には物足りないかもしれない)として, 佐竹一郎「リー群の話」(日本評論社, 1982); 特殊な話題ですが, 山内恭彦「回転群とその表現」(岩波書店, 1958/1988) など。

Q 2: 断面曲率は, 二次元グラスマン多様体を用いて定義しましたが, 一般に(曲率テンソルも高次元化する必要がでてきますが)高次元グラスマン多様体に対しても定義できますか?

A: 接空間から得られる 2 グラスマン束上の関数として定義する, という意味ですね。自分は扱ったことがないので知りませんが, なにかの可積分条件としてそのような量は考えられるでしょうか。