

第 1 回 金属の塑性

無機材料工学科
准教授 安田公一

1. はじめに

昨今では、無機材料工学科を卒業しても、機械メーカーや電気メーカーに就職する学生が多い。彼らの多くは、会社でセラミックス関係の研究開発に従事するとは限らず、中には、金属やポリマーの研究開発を担当することもある。あるいは、セラミックスと、金属やポリマーを組み合わせるデバイスを作るということも多い。そこで、今回と次回で、金属の塑性と転位論について解説する。ポリマーについては、若井先生の講義の中で解説する。

2. 塑性とは

図 1 に示すように、塑性変形を示す材料でも、応力が小さい間は線型弾性変形し、応力とひずみは比例関係（フックの法則）を示す。フックの法則が成り立つ最大の応力を比例限度 σ_{plim} という。応力が比例限度 σ_{plim} を超えても、ある応力までは、応力をゼロにすると（除荷すると）、ひずみもゼロになり、弾性を示す領域が存在する。この弾性を示す最大の応力を弾性限度 σ_{elim} という。なお、弾性限度直下の応力にしてから除荷すると、弾性限度から比例限度までは、非線形弾性変形し、比例限度以下では線型弾性変形することになる。実際の材料では、比例限度と弾性限度は必ずしも一致しないが、簡単のため、比例限度を弾性限度として扱うことが多い。

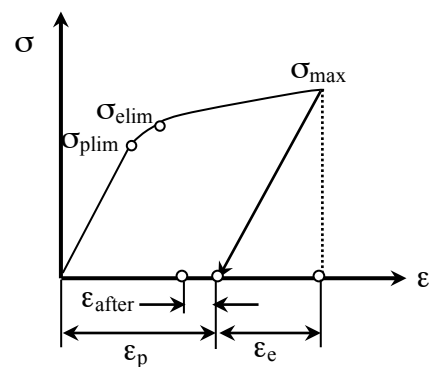


図 1 比例限度と弾性限度

弾性限度よりも大きな応力 σ_{max} を負荷してから、除荷すると、図 1 の矢印で示した除荷線に沿って、応力が 0 に戻る。この除荷線の傾きは、最初の弾性変形における負荷線の傾き（すなわち、ヤング率 E ）と等しい。除荷の際に、 ϵ_e のひずみが弾性回復するので、応力が σ_{max} の時の弾性ひずみは ϵ_e であることがわかる。また、残りの ϵ_p の分は非弾性ひずみになる。弾性ひずみと非弾性ひずみを合わせたものが、全ひずみになる。

非弾性ひずみ ϵ_p の一部は、除荷後に徐々に回復することがあり、このような現象を弾性余効 ϵ_{after} （擬弾性のひとつ）と言う。一方、回復しないで永久に残るひずみを永久ひずみという。金属では、弾性余効の影響は無視することができるので、非弾性ひずみを永久ひずみと見なせる。そして、金属における永久ひずみは、転位の運動による塑性変形によると見なしてもよいので（実際には、転位以外に双晶変形による非弾性変形もあるが）、金属における永久ひずみを塑性ひずみと呼ぶことが多い。なお、非弾性ひずみには、塑性ひずみ以外に、熱膨張ひずみ・変態ひずみなども一般論とし

ては含まれる。また、弾性余効のように擬弾性に含めるべきかもしれないが、時間依存型のクリープひずみも非弾性ひずみに含めることがある。

3. 塑性変形の分類

実際の材料の弾塑性変形は、前節で述べたようであるが、ここでは、塑性的挙動を現象論的に記述することにする。そのため、変形は、温度一定の等温条件下で起こるものとし、塑性的挙動の温度依存性は無視することにする。また、転位の運動による塑性変形であれば、転位の運動速度が有限なため、応力とひずみの関係に負荷速度の影響が当然現れるが、ここでは、その影響も無視することにする。すなわち、時間に依存しない変形を考える。

塑性的挙動に関する議論は、通常、単軸応力下の応力／ひずみ関係からはじめ、必要に応じて、多軸応力問題に拡張することが行われる。単軸応力下での塑性変形挙動

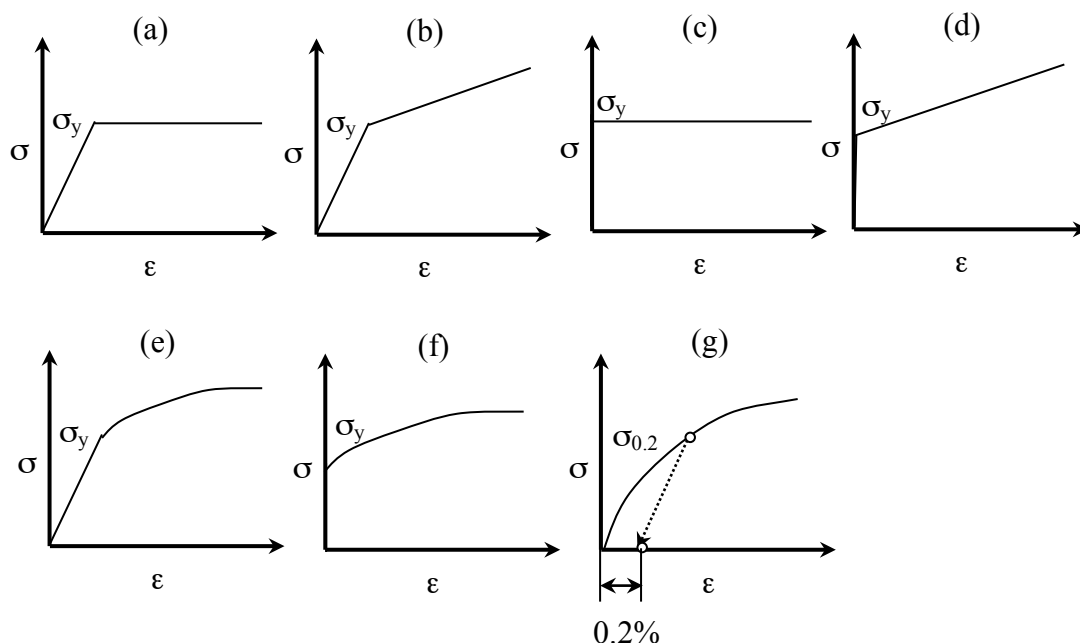


図2 塑性変形の分類

は、図2に示すように、いくつかのパターンがある。

図2(a)に示す弾完全塑性体では、変形をさせると、最初、弾性変形するが、応力が σ_y に達すると、非硬化性の塑性変形が始まる。すなわち、応力を σ_y に保つと、いくらでも変形するということになる。この σ_y を降伏応力と言い、降伏応力に達するまでを弾性域、達した後を塑性域という。この挙動は、通常の炭素鋼において、下降伏点を経て一定の応力で降伏滑りが起こってから、加工硬化が始まるまでの変形挙動を理想化したモデルとして使われている。

図2(b)に示す弾線型硬化塑性体では、最初に弾性変形するまでは、図2(a)とおなじであるが、降伏応力 σ_y に達した後で、塑性変形を進行させるためには、徐々に、応力を増加させないとならない場合である。このように、塑性変形の進行と共に、変形応力が増加する（すなわち、塑性変形の抵抗が増加する）現象を加工硬化という。加

工硬化が起こる理由は、塑性変形の実体である転位の密度が増加して、お互いに絡まりあうことから、転位が動きにくくなることによる。これについては、次回、もう少し具体的に説明する予定である。この挙動は、むしろ、降伏滑りを無視して、通常の炭素鋼の加工硬化挙動を理想化したモデルとして使われている。

図 2(c)は、剛完全塑性体と呼ばれ、降伏応力までは全く変形しないが、降伏応力に達すると、非硬化性の塑性変形をする場合である。また、図 2(d)は、剛線型硬化塑性体と呼ばれ、図 2(c)で、降伏応力に達した後で、加工硬化する場合に相当する。剛完全塑性体は、冷間強加工した延性金属の塑性変形挙動のモデルとして使われている。

図 2(e)と(f)は、加工硬化が線型ではなく、非線型硬化する場合であり、それぞれ、弾非線型硬化塑性体、および、剛非線型硬化塑性体と呼ばれる。

この他、アルミニウムなどで見られるように、図 2(g)のように、降伏に伴う屈曲点を明瞭に示さない場合があり、その場合は、

$$\sigma = K \varepsilon^n \quad (1)$$

のような指数型近似関数を用いて応力／ひずみ関係（いわゆる、構成方程式）を表す場合もある。なお、この場合、降伏応力が明瞭に求められないので、図に示したように、永久ひずみが 0.2%になるような応力を用いて降伏応力の代用とする。この応力のことを 0.2%耐力という。

なお、繰り返し、応力を負荷すると、実際には、図 3(a)のように除荷／負荷の過程で、不可逆的にヒステリシスループを示し、やがて、除荷し始めたところを超えると、元の非線形な加工効果曲線に戻っていく。しかし、塑性力学では、この挙動を図 3(b)のように可逆的に変形すると理想化して扱うことが多い。また、図 3(c)のように、引張り負荷の後に、圧縮負荷を行うと、引張り側と圧縮側の降伏応力が異なることがある。この現象をバウシンガー効果と呼ぶが、塑性力学では、この効果も、通常、考慮しないで無視する場合が多い。

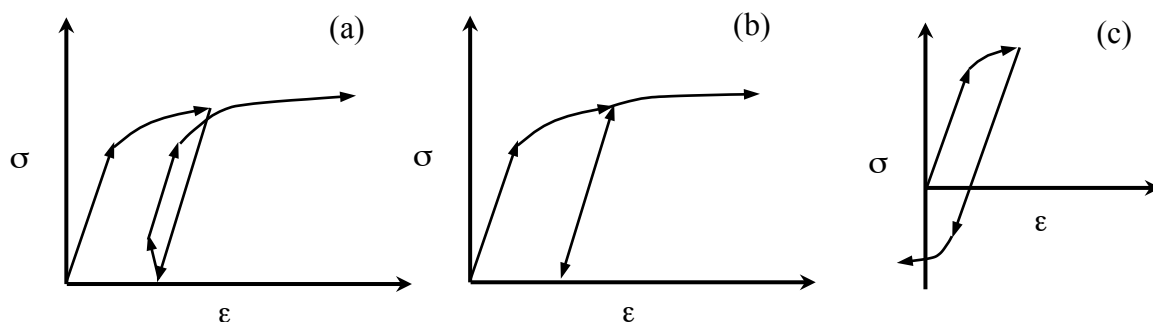


図 3 負荷／除荷サイクルにおける塑性変形

4. 公称応力と真応力

通常の弾性変形の範囲では、微小変形理論が適用され、ひずみテンソルは、変位勾配の対称成分として定義されている。ただし、弾性変形であっても、梁の大たわみ間

題の場合などの場合は、有限変形理論を適用し、変位勾配のクロスターム（2 次の微小量）をも考慮した Green のひずみテンソルや Almansi のひずみテンソルを用いて解析されている。

一方、弾塑性変形の場合は、弾性変形分が微小であっても、塑性変形量が多くなると、伸びの基準長さとして初期長さを取ることができなくなるし、また、断面積の減少も無視できなくなるので、ひずみの定義を見直す必要がある。

初期長さ ℓ_0 、初期断面積 S_0 の引張り試験片に、単軸引張り荷重 P を加えた時、長さが ℓ になった場合を考える。微小ひずみと同様にして（というよりは、工学ひずみと同様にしてという方が適切かもしれないが）、初期長さとしてひずみ $\varepsilon_{nominal}$ と応力 $\sigma_{nominal}$ を求めると、

$$\varepsilon_{nominal} = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} \quad (2)$$

$$\sigma_{nominal} = \frac{P}{S_0} \quad (3)$$

となる。このひずみ $\varepsilon_{nominal}$ と応力 $\sigma_{nominal}$ を公称ひずみ、公称応力という。通常、工業材料の応力／ひずみ線図という場合は、たいてい、公称応力／公称ひずみ線図で表示されている。ただし、この形式だと、引張り側のひずみは 100%を超えても定義できるが、圧縮側のひずみは 100%未満にしかならず、引張り試験と圧縮試験の結果を統一的に記述することができないという問題点がある。また、ひずみ量の加算性も成立しないという問題点もある。

そこで、時々刻々と変化するひずみ増分を積分する形で定義されたひずみが対数ひずみ（自然ひずみ）であり、公称ひずみと対比させる場合は、これを真ひずみ ε_{true} と呼ぶ。また、真ひずみに対応する応力を真応力 σ_{true} と呼ぶ。これらは、次のように定義されている。

$$\varepsilon_{true} = \int_{\ell_0}^{\ell} \frac{d\ell}{\ell} = \ln \frac{\ell}{\ell_0} = \ln(1 + \varepsilon_{nominal}) \quad (4)$$

$$\sigma_{true} = \frac{P}{S} = \frac{P}{S_0 e^{-\varepsilon_{true}}} = \sigma_{nominal} e^{\varepsilon_{true}} = \sigma_{nominal} (1 + \varepsilon_{nominal}) \quad (5)$$

ここで、(5)式の導出には、塑性変形しても体積一定であること（ $S_0 \ell_0 = S \ell$ ）を用いた。単軸試験の結果を真応力／真ひずみ線図で表したもの（特に、降伏応力以降の線図に限定する場合もあるが）を流動曲線（flow curve）と呼ぶことがある。真応力／真ひずみ線図を用いると、広い範囲で、引張り試験の結果と圧縮試験の結果を統一的に表すことができる。また、ひずみの加算性も成立する。