

第7章 転位に働く力

7.1 ピーチ・ケーラーの式

図7.1のようにすべり面上で左から右に動こうとしている転位を考える．外部せん断応力 τ の作用下でこの転位の長さ l の部分が x だけ動いてすべり面の面積 lx を掃けば，この部分のすべり面の上部の結晶が下部の結晶に比べて相対的に b だけのせん断を起こしたことになる（ $b \equiv |\mathbf{b}|$ ）．この変形に寄与した力は（応力） $\times$ （面積） $=\tau lx$ なので，この力のした仕事は $W = (\text{力}) \times (\text{変位}) = \tau lx \times b$ であるが，これを $W = \tau bl \times x$ と見ると，長さ l の転位に τbl だけの力が働き，それが x だけ動いたときに外力がした仕事が W であると考えることができ

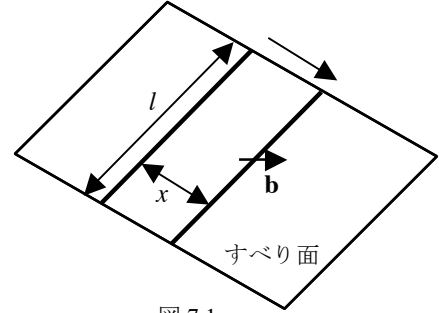


図7.1

よう．したがって，転位には単位長さあたり τb の力が働いていると理解できる．もちろん，転位とは実体のあるものではないので，力などが働くはずはないが，転位をあたかも実体のあるものとみなすと，「転位に働く力」を考えることができて便利なのである．

以上は応力や力をスカラー的に考えた簡便理解である．本来は，バーガースベクトルや力はベクトル量であり，応力はテンソル量なので，より厳密な議論が必要である．導出は文献(1)を参考にさせていただくことにして，ここでは結果のみ示そう．

(x_1, x_2, x_3) 直交座標系で，バーガースベクトルが $\mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3]$ ，転位線方向が $\mathbf{t} = [t_1, t_2, t_3]$ の転位を考える．作用応力が σ_{ij} のとき，ベクトル $\mathbf{A} = [A_1, A_2, A_3]$ を次のように定義する．

$$A_j \equiv \sum_{i=1}^3 \sigma_{ij} b_i \quad (7.1a)$$

すなわち，

$$\begin{aligned} A_1 &\equiv \sigma_{11}b_1 + \sigma_{21}b_2 + \sigma_{31}b_3 \\ A_2 &\equiv \sigma_{12}b_1 + \sigma_{22}b_2 + \sigma_{32}b_3 \\ A_3 &\equiv \sigma_{13}b_1 + \sigma_{23}b_2 + \sigma_{33}b_3 \end{aligned} \quad (7.1b)$$

このとき，単位長さの転位に働く力 $\mathbf{f} = [f_1, f_2, f_3]$ は以下の式で表される．

$$\mathbf{f} = \mathbf{A} \times \mathbf{t} \quad (7.2a)$$

ここで， $\mathbf{A} \times \mathbf{t}$ はベクトル $\mathbf{A}$ と $\mathbf{t}$ の外積を表す．すなわち，

$$\begin{aligned} f_1 &= A_2 t_3 - A_3 t_2 \\ f_2 &= A_3 t_1 - A_1 t_3 \\ f_3 &= A_1 t_2 - A_2 t_1 \end{aligned} \quad (7.2b)$$

である．(7.2a)，(7.2b)をピーチ・ケーラー (Peach-Koehler) の式という．(7.2a)より，転位に働く力は必ず転位線に垂直な方向に作用している（すなわち，必ず $\mathbf{f} \perp \mathbf{t}$ ）という重要な事実を知る．

ピーチ・ケーラーの式中の応力 σ_{ij} は，必ずしも外部応力である必要はなく，何らかの内部応力であっても構わない．たとえば，原子空孔などの点欠陥はその周囲にせん断応力場を作ることが知られているが，近くにある転位は点欠陥からピーチ・ケーラーの式に従った力を受ける．

7.2 転位同士に働く力

ピーチ・ケーラーの式を用いて転位同士に働く力を求めることができる．ここでは代表例として互いに平行な2本の刃状転位同士を考えてみる．図7.2のように x_3 軸に平行な2本の直線刃状転位 I, II（ $\mathbf{b}_I = [b_I, 0, 0]$ ， $\mathbf{b}_{II} = [b_{II}, 0, 0]$ で共に $\mathbf{t} = [0, 0, 1]$ ）が d だけ離れたすべり面上で，各々 $(0, 0)$ と (x, d)

の位置に存在するとき、単位長さの転位 II が転位 I から受ける力を求めよう．ピーチ・ケラーの式 (7.2b) より、転位 II に働く力は $\mathbf{f}=[\sigma_{12}b_{II}, -\sigma_{11}b_{II}, 0]$ と書ける．ここで、応力 σ_{12} , σ_{11} には転位 II の位置での転位 I の応力場を用いる．刃状転位の周りの応力場について (7.3) を用いると、

$$\mathbf{f}=[f_1, f_2, f_3]=\left[\frac{Dx(x^2-d^2)}{(x^2+d^2)^2}, \frac{Dd(3x^2+d^2)}{(x^2+d^2)^2}, 0\right] \quad (7.3)$$

となる．ただし、 $D \equiv \mu b_1 b_{II} / \{2\pi(1-\nu)\}$ と置いた．

図 7.2 の 2 本の刃状転位のすべり面は x_2 軸に垂直な面であり、すべり方向は x_1 方向である．そこで、すべり面間隔 d は固定されているものとして、(7.3) のうち刃状転位のすべり運動に関与する f_1 成分を考えよう．2 本の刃状転位が同符号の場合の転位 II に働く力の f_1 成分を示したものが図 7.3 (a) である． $f_1 > 0$ のときは力は x_1 の正方向に、 $f_1 < 0$ のときは x_1 の負方向に働く．この図を見ると、 $x=0$ のとき 2 本の転位は安定位置になることがわかる．すなわち、同符号の刃状転位では、それらは互いに上下に配列しようとする (図 7.3 の (b))．もし 2 本の刃状転位が異符号の場合は、図 7.3 (a) の曲線は上下が反対になる．その結果、安定位置は

$x=\pm d$ で達成される (図 7.3 の (c))．したがって、2 本の異符号の刃状転位は互いに 45° の角度をなして安定配置しようとする．このような安定配置の正負 2 本の転位対を転位双極子 (dislocation dipole) という．

同様な計算を 2 本の平行ならせん転位に対して行くと、安定位置が存在せず、単純に転位間隔に反比例する力のみが働くことがわかる．この力は 2 本のらせん転位が同符号の場合は斥力、異符号の場合は引力となる．

ここで学んだような転位に働く力および転位同士に働く力は、後に学ぶように変形やその後の焼鈍によって形成される転位組織を理解するために大きな役割を果たす．さらに、転位は溶質原子や析出物、第 2 相とも相互作用を持つ．これらについては、必要なときに紹介することにしよう．

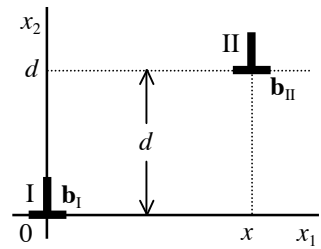


図 7.2 x_3 軸に平行な 2 本の刃状転位

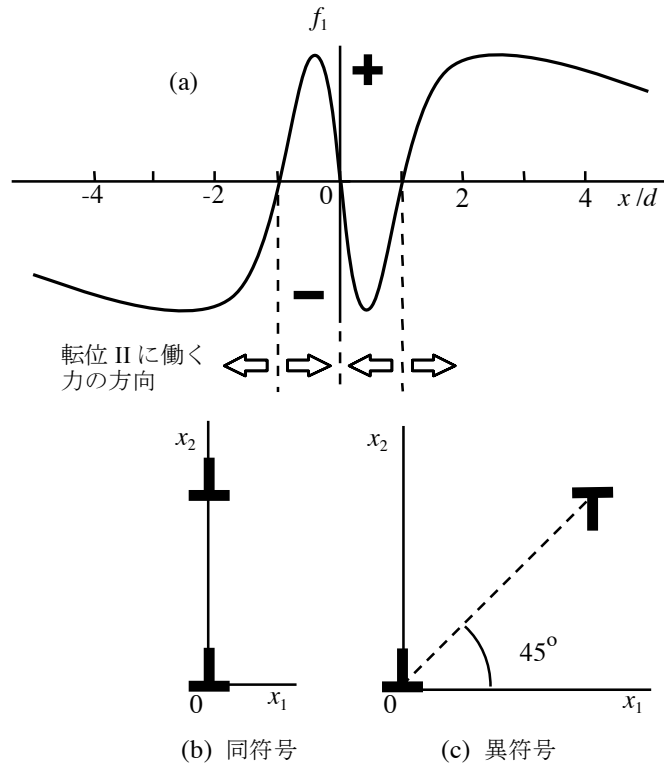


図 7.3 平行な 2 本の刃状転位間に働く力と安定配置