お知らせ

今回の配布物：

- **講義資料 10（1 枚）**
- **講義ノート VI（3 枚）**

- **中間試験**：2018 年 1 月 29 日

講義資料 10 修正：

- 質問 9：「直感」vs「直観」

微分積分学第二 (10)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2017/calc-2/

2018.01.19

ご意見

ご意見： 友人に山田光太郎に似てると言われました．悲しいです．

コメント： なんで悲しいの？

ご意見： 干支 3 回りくらい離れたオジサンに似ているといわれたらそりゃ悲しくなりますよ。゜(゜´Д`゜)゜。
もし山田光太郎が超イケメンだったら話しは別ですが. . . 笑

コメント： わるかったね．

ご意見： このクラスを 100 人受講していて，金曜日に配られるプリントの質問，意見の数が 40 コだった．だから教室が寒いんだと思った．

コメント： 今日は 15．

質問から

Q15: **中間試験の持ち込み用紙に書かれていた内容によって期末試験の出題内容が変わることがありますか?**

A: **ノーコメント.**
中間試験の答案は参考にします.
とくに，多数が間違えた基本的な問題は重点的に出題し，最低点を負にするなど配点の工夫をする可能性があります.
2 **月** 2 **日に中間試験の答案を返却する際にお伝えします.**

質問から

Q7: **演習の問題に出てきた「A ならば B」の否定命題が「A かつ B でないことがある」らしいのですが，うまくイメージがわきません．わかりやすく理解する方法はあるのでしょうか．**

Q8: **コーシー列が具体的にどういうものなのかイメージがつかないです．**

Q9: **一般項が 0 へ収束するが無限級数が発散する数列について，数学的に証明されても直感に反してとらえずらいです．存在しうる一般項が 0 に収束する数列のうち，級数が発散するものと収束するものではどちらが多いでしょうか．**

質問から

Q11: $1+2+3+4+\dots$ は発散すると思うのですが，染川先生が $1+2+3+4+\cdots = -\frac{1}{12}$ になると言ってました．本当でしょうか?

Q12: ゼータ関数で $\zeta(-1) = 1+2+\cdots = -\frac{1}{12}$ （$\zeta(s)$ の s は複素数としていて，この 1 は複素数としてみてる）が有名ですが，私はこれを間違いだと覚えていました．なぜなら複素数 s の実部が 1 より大きいときのみ $\zeta(s)$ は収束するはずだからです．これは正しいですか．

A:

$$1+2+3+\dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{-1}} \qquad \text{(発散)}$$

$$\zeta(s) := 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} \qquad (\operatorname{Re} s > 1 \text{ のとき})$$

$\zeta(s)$: $C \setminus \{1\}$ に拡張できる（解析接続）; $\zeta(-1) = -1/12$.

質問から

Q2: **講義資料の** (5.3) **の式で** $p=-2$ **の場合に** $\sum_{n=1}^{\infty} n^p = \frac{\pi^2}{6}$ **になる証明をしてほしいです．**

A: **これは** Basel **問題といって，**Euler **によって初めて和が求められたもの．由緒正しき問題であって，値を求める方法は自明ではない，というコメントを講義でしました．「バーゼル問題」で検索．**

Q3: $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\cdots=\frac{\pi^2}{6}\ (=\zeta(-2))$ **（山田注：**$\zeta(2)$**．訂正の項参照）もテイラー展開のような関数の展開に実数を代入して（**$\log 2 = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\dots$ **のように）求まったという流れなのでしょうか．**

A: **違います．**