

# 第8回

## ファイバの伝送特性 (分散による伝送限界)

## 講義スケジュール(1)

植之原	日付	教科書	内容
第1回	11/30	OCW-i掲載資料(第1回)の精読と理解	光通信システム(基礎・長距離基幹系)
第2回	12/ 4	OCW-i掲載資料(第2回)の精読と理解	光通信システム (メトロ・アクセス・LAN・インターコネクション)
第3回	12/ 7	OCW-i掲載資料(第3回)の精読・PN符号の説明	光変調符号
第4回	12/11	OCW-i掲載資料(第4回)の精読・信号の数式・スペクトル表現	光変復調技術(強度変調・位相変調)
第5回	12/14	OCW-i掲載資料(第5回)の精読・機能ブロックの理解	光変復調技術 (デジタル・コヒーレント関連技術)
第6回	12/18	OCW-i掲載資料(第6回)の精読・波動方程式の解法	光ファイバのモード特性(波動方程式)
第7回	12/21	OCW-i掲載資料(第7回)の精読・モードおよび偏波状態の理解	光ファイバのモード特性(偏波)
第8回	12/ 25	OCW-i掲載資料(第8回)の精読・分散と帯域の関係式	ファイバの伝送特性(分散による伝送限界)

## 講義スケジュール(2)

小山	日付	教科書	内容
第9回	1/11	OCW-i掲載資料(第9回)の精読・分散補償の概念の理解	ファイバの伝送特性(分散補償技術)
第10回	1/15	OCW-i掲載資料(第10回)の精読・動作原理の説明	光増幅器
第11回	1/18	OCW-i掲載資料(第11回)の精読・ビット誤り率の計算	ビット誤り率(強度変調・直接検波)
第12回	1/22	OCW-i掲載資料(第12回)の精読・ビット誤り率の相対比較	ビット誤り率 (コヒーレント、多値変調、光増幅)
第13回	1/25	OCW-i掲載資料(第13回)の精読・WDMの性能的課題	波長多重(WDM)伝送 (分散マネジメント技術)
第14回	1/29	OCW-i掲載資料(第14回)の精読・WDMの変調方式による性能差の理解	波長多重(WDM)伝送(変調技術)
第15回	2/1	OCW-i掲載資料(第15回)の精読・理解	光スイッチング技術・ 最新の光通信関連技術

# 波長分散による影響

## 波形広がりによる信号品質劣化



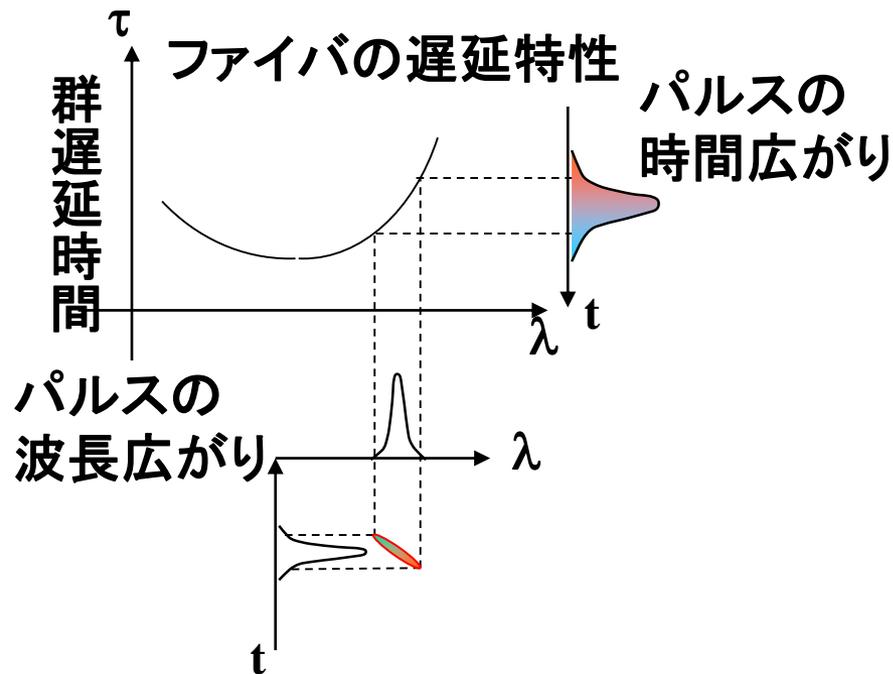
※波長分散:  
光ファイバの屈折率波長依存性  
による光の到達時間(群遅延)差

パルス広がりによる信号劣化 → 波長分散を抑えることが望ましい

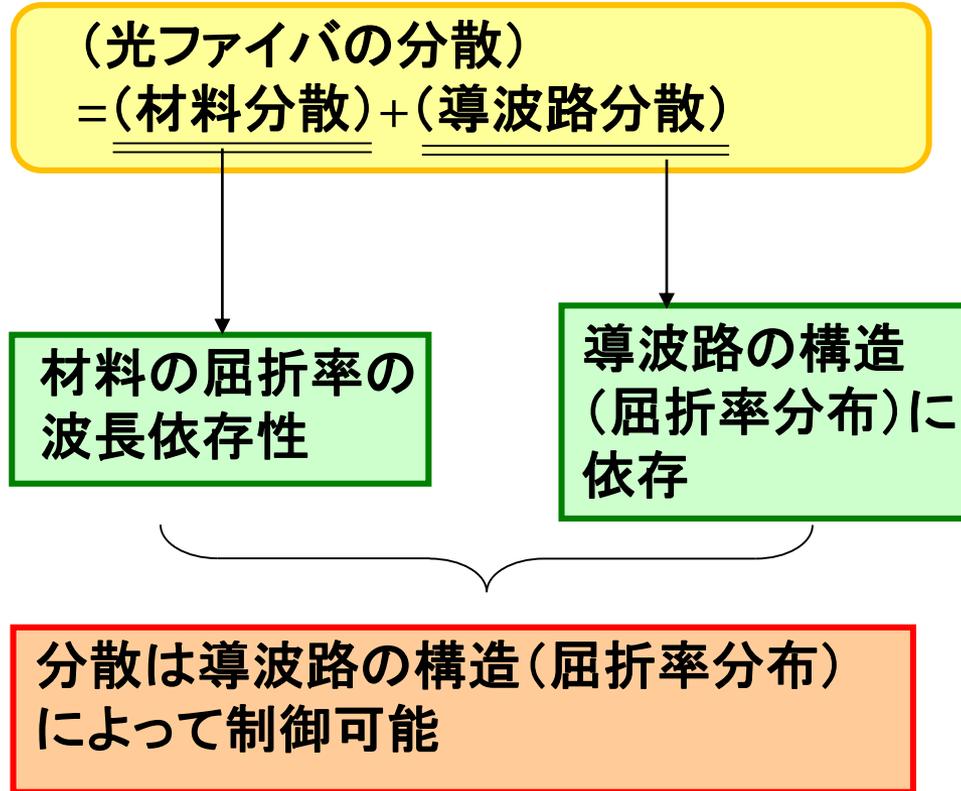
### LD光スペクトル広がり原因

- ① LD自身の持つ波長広がり
- ② 変調によるサイドバンドの発生
- ③ 変調によるチャープングの影響で波長が変動

### パルスの時間広がり原因

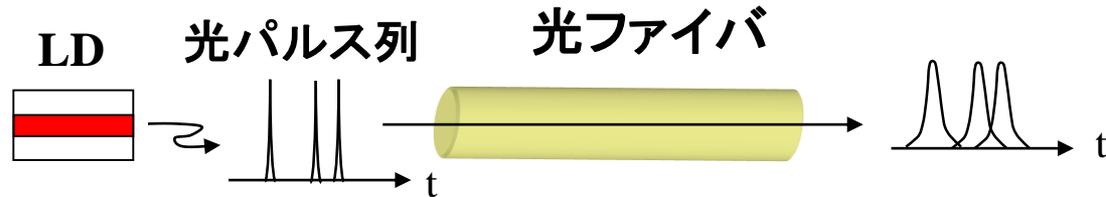


# 光ファイバの波長分散



『光通信工学(1)』  
羽鳥 光俊、青山 友紀 監修  
(コロナ社)より

## 光ファイバ中の信号伝搬(1)



### 入射光波形

$$E(x, y, 0; t) = A(x, y, 0; t)e^{j\omega_0 t} \quad (8.1) \quad (\text{以下 } x, y \text{ 座標は省略})$$

フーリエ変換スペクトルは、

$$E_F(0; \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(0; t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} A(0; t)e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt = A_F(0; \omega - \omega_0) \quad (8.2)$$

距離  $z$  伝搬した時、位相変化  $\exp[-j\beta z]$  ( $\beta$  は伝搬定数) が加わるので (振幅の減衰は無視)、出射端でのフーリエスペクトルは、

$$A_F(z; \omega) = A_F(0; \omega - \omega_0) \exp[-j\beta z] \quad (8.3)$$

## 光ファイバ中の信号伝搬(2)

距離 $z$ 伝搬した時間波形は $A_F(z; \omega)$ の逆フーリエ変換なので、

$$E(z; t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(z; \omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(0; \omega - \omega_0) \exp[-j\beta z] e^{j\omega t} d\omega \quad (8.4)$$

$\omega - \omega_0 = u$ と変数変換して

$$E(z; t) = \frac{1}{2\pi} e^{j\omega_0 t} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(0; u) \exp[j(ut - \beta(u)z)] du \quad (8.5)$$

$\beta$ を $\omega_0$ 近傍でテーラ一級数展開した式

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (8.6)$$

を $E(z; t)$ の式に代入

$$\frac{1}{v_g} = \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega_0} \quad (v_g: \text{群速度})$$

$$\beta'' = \left. \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} \quad (\text{分散に 関係})$$

$$E(z; t) = \frac{1}{2\pi} e^{j[\omega_0 t - \beta(\omega_0)z]} \int_{-\infty}^{\infty} A_F(0; u) \exp\left[ ju\left(t - \frac{z}{v_g}\right) - j\frac{\beta''}{2} zu^2 \right] du \quad (8.7)$$

## 光ファイバ中の信号伝搬(3)

$\beta''=0$ (分散が零)としたとき、

$$E(z;t) = A(0;t - \frac{z}{v_g})e^{j[\omega_0 t - \beta(\omega_0)z]} \quad \Rightarrow \quad t - \frac{z}{v_g} \text{ における } z=0 \text{ の波形と同じ} \quad (8.8)$$

$$\tau \equiv \frac{z}{v_g} = z \frac{d\beta}{d\omega} \quad \text{: 群遅延} \quad (8.9)$$

入力光をガウス型波形と仮定:  $A(0;t) = A_0 \exp[-(\frac{t}{\tau_0})^2]$  (8.10)

フーリエ変換:  $A_F(0;\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(0;t)e^{-j\omega t} dt = A_0 \sqrt{\pi} \tau_0 \exp[-\frac{\tau_0^2 \omega^2}{4}]$  (8.11)

ただし、 $\exp[-\alpha t^2]$  のフーリエ変換が  $\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \exp[-\frac{\omega^2}{4\alpha}]$  となる(ガウス関数の

フーリエ変換はガウス関数)ことを利用した。

(8.10)の強度  $|A(0;t)|^2$  の半値全幅 $T_0$ は

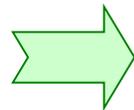
$$\left( \exp\left[-\left(\frac{t}{\tau_0}\right)^2\right] \right)^2 = \frac{1}{2} \quad \text{より} \quad T_0 = \tau_0 \sqrt{2 \ln 2} \quad (8.12)$$

(8.11)の強度  $|A_F(0;\omega)|^2$  の半値全幅 $\Delta\omega$ は

$$\left( \exp\left[-\frac{\tau_0^2 \omega^2}{4}\right] \right)^2 = \frac{1}{2} \quad \text{より}$$

$$\Delta\omega = \frac{2\sqrt{2 \ln 2}}{\tau_0} \quad (8.13)$$

$$T_0 \Delta\omega = \frac{4 \ln 2}{2\pi} \approx 0.441 \quad (8.14)$$



チャージングを起こしていないパルスについて成立(Transform-limited pulse)

次に $\beta'' \neq 0$  (分散が零でない)としたときを考える。

(8.11)を(8.7)に代入

$$E(z;t) = A_0 \frac{\tau_0}{\sqrt{\tau_0^2 + j2\beta''z}} \exp\left[-\frac{(t - \frac{z}{v_g})^2}{\tau_0^2 + j2\beta''z}\right] e^{j[\omega_0 t - \beta(\omega_0)z]} \quad (8.15)$$

$$A(z;t - \frac{z}{v_g})$$

$A(z;t) = |A(z;t)| e^{j\Phi(z;t)}$  としたときの波形と位相について考える。

**波形**

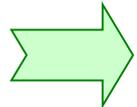
$$|A(z;t)| = A_0 \frac{\tau_0}{\left[\tau_0^4 + (2\beta''z)^2\right]^{\frac{1}{4}}} \exp\left[-\frac{t^2}{\tau_0^2 + \frac{(2\beta''z)^2}{\tau_0^2}}\right] \quad (8.16)$$

**位相**

$$\Phi(z;t) = \frac{2\beta''z}{\tau_0^4 + (2\beta''z)^2} t^2 - \frac{1}{2} \tan^{-1}\left[\frac{2\beta''z}{\tau_0^2}\right] \quad (8.17)$$

(8.16)の波形の振幅が1/2になる半値全幅 $T_{FWHM}$ は

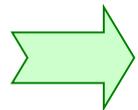
$$T_{FWHM} = T_0 \sqrt{1 + (4(\ln 2) \frac{\beta'' z}{T_0^2})^2} \quad (T_0 = \tau_0 \sqrt{2 \ln 2}) \quad (8.18)$$



Transform-limited pulseでも伝送するに従い広がる。

(8.16)を(8.15)に代入し位相項の時間微分をとると、瞬時角周波数 $\omega(t)$ は

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{4\beta'' z}{\tau_0^4 + (2\beta'' z)^2} t \quad (8.19)$$



パルス波形中の瞬時角周波数が変化：チャープング

# ファイバの分散による波形歪の影響

入射波形

負分散による波形歪

正分散による波形歪

$$\beta'' > 0 (\sigma_T < 0)$$

$$\beta'' < 0 (\sigma_T > 0)$$

→ 時間

→ 時間

→ 時間

$\sigma_T$ : 後に出てくる光ファイバの波長分散

## 光ファイバ中の信号伝搬(7)

入射パルスが初めからチャープしている場合:  $A(0;t) = A_1 \exp\left[-\left(1 + jC_p\right) \frac{t^2}{\tau_0^2}\right]$

位相の時間変化 (8.20)

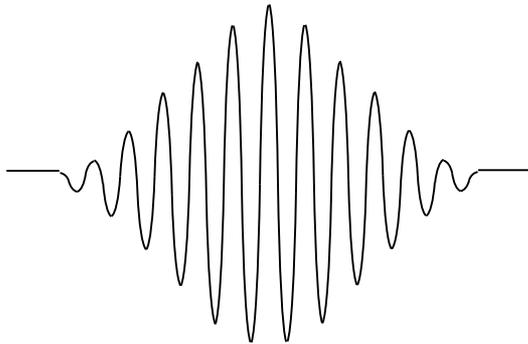
$$E(0;t) = A(0;t)e^{j\omega_0 t} = A_1 \underbrace{\exp\left[-\frac{t^2}{\tau_0^2}\right]}_{\text{ガウス関数の強度}} \underbrace{\exp\left[j\left(\omega_0 t - C_p \frac{t^2}{\tau_0^2}\right)\right]}_{\text{ガウス関数の位相変化}}$$

ガウス関数の強度

ガウス関数の位相変化

$$C_p = 0$$

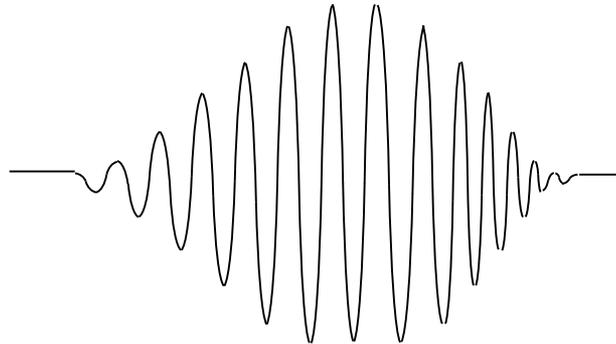
チャープ無し



→ 時間

$$C_p < 0 \text{ (位相進み)}$$

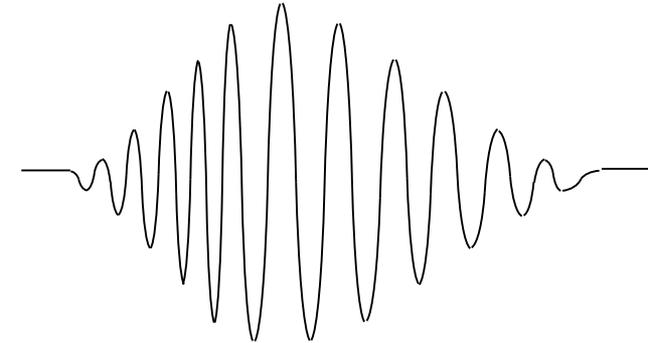
ブルーチャープに相当  
(長波長 → 短波長シフト)



→ 時間

$$C_p > 0 \text{ (位相遅れ)}$$

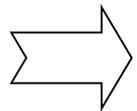
レッドチャープに相当  
(短波長 → 長波長シフト)



→ 時間

距離  $z$  伝搬された後の半値全幅  $T_{FWHM}$  は

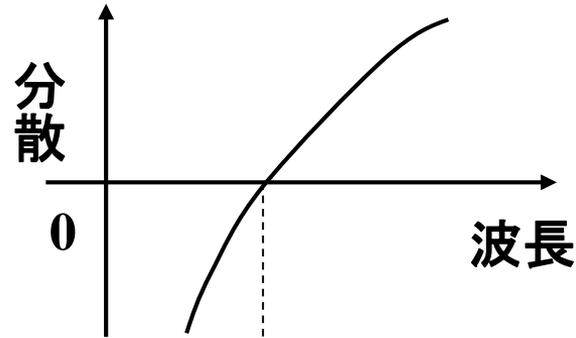
$$T_{FWHM} = T_0 \sqrt{\left(1 - 4(\ln 2) \frac{\beta'' C_p z}{T_0^2}\right)^2 + \left(4(\ln 2) \frac{\beta'' z}{T_0^2}\right)^2} \quad (8.21)$$



チャープの符号と大きさによりパルス幅の拡がり方が異なる。

$$\begin{cases} \beta'' C_p > 0 & : T_{FWHM} \text{ は一旦減少し、極小値を経て拡大} \\ \beta'' C_p < 0 & : T_{FWHM} \text{ は単調増加} \end{cases}$$

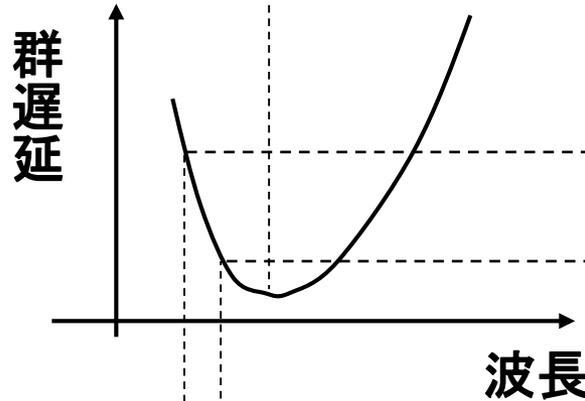
# 波形拡がりとチャージングとの関係の解釈 (Transform-limited pulseの場合(1))



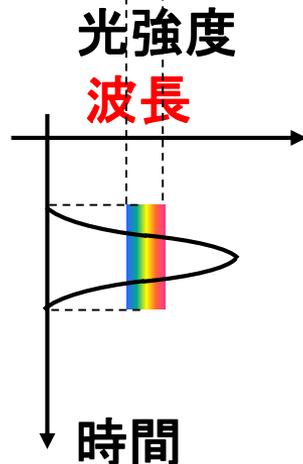
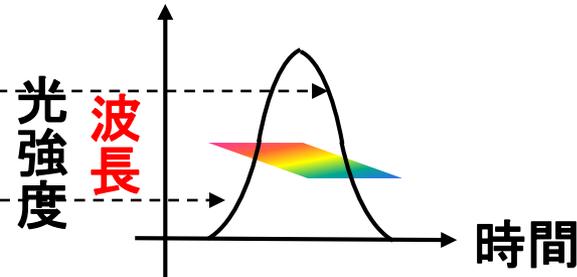
$$\beta'' > 0, C_p = 0$$

(後に示すように  $\beta'' = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \sigma_T$  のため

符号関係が全分散  $\sigma_T$  と逆になる)

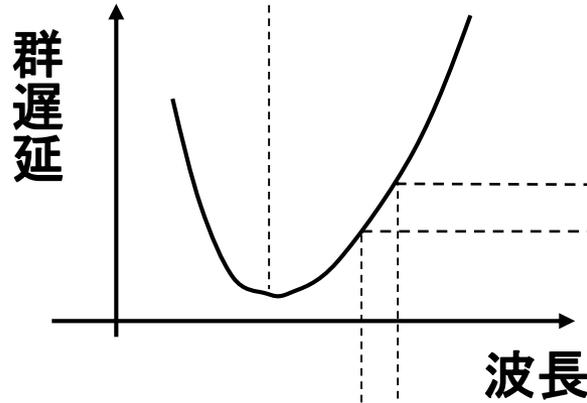
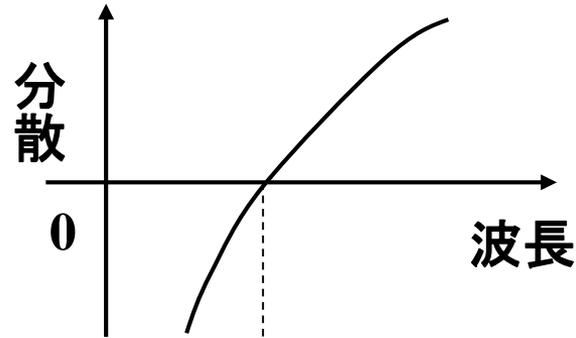


正常分散領域

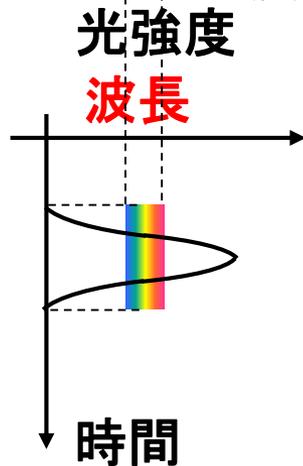
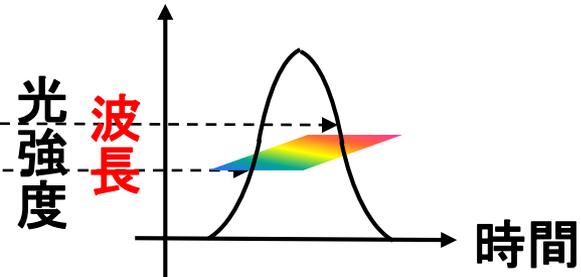


# 波形拡がりとチャープとの関係の解釈 (Transform-limited pulseの場合(2))

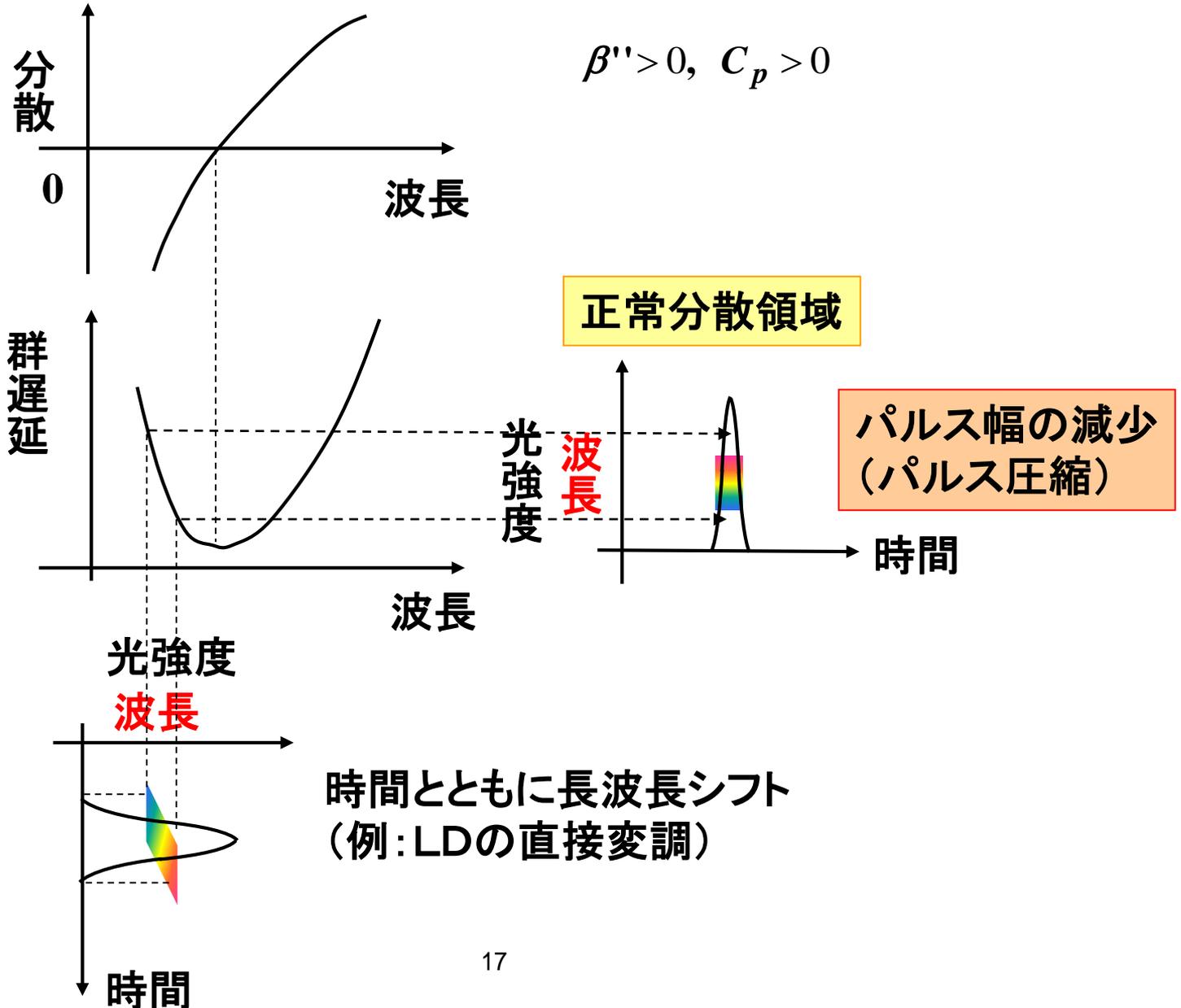
$$\beta'' < 0, C_p = 0$$



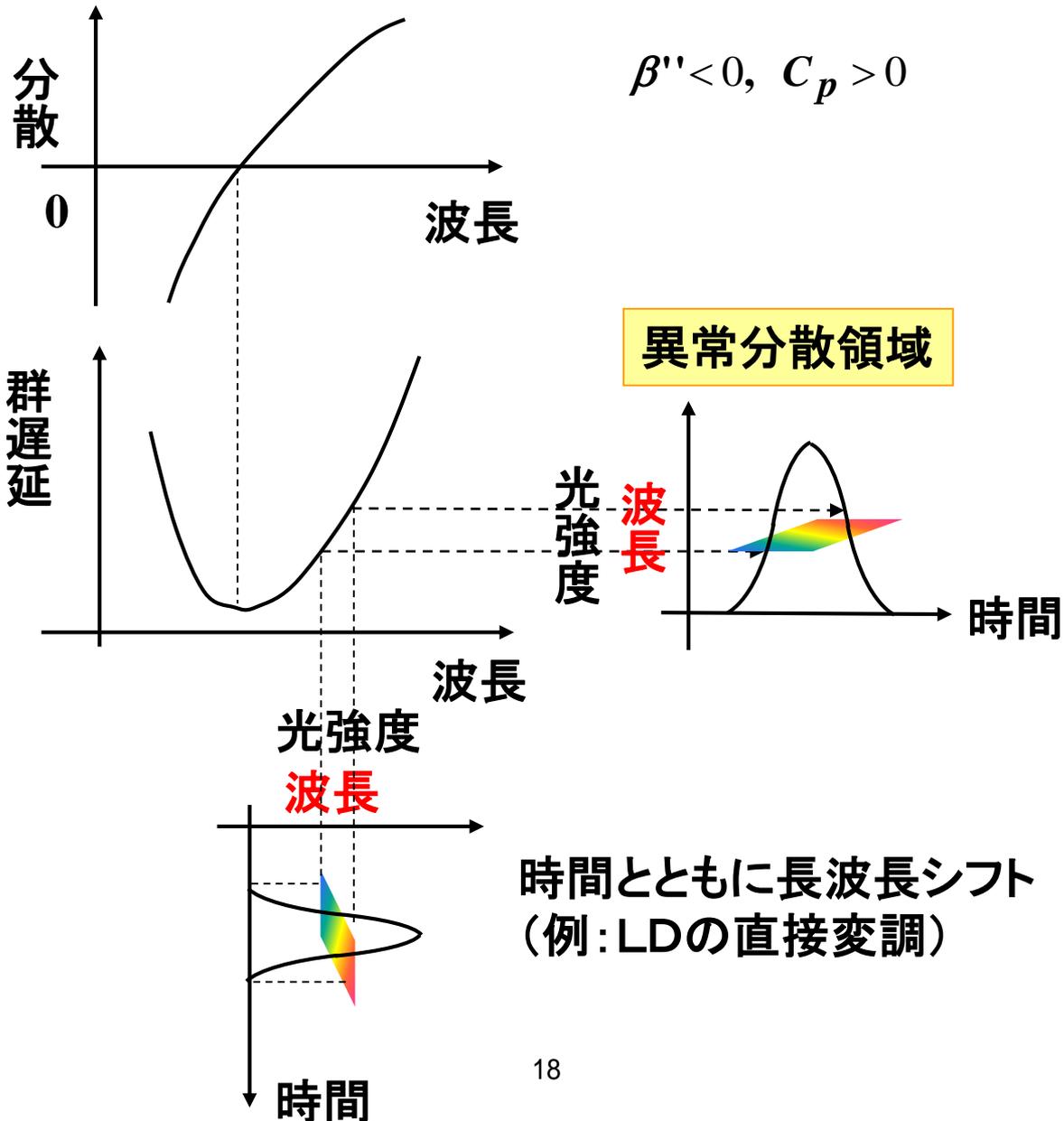
異常分散領域



# 波形拡がりやチャープの関係の解釈 (チャープのあるパルスの場合(1))



# 波形拡がりやチャープの関係の解釈 (チャープのあるパルスの場合(2))

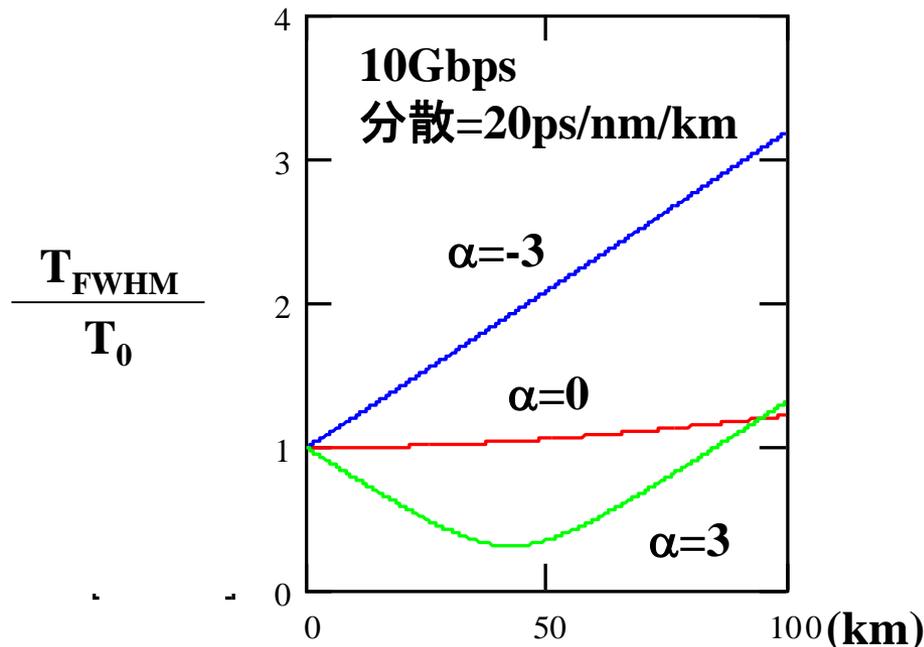


(参考)

K. no and K. Aida, J. Lightwave Technol., vol.6, No.11, pp.1678-1685 (1988).

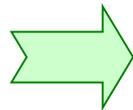
$$\Delta t^2 = \left( \Delta t_i - \alpha \cdot \frac{2 \ln 2}{\pi} \cdot \frac{1}{\Delta t_i} \cdot \frac{\lambda^2}{c} \cdot m \cdot L \right)^2 + \left( \frac{2 \ln 2}{\pi} \cdot \frac{1}{\Delta t_i} \cdot \frac{\lambda^2}{c} \cdot m \cdot L \right)^2$$

( $\Delta t_i$ :初期状態のパルス幅、 $\alpha$ :  $\alpha$ パラメータ、 $m$ :分散(ps/nm/km単位)、 $L$ :伝送距離)



(8.18)において  $4 \ln 2 \frac{\beta''z}{T_0^2} \gg 1$  のとき、

$$T_{FWHM} \approx \frac{4(\ln 2)\beta''z}{T_0} = \beta''z\Delta\omega = 2\pi\beta''z\Delta\nu \quad (8.22)$$

  $T_{FWHM} = \delta\tau$ ,  $z = L$ ,  $2\pi\Delta\nu = \Delta\omega$  において、

$$\delta\tau = L \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \left( \omega \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right)_{\omega=\omega_0} = -\frac{L}{c} \frac{\delta\lambda}{\lambda_0} \left( k \frac{d^2\beta}{dk^2} \right)_{\lambda=\lambda_0} \quad (8.23)$$

(波長分散の計算の時に使用する式)

## 単一モード光ファイバの伝送帯域(分散制限)(1)

(8.11)(ガウス型パルスの伝送前のフーリエ変換)と(8.15)のフーリエ変換(ガウス型パルスの伝送後のフーリエ変換)を比較して、変調信号の伝達関数を求める。

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{\tau_0} \sqrt{\tau_0^2 + \frac{(2\beta''z)^2}{\tau_0^2}} \exp \left[ -2 \left( \frac{2\beta''z}{\tau_0} \right)^2 \omega^2 \right] \quad (8.24)$$

(8.22)を代入

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{\tau_0} \sqrt{\tau_0^2 + \frac{(2\beta''z)^2}{\tau_0^2}} \exp \left[ -\frac{\delta\tau^2}{\ln 2} \omega^2 \right] \quad (8.25)$$

(8.25)の伝達関数の値が $\omega=0$ の1/2(-3dB)になる周波数 $\Delta\nu$ (3dB帯域B)は、

$$B = \Delta\nu = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{\ln 2}{2\pi|\delta\tau|} \quad (8.26)$$

## 単一モード光ファイバの伝送帯域(分散制限)(2)

(8.26)をレーザの周波数幅 $\Delta f_0$ と変調周波数帯域 $B$ の相対関係に対して場合分けして考える。

(1) 光源の周波数幅が変調周波数帯域より狭い場合 ( $\Delta f_0 \ll B$ :DFB-LD)

(8.26)の $\delta\tau$ は(8.22)の $T_{FWHM}$ に等しいので、  
(8.22)を(8.26)に代入して、

$$B\sqrt{L} = \frac{\sqrt{\ln 2}}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{|\beta''|}} \quad (8.27)$$

(8.21)、(8.19)より $\beta''$ を求めると、

$$\beta'' = \frac{1}{2\pi L} \frac{\delta\tau}{\Delta\nu} = \frac{1}{2\pi L} \delta\tau \left( -\frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda} \right) = \frac{1}{2\pi L} L\Delta\lambda\sigma_T \left( -\frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda} \right) = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \sigma_T \quad (8.28)$$

(8.28)を(8.27)に代入して、

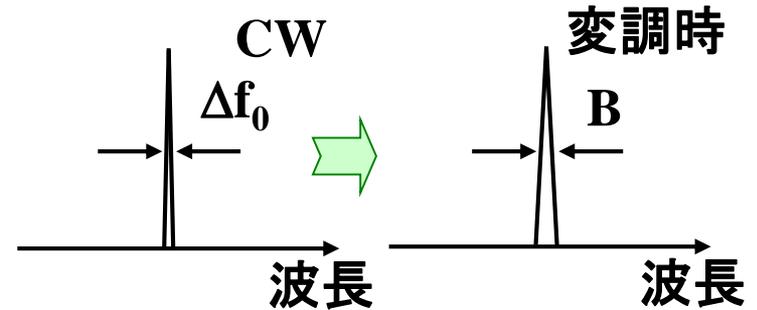
$$B\sqrt{L} = \sqrt{\frac{\ln 2}{2\pi}} \frac{\sqrt{c}}{\lambda\sqrt{|\sigma_T|}} = \frac{181.9}{\lambda\sqrt{|\sigma_T|}} [\text{GHz}\cdot\sqrt{\text{km}}]$$

(8.29)

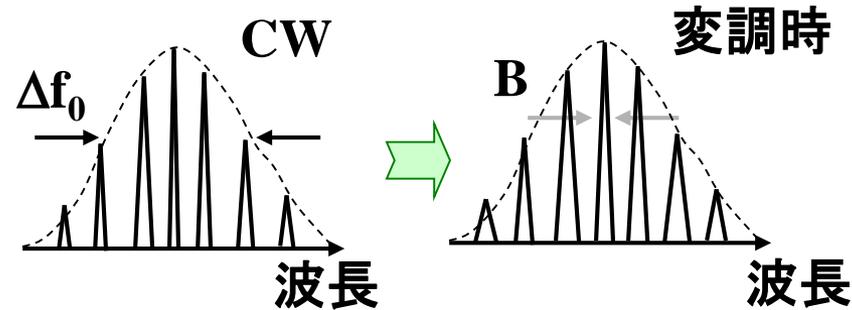
$\lambda$  [ $\mu\text{m}$ ],

$\sigma_T$  [ps/nm/km]単位

➡ 距離の平方根に帯域が制限される



(2) 光源の周波数幅が変調周波数帯域より広い場合 ( $\Delta f_0 > B$ : FP-LD)

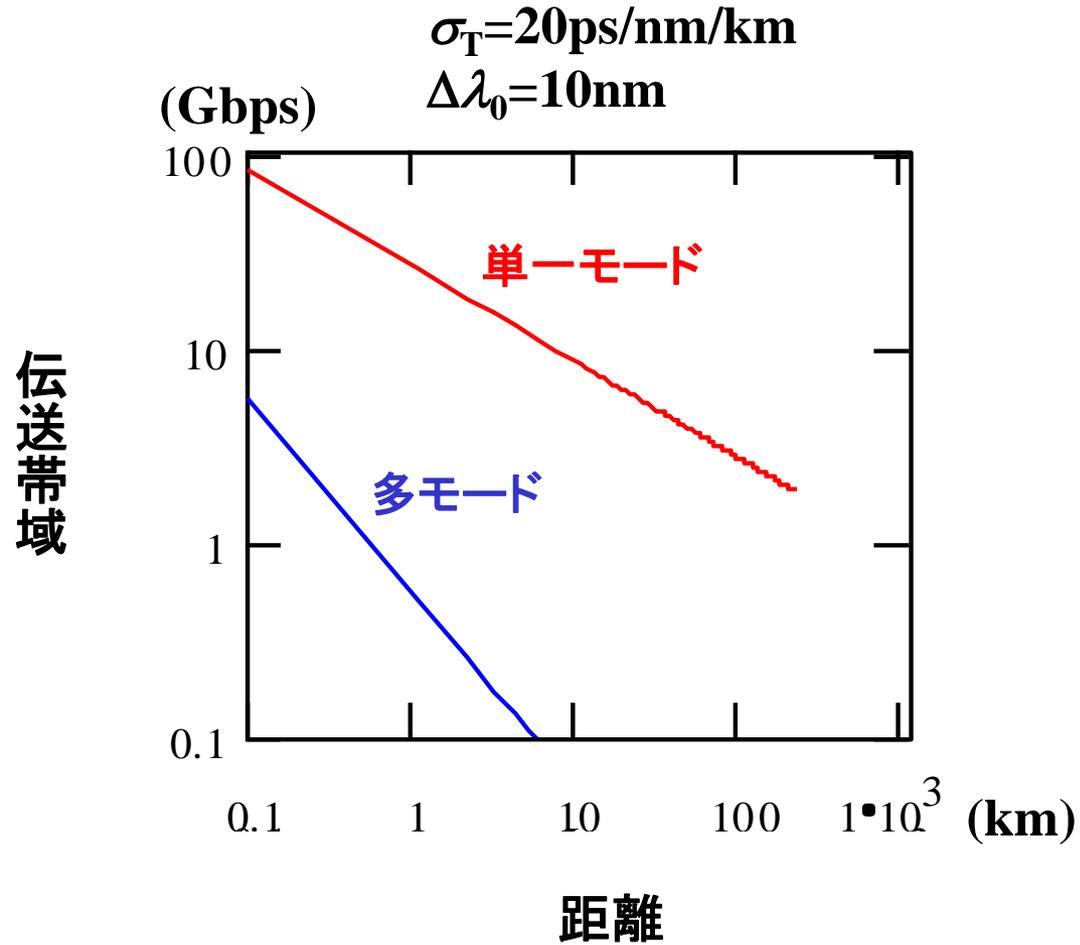


(8.28)の $\delta\lambda$ は光源のスペクトル幅 $\Delta\lambda_0$ となるので、

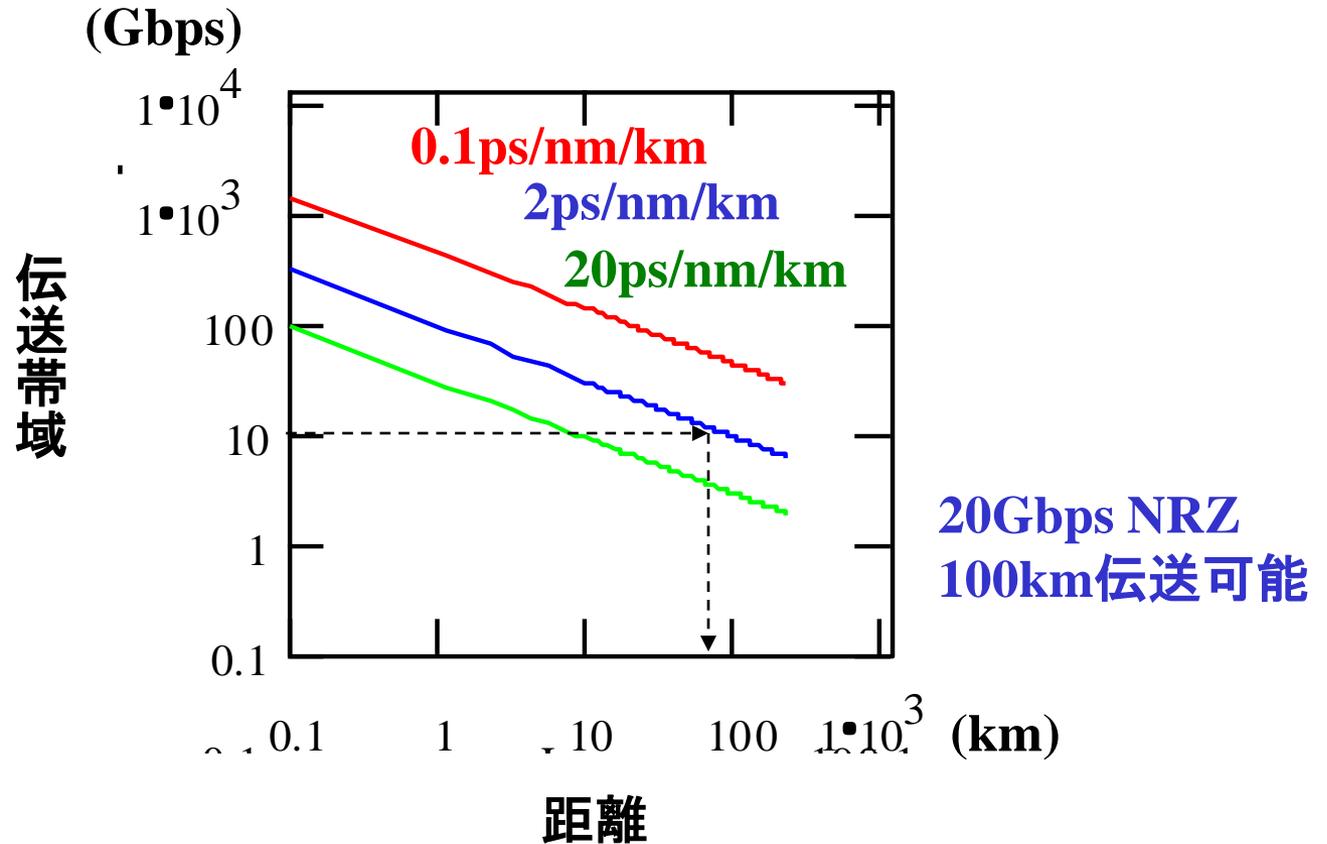
$$BL = \frac{\ln 2}{2\pi\Delta\lambda_0|\sigma_T|} = \frac{110.3}{\Delta\lambda_0|\sigma_T|} \quad [\text{GHz}\cdot\text{km}] \quad (8.30)$$

$\Delta\lambda_0$  [nm],  
 $\sigma_T$  [ps/nm/km]単位

# 単一モードと多モード(LD縦モード)の伝送特性比較



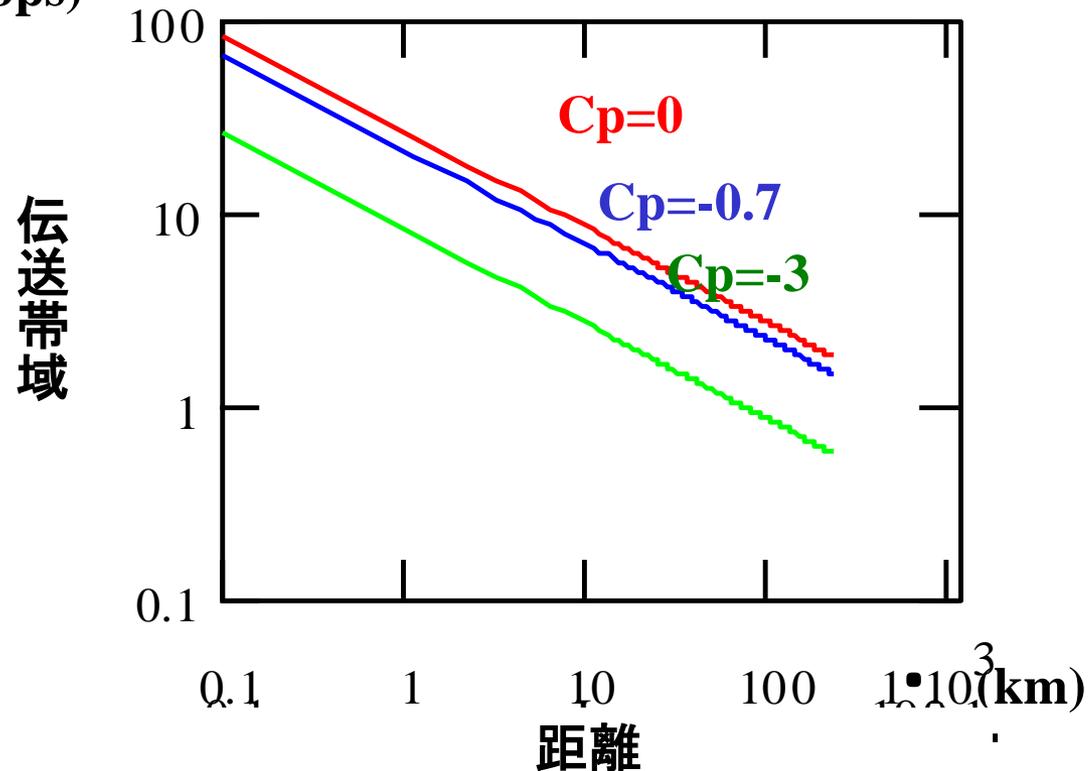
## ファイバの分散依存性の解析結果



# チャープによる帯域制限

## 信号のチャープ量依存性の解析結果

式(8.21)よりパルス幅はほぼチャープなしの場合の  $\sqrt{1+C_p^2}$  倍  
(帯域は  $\sqrt{1+C_p^2}$  分の1)  
(Gbps)



# チャープによるパルス拡がりの解析例 (直接変調)

DFB

チャープ量: 20GHz(レッドシフト)

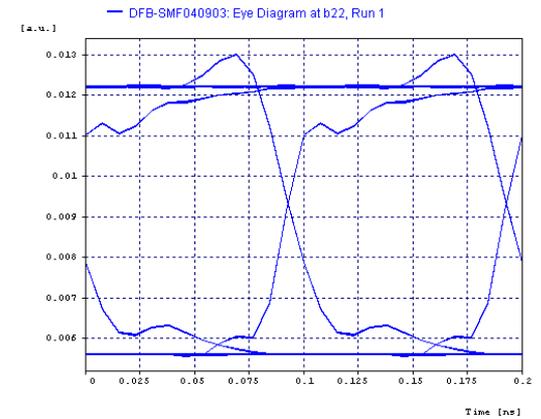
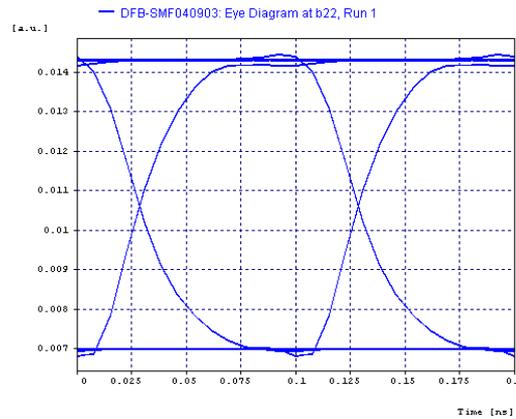
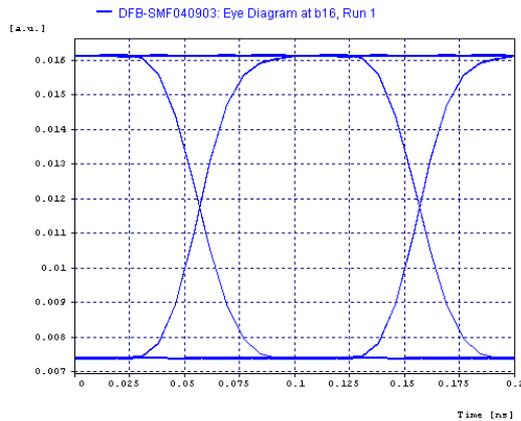
SMF(分散16ps/nm/km @ 1550nm)

PD

10Gbps  
Back-to-Back

2km

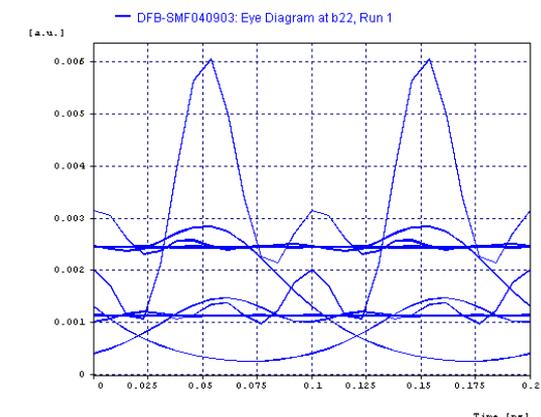
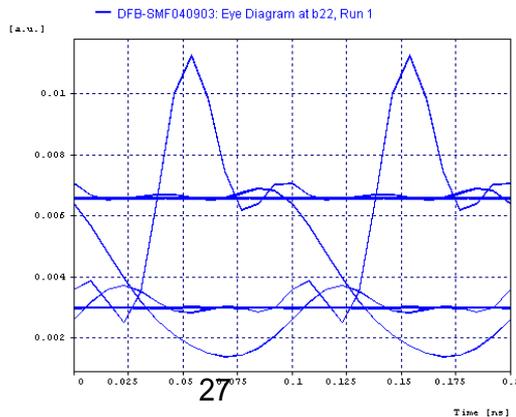
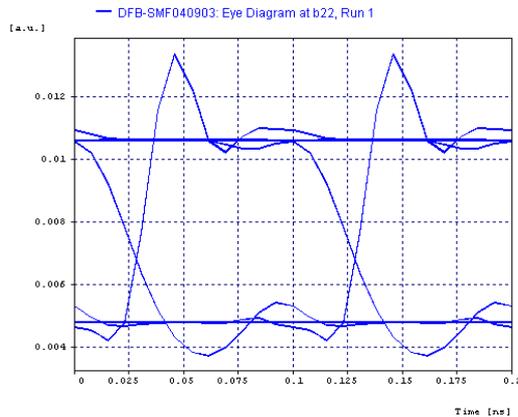
5km



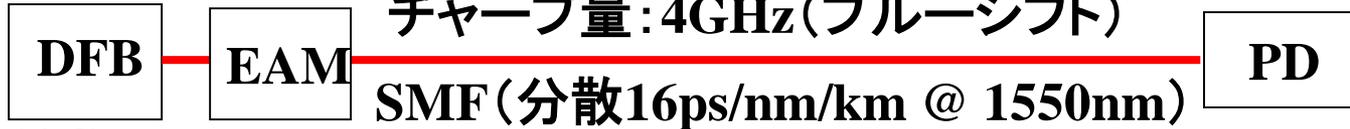
10km

20km

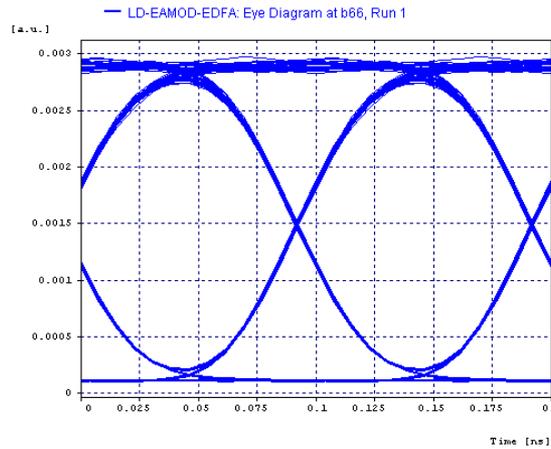
40km



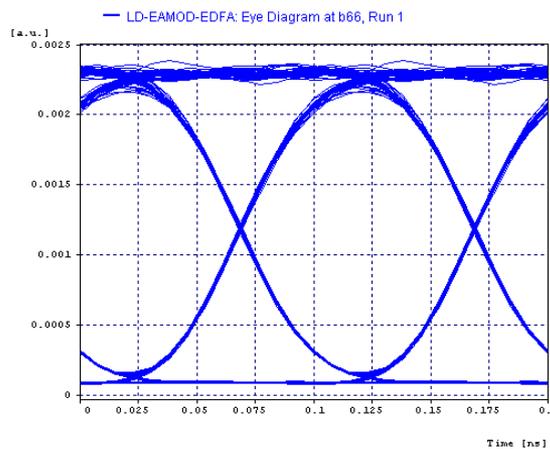
# チャープによるパルス拡がりの解析例 (外部変調)



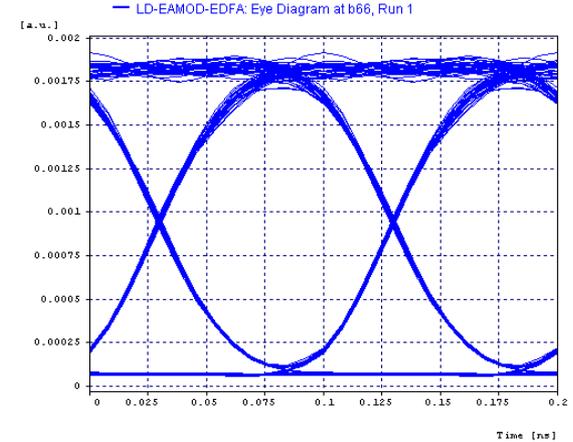
10Gbps  
Back-to-Back



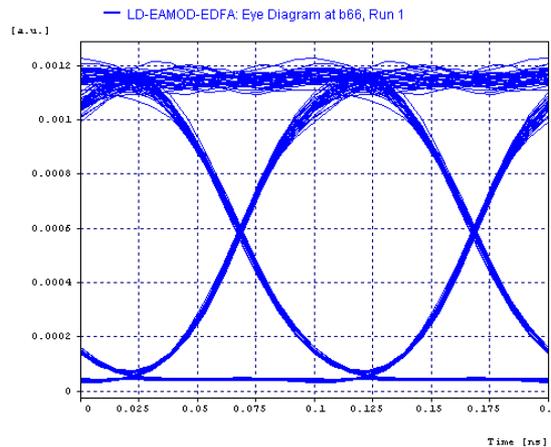
5km



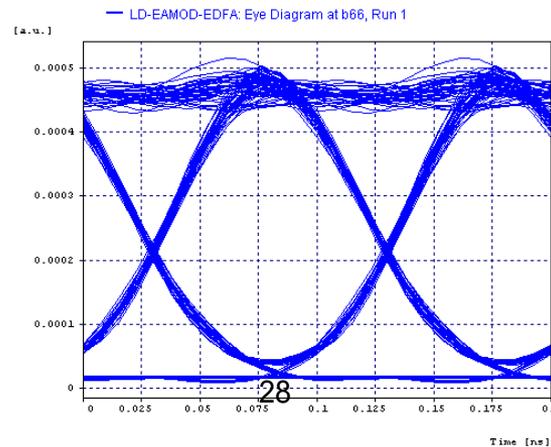
10km



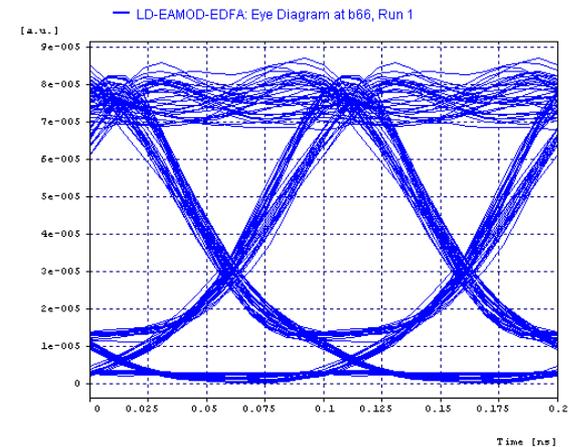
20km



40km



80km



# 分散シフトファイバによる波形広がり抑制効果

DFB/EA

DSF (分散-2ps/nm/km)

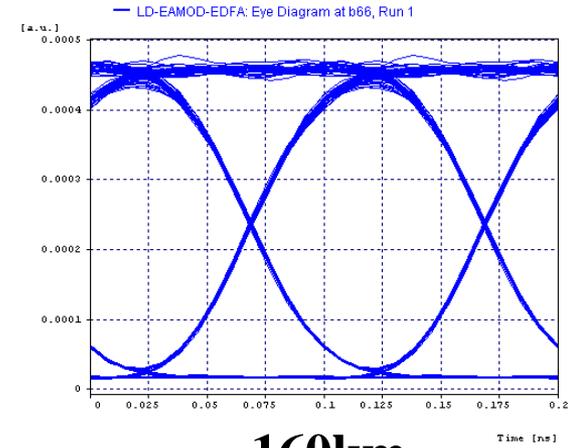
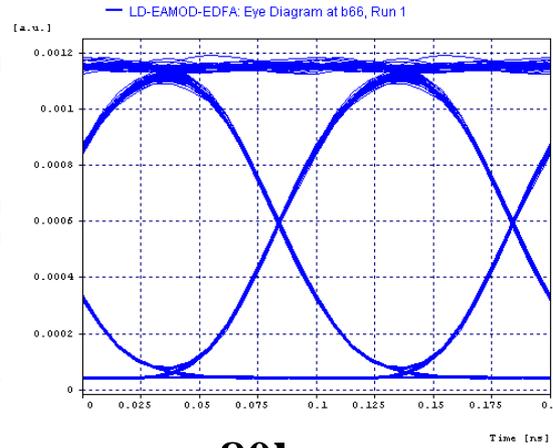
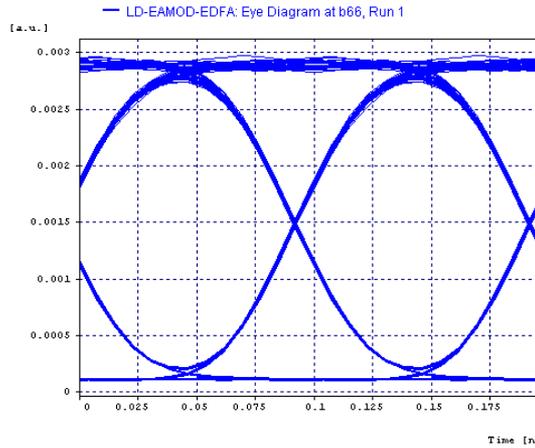
PD

チャープ量: 4GHz (ブルーシフト)

Back-to-Back

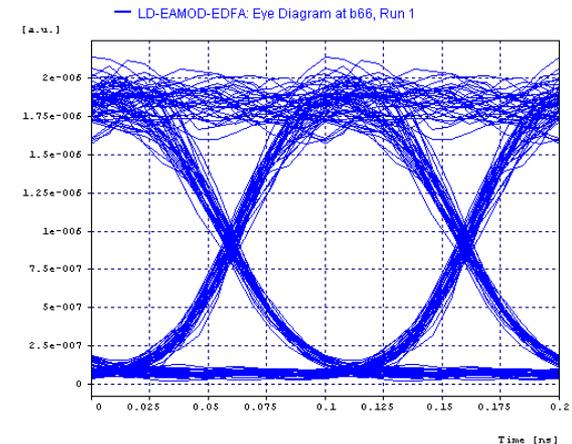
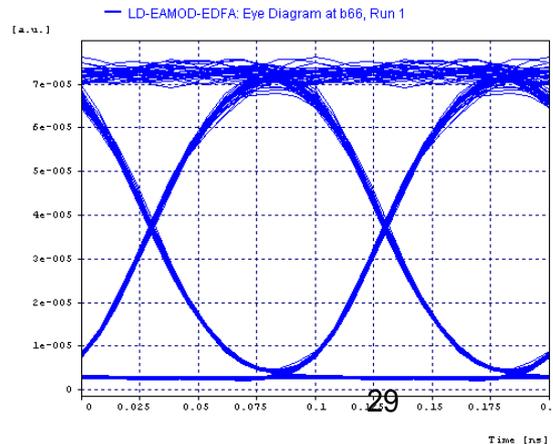
20km

40km

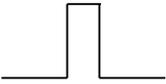
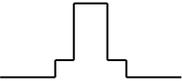


80km

160km



# 分散シフトファイバ仕様

タイプ	屈折率分布	電界分布	$A_{\text{eff}} (\mu\text{m}^2)$ @ 1550nm	MFD ( $\mu\text{m}$ ) @ 1550nm	波長分散 (ps/nm/km)	分散スロープ (ps/nm <sup>2</sup> /km) @ 1550nm
標準SMF			80~85	10	+17	0.06
階段型 DSF			40~50	7.5~8.5	-5~+5	0.07~0.1

## ● 波形歪の原因

### ① 波長分散

$$B\sqrt{L} = \sqrt{\frac{\ln 2}{2\pi}} \frac{\sqrt{c}}{\lambda\sqrt{|\sigma_T|}} = \frac{181.9}{\lambda\sqrt{|\sigma_T|}} \Rightarrow \text{伝送距離制限はビットレートの2乗に反比例}$$

### ② 偏波モード分散

PMDによる波形歪は距離のルートに比例(比例定数をCとおく)

➡ 1タイムスロットの一定割合(kとおく)以内が伝送制限とすると、

$$\frac{k}{B} \geq C\sqrt{L}$$

$$B\sqrt{L} \leq \frac{k}{C} \Rightarrow \text{伝送距離制限はビットレートの2乗に反比例}$$