

## 第 10 章 純金属結晶の塑性変形

以上でかなりページを割いて転位論の基礎知識を述べてきた。本章では、それらの知識を使って結晶の塑性変形の基礎過程を理解して行く。ただし、拡散が重要になるような高温での話は後の章に譲って、ここでは拡散が重要でない場合の変形に話を限る。例外もあるが、通常の金属材料では室温またはそれ以下の温度での変形に対応する。さらに、ここでは話を純金属に限り、より複雑な材料については次の第 11 章で説明する。

塑性変形の基礎理解には引張試験による応力-ひずみ曲線の知識が最も重要である。そこで、まずは、これから始めよう。

### 10.1 応力-ひずみ曲線

図 10.1 を見てみよう。金属材料の特徴の 1 つに延性 (ductility) を持つことが挙げられる。この図は延性を持つ金属多結晶の応力-ひずみ曲線の模式図である。具体的には、たとえば円筒形 (板状でも良い) の金属試料を引っ張ったときに得られる引張応力 (引張り力を試料の断面積で割ったもの) を縦軸に、引張ひずみ (伸びた長さを元の長さで割ったもの) を横軸にとって、試料の変形の様子を表した図である。

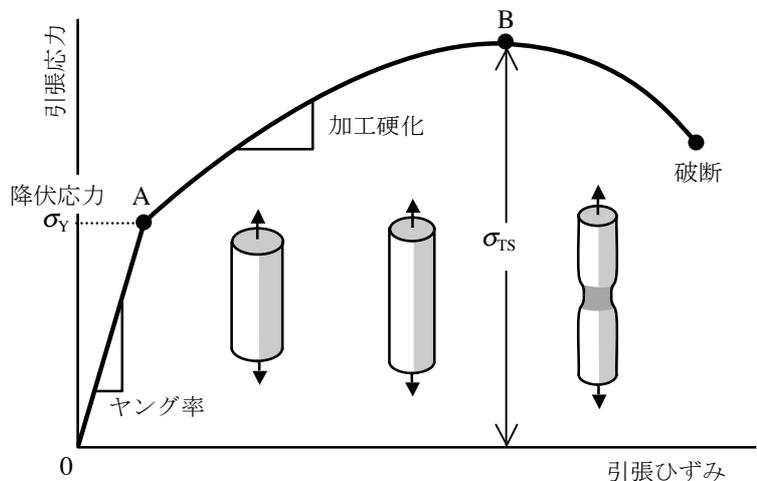


図 10.1 延性を持つ金属多結晶の応力-ひずみ曲線の模式図

変形が小さいときは (図の A 点まで)、試料はちょうどばねのように弾性変形 (elastic deformation) を起こし、力を減ざると元の形に戻る。このときはフックの法則 (Hooke's law) が成り立ち、引張応力と引張ひずみは比例するので、応力-ひずみ曲線は直線となる。直線の傾きをヤング率 (Young's modulus) という。

変形が図の A 点より大きくなると、試料は塑性変形 (plastic deformation) を開始し、力を減じても元の形には戻らなくなる。A 点での応力の値を降伏応力 (yield stress)  $\sigma_Y$  とよぶ。さらに変形が進行すると試料は均一に伸びるが、塑性変形中でも試料の体積は変わらない。従って、伸びるにつれて断面積は減少する。このとき、通常は塑性変形に要する応力が増加する。これを加工硬化 (work hardening) という。変形が最大応力 (引張強さ  $\sigma_{TS}$  という) の B 点まで進むと、試料の中央部にくびれ (necking) を生じ、塑性変形が不均一になる。そして、最終的に試料はくびれ部で破断する。

### 10.2 真応力と真ひずみ

図 10.1 での縦軸の応力および横軸のひずみは、実は公称応力 (nominal stress)、公称ひずみ (nominal strain) とよばれるもので、変形前の試験片の初期断面積と初期長さを基準量としたものであった。これらは工業的、実用的には意味のあるものであるが、変形の基礎的な理解のためには、真応力 (true stress)  $\sigma_t$  と真ひずみ (true strain)  $\epsilon_t$  を考えた方がより scientific である。

真応力は試験片に加わっている荷重  $F$  と変形中の試験片の実際の断面積  $A$  から

$$\sigma_t \equiv \frac{F}{A} \quad (10.1)$$

と定義される。塑性変形時には材料の体積は一定に保たれるので、引張試験において試験片に均一な

塑性変形が起こる限り、塑性変形後の試験片の断面積  $A$  と長さ  $L$  は初期断面積  $A_0$  と初期長さ  $L_0$  との間に

$$AL = A_0L_0 \quad (10.2)$$

なる関係を持つ。真ひずみは微分の形式で以下のように定義される。

$$d\varepsilon_t \equiv \frac{dL}{L} \quad (10.3)$$

したがって、試験片が初期長さ  $L_0$  から  $L$  までの伸びを受けた場合の真ひずみは、(10.3)を積分して

$$\varepsilon_t \equiv \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) \quad (10.4)$$

となる。この式からわかるように、真ひずみ  $\varepsilon_t$  と公称ひずみ  $\varepsilon_n = (L - L_0) / L_0$  の間には

$$\varepsilon_t = \ln(1 + \varepsilon_n) \quad (10.5)$$

なる関係がある。また、真応力  $\sigma_t$  は公称応力  $\sigma_n \equiv F / A_0$  と公称ひずみ  $\varepsilon_n$  を使って以下のように表せることもわかる。

$$\sigma_t = \frac{F}{A} = \left(\frac{F}{A_0}\right)\left(\frac{L}{L_0}\right) = \sigma_n(1 + \varepsilon_n) \quad (10.6)$$

このように、引張試験 ( $\varepsilon_n > 0$ ) での真応力は公称応力よりも大きな値になる。圧縮試験 ( $\varepsilon_n < 0$ ) では逆に、真応力の絶対値は公称応力のそれよりも小さな値となる。

### 10.3 くびれの発生条件 (塑性不安定)

真応力と真ひずみを使って、図 10.1 に示されているくびれの発生条件を考える。全長  $L$  の試験片のうちの長さ  $l$  なる領域のみが長さ  $l + dl$  ( $dl > 0$ ) へと塑性変形し、断面積も  $dA < 0$  ( $dA < 0$ ) へと減少したと仮定しよう。くびれの発生を塑性不安定 (plastic instability) という。

局所的な塑性変形領域において断面積が減少すれば、この領域で真応力は増大し、塑性変形がさらに進む要因となる。一方、加工硬化によってこの領域をさらに塑性変形するために必要な真応力が  $\sigma_t + d\sigma_t$  ( $d\sigma_t > 0$ ) へと増加するなら、塑性変形を停止する要因となる。くびれが発生したときの引張力  $(\sigma_t + d\sigma_t)(A + dA)$  の方が、くびれが発生しないときの引張力  $\sigma_t A$  より小さければ、くびれが発生するので、この条件は

$$(\sigma_t + d\sigma_t)(A + dA) - \sigma_t A \approx Ad\sigma_t + \sigma_t dA \leq 0 \quad (10.7)$$

と書ける。一方、塑性変形時に物体の体積は保存される ( $Al$ :一定) こと、および真ひずみの定義(10.3)から

$$-\frac{dA}{A} = \frac{dl}{l} = d\varepsilon_t \quad (10.8)$$

を得る。よって、(10.7)と(10.8)から、くびれの開始の臨界条件は

$$\frac{d\sigma_t}{d\varepsilon_t} = \sigma_t \quad (10.9)$$

あるいは、この式と(10.5)、(10.6)から、

$$\frac{d\sigma_n}{d\varepsilon_n} = 0 \quad (10.10)$$

と書ける。(10.10)は図 10.1 に示したように、公称応力が最大となるところでくびれが発生することを説明している。さらに、加工硬化が大きいほどくびれが発生しにくいことも理解できる。以下では、とくに断らない限り、応力-ひずみ曲線として、真応力、真ひずみを用いて話を進める。

## 10.4 降伏応力

### 10.4.1 降伏応力の決め方

図 10.2 は、材料の降伏時に見られるさまざまな応力-ひずみ曲線の模式図である。(a)のように弾性変形と塑性変形が明瞭に識別される場合は降伏応力の決定も容易であるが、そうでない場合もある。たとえば、(b)では、いわゆる降伏点現象 (yield-point phenomenon) が現れている。この現象は鉄などの bcc 金属でよく見られ、ある応力レベルに達すると、急に多数の転位が運動して増殖されることによって生じる。上降伏点 (upper yield point) と下降伏点 (lower yield point)

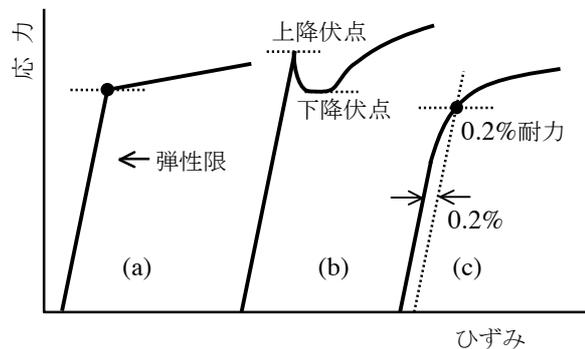


図 10.2 降伏応力の決め方

が定義できるが、下降伏点での応力を降伏応力とするのが通常である。(c)のように、降伏が徐々に起こって、弾性変形と塑性変形の境が不明瞭なときは、弾性域と塑性域の曲線を外挿した応力や、0.2%の塑性ひずみを生じるときの応力 (0.2%耐力, 0.2% proof stress) などを便宜上の降伏応力と考えることが多い。

なお、単結晶を用いた場合のような基本的な応力-ひずみ曲線では、縦軸を分解せん断応力 (4.1 節参照)、横軸をせん断ひずみとして描くこともある。この場合は、降伏応力を臨界分解せん断応力 (CRSS) と読み替えれば良い。

### 10.4.2 降伏応力を決める因子

純金属では、降伏応力はどのようにして決まっているのであろうか？ 結晶が巨視的に降伏して塑性変形を起こしたということは、多数の転位が運動を妨害する障害物を乗り越えて長距離運動したということである。もし転位の運動に障害物がなければ、わずかな応力を加えただけで降伏が起こることになる。実際、よく焼鈍された純金属は非常に柔らかいが、これは障害物があまりないことを意味する。

障害物としてまず考えられるのは、9.1 節で考えた転位のピン止め点であろう。ここで、十分焼鈍された金属結晶が  $\rho = 10^{10} \text{ m}^{-2}$  という転位密度を持ち、図 9.2 のような粗い転位網を形成していると仮定しよう。このとき、ピン止め点の間隔は  $d \approx 1/\sqrt{\rho} = 10^{-5} \text{ m}$  程度である。 $b = 2.55 \times 10^{-10} \text{ m}$ ,  $\mu = 4.6 \times 10^{10} \text{ Pa}$  (共に Cu での値) とすると、転位が長距離運動するのに必要な CRSS は(9.2)から  $\tau_{FR} = 1.2 \text{ MPa}$  と求まる。これは金属材料としては非常に小さな値であるが、実際に fcc や hcp 金属ではこの程度の降伏応力が実験的に得られている。

降伏応力を決める他の因子として、とくに bcc 金属で特徴的なパイエルズ障壁 (Peierls barrier) が挙げられる。結晶中を転位が運動する場合、転位は原子の周期的な配列に由来する周期的ポテンシャル場 (パイエルズポテンシャルという) の中を運動することになる。fcc や hcp 金属ではこのポテンシャル場はあまり大きな障害物とはならないが、bcc 金属でのらせん転位の運動に関しては異常に大きくなるのが原子の幾何学的な配列を見ただけでも予想できる (たとえば、加藤:「入門転位論」)。このパイエルズ障壁は bcc 金属の塑性変形を特徴付けている重要な因子で、後に学ぶように、bcc 金属の降伏応力の大きな温度依存性の原因ともなっている。

## 10.5 純金属単結晶の塑性変形

### 10.5.1 ステレオ投影図

単結晶の塑性変形を理解するために便利なものにステレオ投影図がある。これは世界地図の平射図法に対応するもので、結晶の面や方向を2次元平面上に投影して表す解析法であり、投影図上では方向は点として、面は円弧（特別な場合には直線）として表される。

図 10.3 は fcc や bcc など立方晶の(001)ステレオ投影図とよばれるものである。この図でたとえば(111)面は図中の点線の円弧で表される。また、ハッチで示した三角形の領域は標準三角形 (standard triangle) とよばれ、立方晶の結晶の対称性から、標準三角形の内または辺上の1点で表される方向で、結晶のすべての等価な方向が代表される。たとえば、fcc 単結晶を引張るとき、標準三角形内の1点に引張方向がある場合、シュミット因子が最も大きくなる主すべり系は、図にマークした(111)  $[\bar{1}01]$  となる。この場合、少なくとも変形初期には主すべり系のみが活動する。また、標準三角形の辺上に引張方向がある場合、複数のすべり系のシュミット因子が同じ値をとる。この場合は変形初期から複数のすべり系が活動する。

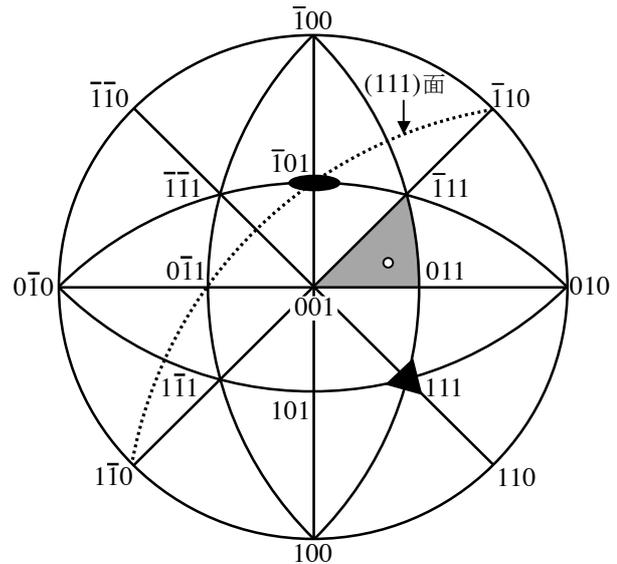


図 10.3 fcc 単結晶の(001)ステレオ投影図と標準三角形

### 10.5.2 単結晶の応力-ひずみ曲線

変形初期には主すべり系の転位の運動によって塑性変形が進行していく場合の単結晶の典型的な応力-ひずみ曲線（加工硬化曲線ともいう）は、図 10.4 に示すように3つの段階より成っている。ステージ I は降伏後の加工硬化率 (work hardening rate, 応力-ひずみ曲線の勾配)  $\theta_1$  が小さい領域で、容易すべり (easy glide) 領域ともよばれる。ステージ II は塑性変形中最も大きな加工硬化率  $\theta_{II}$  を示す領域で、直線硬化 (linear hardening) 領域ともよばれる。ステージ III は加工硬化率が減少する領域であり、放物線硬化 (parabolic hardening) 領域ともよばれる。このような応力-ひずみ曲線は fcc 金属単結晶で最もよく見られるものであるが、hcp 金属（ステージ I が極めて長くなる）や、bcc 金属（比較的高温での変形）の単結晶でも同様な形状を示すことがあるので、結晶構造によらない単結晶での本質的な曲線と考えて良い。

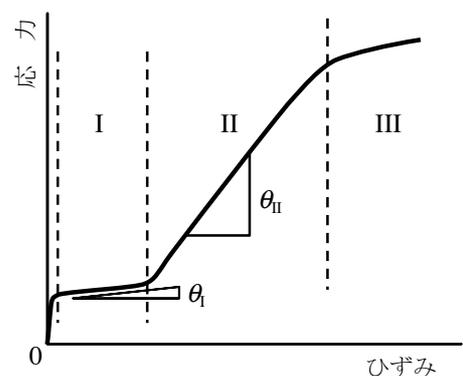


図 10.4 単結晶の典型的な応力-ひずみ曲線

ステージ I の開始は主すべり系の転位の運動によって起こる。この段階では、転位はもともと存在する林立転位以外の障害物とあまり会わずに長距離運動を起こす。そのためステージ I の加工硬化率  $\theta_1$  は小さく、 $10^{-3}\mu$  ( $\mu$ : 剛性率) 以下である。この小さな加工硬化率は平行なすべり面上での転位間の弾性的な相互作用から説明されている。距離  $d$  だけ離れた平行なすべり面上で2本の直線刃状転位を互いにすれ違わせるために必要な力  $f_{max}$  は(7.3)式や図 7.3(a)の  $f_1$  成分の最大値として与えられ、転位線の単位長さ当たり

$$f_{max} = \frac{\mu b^2}{8\pi(1-\nu)d} \quad (10.11)$$

と求めることができる。一方、塑性変形の進行とともに転位は増殖して転位密度を増すため、運動転位が乗っている平行な活動主すべり面の平均間隔は塑性ひずみ量の増大に伴って減少する。これは(10.11)の  $d$  の減少を意味するので、 $\tau b = f_{\max}$  で得られる外部応力  $\tau$  を大きくする必要があることがわかる。

さて、単結晶の引張変形では、図 10.5 に示すように試料の伸びに伴って結晶の回転が起こるため、ステージ I での引張変形量が増すと、最初は主すべり系のみで塑性変形が起こっていたとしても、主すべり系以外のすべり系（2次すべり系, secondary slip system, という）のシュミット因子が徐々に大きくなり、やがて主すべり系に加えて2次すべり系も活動するようになる。これがステージ I からステージ II への移行に対応する。hcp 金属でせん断ひずみ量が 100%以上にも達しないとステージ II が開始しないのは、(0001)底面での主すべり以外のすべり系の活動が困難なためである。

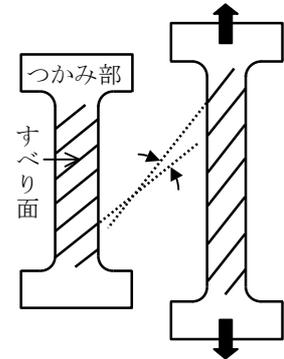


図 10.5 引張試験に伴う結晶回転

ステージ II では、異なるすべり系の転位同士の相互作用や切り合いが頻繁に起こり、ローマー・コットレル固着（問題 4.1 参照）のような転位の運動に対する障害物が次々に形成されて転位の堆積 (pile-up) が起こる（図 10.6）とともに、転位の移動度の減少と転位密度の増大をもたらす。ステージ I では結晶内にはほぼ均



図 10.6 障害物近傍での転位の堆積

一に分布していた転位は、ステージ II では転位密度の高いセル壁 (cell wall) と低いセル内に別れたセル (cell) 組織を形成して分布の不均一化が起こる。ステージ II の加工硬化率は  $\theta_{II} \sim \mu/250$  程度で、試験温度や結晶方位にあまり依存しない。

ステージ III は加工硬化率が減少する段階で、堆積した転位が障害物から逃れる動的回復 (dynamic recovery) が始まる。この回復は、主にらせん転位の交差すべり (8.4 節参照) によって起こる。すなわち、正負の 2 本のらせん転位が交差すべりによって出会うと、引力型相互作用によって互いに近づいて対消滅してしまう。そうなれば、後続転位に対する障害物が減り、加工硬化は小さくなる。したがって、ステージ III の開始は交差すべりが容易となる高温ほど、また積層欠陥エネルギーの大きな結晶ほど早い。

加工硬化は転位密度の上昇による転位同士の相互作用（互いに転位の運動を妨害しあう）によって起こることはすでに述べた。一般に単結晶、多結晶を問わず、せん断変形応力  $\tau$  と転位密度  $\rho$  の間には

$$\tau = \tau_0 + \alpha \mu b \sqrt{\rho} \quad (10.12)$$

の関係がよく成り立つ。ここで  $\tau_0$  と  $\alpha$  (0.3 から 0.6 の値) は定数である。これをベイリー・ハーシュ (Bailey-Hirsch) の関係という。単結晶のステージ II 以降では第 2 項中の  $\rho$  が大きくなるため、第 1 項の  $\tau_0$  を無視しても構わない。(10.12) の右辺の転位密度  $\rho$  を 2 次すべり系の林立転位の密度とした場合、ベイリー・ハーシュの関係はステージ I から III に至る変形応力と転位密度の関係を説明する。ステージ II 以降では結晶中の全転位密度は 2 次すべり系の林立転位密度と同程度であるため、ベイリー・ハーシュの関係を使って変形応力と結晶中の全転位密度の関係を近似的に見積もることができる。

## 10.6 純金属多結晶の塑性変形

実用材料の多くは多結晶 (polycrystal) 体である。多結晶の応力-ひずみ関係は単結晶のような 3 段階変形を示さずに、全体が放物線型になることが多い。これは多結晶は方位の異なる多くの単結晶 (結晶粒) から構成されているため、それぞれの単結晶の応力-ひずみ曲線を平均化したような曲線になるからである。

より詳細に多結晶での塑性変形を転位の運動と関連させて理解するためには、転位の運動の障害物としての結晶粒界の存在に加えて、結晶粒界を挟んで隣接する二つの結晶粒内の変位を連続にするために起こるべき付加的な変形も考えねばならない。

結晶粒界は方位の異なる結晶粒の間の境界であり、これも粒内の転位の運動に対する大きな障害物となる。したがって、結晶粒径が小さいほど多結晶の降伏応力や変形応力が高くなることは予想に難くない。実際、多結晶の降伏応力  $\sigma_Y$  と結晶粒径  $d$  の間には、ホール・ペッチの関係 (Hall-Petch relationship) とよばれる次式がよく成り立つ。

$$\sigma_Y = \sigma_0 + k_Y d^{-1/2} \quad (10.13)$$

ここで  $\sigma_0$  と  $k_Y$  は材料によって異なる定数である。ホール・ペッチの関係は経験式であるが、いくつかの理論的説明も試みられており、図 10.6 の障害物を結晶粒界としたモデルもよく引用されている。

多結晶の降伏は、まず最も変形に有利な方位を持つ結晶粒の内部でごくわずかな塑性変形が起こり始め、その後、変形応力の上昇とともに多結晶全体での塑性変形が起こるのであろう。しかし、結晶粒界を挟んで変位が連続であるためには、各結晶粒の主すべり系の働きのみでは不十分である。

ここで個々の結晶粒が任意の形に塑性変形するために必要なすべり系の数を考えてみる。5.1 節で学んだように、ひずみは対称 ( $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$ ) であり、6 個の独立な成分がある。したがって、結晶を任意の形に塑性変形させるためには 6 個の塑性ひずみ成分が任意にとれる必要がある。しかし、塑性変形は体積変化を伴わないせん断変形の組み合わせで起こるので、結晶全体の体積が変化しないという条件、すなわち (5.5) より

$$\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33} = 0, \quad (\text{体積不変条件}) \quad (10.14)$$

を満たさなくてはならない。このため、独立な塑性ひずみ成分は 5 個となる。このことから、結晶を任意の形に変形するには、少なくとも 5 個の独立なすべり系が必要であることがわかる。これをフォン・ミーゼスの条件 (von Mises' condition) という。一般にフォン・ミーゼスの条件を満たさない結晶の多結晶試料では、破断までの伸びが小さい。

fcc 金属では  $\{111\}\langle 110 \rangle$  すべり系は合計 12 個あるが、これらは 5 個の独立なすべり系を選択するのに十分な数である。この事情は bcc 金属でもあてはまる。したがって、これらの金属では多結晶になっても破断までの伸びは比較的大きい。一方、hcp 金属で (0001) 底面すべりのみに限定すれば、3 個のすべり系しかなく、このうち独立なすべり系は 2 個のみである。したがって、hcp 金属多結晶で結晶粒界での変位の連続性を保つためには、底面すべり以外の非底面すべり、双晶変形、割れ、などによる付加的な塑性変形に頼らざるを得ない。これらは底面すべりほど容易には起こらないので、一般に hcp 金属多結晶の破断までの伸びは比較的小さい。

多結晶における巨視的な降伏は個々の結晶粒での多重すべりで起こることが必要であるが、この多重すべりを起こすために必要な (平均的な) 臨界分解せん断応力  $\tau_m$  を引張変形時の多結晶の降伏応力  $\sigma_Y$  から

$$M \equiv \sigma_Y / \tau_m \quad (10.15)$$

なる式で見積もるための係数  $M$  をテイラー因子 (Taylor factor) という。いわばシュミット因子 (の平均) の逆数に対応するものがテイラー因子である。テイラー因子の値を見積もることは、それだけで 1 学問分野となるほどのテーマであるが、fcc 多結晶では  $M = 3.06$  が妥当と考えられている。bcc 多結晶では fcc に比べてすべり系の数が多いため、 $M$  の値は fcc 多結晶のものより小さいと考えられ、 $M = 2.0$  を使うこともある。一方、hcp 多結晶は底面すべりのみではテイラー因子の計算は不可能であるが、非底面すべりの効果を入れても fcc や bcc に比べて大きな値となるはずである。

## 第 5 回練習問題

**問題 5.1** bcc 金属では、積層欠陥エネルギーが大きいため、交差すべりが容易であると言われている。そして、2重交差すべりによる転位の増殖機構も頻繁に起こるとされている。この機構を説明せよ。

**問題 5.2** 10.2 節でらせん転位上のジョグは刃状転位となって動けないため障害物として働くと述べた。

(a) 図 9.5 のジョグ部 (刃状転位) が運動できないとき、切り合い後の **B** 転位のこの後の運動の結果、**B** 転位に刃状転位の双極子が生じることを説明せよ。

(b) 図 9.5 と同様な絵を **A** 転位 (バーガースベクトル  $\mathbf{b}$ ) が刃状転位の場合について描き、**A** 刃状転位上に生じるキンクやジョグは **A** 転位の運動に対して大きな抵抗とはならないことを理解せよ。

**問題 5.3** fcc 金属単結晶において、標準ステレオ三角形の  $001-\bar{1}11$  辺の上に引張方向があるとき、2つのすべり系が同じシュミット因子の値を持ち、等価に働く。この2つのすべり系を示せ。