

2019/06/25
Kotaro Yamada
kotaro@math.titech.ac.jp

Info. Sheet 2; Advanced Topics in Geometry B1 (MTH.B406)

Informations

- スケジュールの訂正：7月30日（火曜日）を休講にします．とくに補講の予定はありませんが強いご希望があれば対応します．
Schedule updated: The lecture on July 30 will be cancelled.
- Study Group Workshop 2019：前回もお知らせしましたが，日程は
7月24日から26日（九州大学伊都キャンパス）
7月29日から30日（東京大学駒場キャンパス）
詳細，参加申込：
<http://sgw2019.imi.kyushu-u.ac.jp/registration.html>
九州大学での参加希望者は山田までご連絡ください．

Corrections

- Lect. Note, page 2, lines 18–19:
the same topology $M_n(\mathbb{R}) \Rightarrow$ the same topology as $M_n(\mathbb{R})$
- Lect. Note, page 4, line 12:
if $X_0 \in O(n)$, proves the first case $\Rightarrow$ If $X_0 \in O(n)$, this proves the first case
- Lect. Note, page 8, line 6: $X(t) \Rightarrow X$
- Lect. Note, page 8, line 12:
be a matrix-valued C^∞ -functions $\Rightarrow$ be matrix-valued C^∞ -functions
- Lect. Note, page 8, 5 lines from the bottom: $Y(t) := X_{t_0, \text{id}}(t) \Rightarrow Y := X_{t_0, \text{id}}$
- Lect. Note, page 10, line 11: $I \in \mathbb{R} \Rightarrow I \subset \mathbb{R}$
- Lect. Note, page 10, 3 lines from the bottom:
 $\mathbf{b}(s) := \mathbf{e}(s) \times \mathbf{n}(s) \Rightarrow \mathbf{b}(s) := \mathbf{e}(s) \times \mathbf{n}(s)$
- Lect. Note, page 11, line 6: which is $\Rightarrow$ which are
- Lect. Note, page 11, 13 lines from the bottom:
 $(A \in \text{SO}(3), \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3) \Rightarrow (A \in \text{SO}(3), \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3)$
- Lect. Note, page 11, 5 lines from the bottom: and $\gamma_2 \Rightarrow$ and γ_2
- Lect. Note, page 12, 8 lines from the bottom: frenet frame $\Rightarrow$ Frenet frame
- Lect. Note, page 12, 2 lines from the bottom: curvatur eand $\Rightarrow$ curvature and

Students' comments

- 日本語のおかげで著しく理解しやすくなりました．前半の講義（原文ママ：講義のことか？）も日本語であればついていくことができたかもしれません．

Lecturer's Comment: 正しい日本語を書いてください．

- $\mathbf{o} := \frac{d\gamma}{ds}$ と定めれば $\mathcal{F}(s) = (\mathbf{o}(s), \mathbf{n}(s), \mathbf{b}(s))$ （正規直交基底）になるのになと思いました．

Lecturer's Comment: あ，なるほどね．

- 日本語でやると，スピードも上ったみたいですが，そうですか？

Lecturer's Comment: 下がってません？

- 単位行列を “ E ” や “ I ” 等で表すことは知っていましたが, “id” と表すこともできることを知って驚きました.

Lecturer's Comment: 「表すこともできる」はちょっと違和感. どんな記号で表してもよいですね. The identity matrix なので “id”, E や I に他の意味を与えたいときはよく使います.

- 常微分方程式論はほとんど忘れていたので復習しておきます.

Lecturer's Comment: ちょっとだけで大丈夫だと思います.

- 2Q もよろしくお願いします. **Lecturer's Comment:** こちらこそ.

Q and A

Q 1: 式 (1.5) で定義されたノルム $\|X\|_{t,k}$ は良く使われる形のものですか (Prop. 1.6 を証明するために導入したものと思われそうですが, 意図的過ぎて, なんとなく不自然な感じがします.)

A: 通常, 常微分方程式の基本定理の証明では一様ノルムを用います. しかし, このときは, 解の存在範囲が小さく絞られます. ここで示したように, 方程式が定義されている範囲全体での解の存在を示すためには, 解が「大きい」値をとるでもうまく「押さえ込む」ことができるようにノルムを細工する必要がありますが, 定数係数の線型常微分方程式の場合, 解の発散はただか指数オーダーになることはよく知られているので, 指数関数で押さえ込むことにしました. そういう意味で自然なノルムだと思います.

Q 2: 微分方程式の知識がすっかり抜けていて危機感を覚えているのですが, おすすめの本や講義 (原文ママ: 講義のことか) で参考にしている本を教えてください.

A: いろいろな教科書があるので眺めてみましょう. 自分が学生時代は, 斎藤利弥の本で勉強しましたが, いまだと高野恭一, 柳田英二 + 栄伸一郎などが手に入りやすいでしょうか. 幾何学的という意味では Arnol'd の本もよいと思います.

Q 3: 行列値関数における微分方程式の理論を扱った数学書を教えて頂けると嬉しいです.

A: ごめんなさい, 勉強不足であまり知らないです. 通常の線形方程式の一般論を知っていれば, それを行列の形に直すのはそれほど難しくないはず.

Schedule (updated):

Date	Contents
June 18.	1. Linear ordinary differential equations
June 25.	2. Integrability condition of linear systems of PDE's
July 02.	3. Flatness of Riemannian manifolds
July 09.	4. Curvature tensor and sectional curvatures
July 16.	5. Spheres and hyperbolic spaces
July 23.	6. Space forms