

マクロ経済学第二 (工学院経営工学系, 開講クォーター: 4Q)

第 12 回: 経済成長 (2): 前回続き～技術進歩を導入したソロー・モデル

大土井 涼二

2017 年 1 月 24 日

講義計画

- 1 月 24 日 (本日):
 - 前回の続き
 - 技術進歩を導入したソロー・モデル
 - (補足)「カルドアの事実」とソロー・モデルの現実的妥当性
- 1 月 27 日 (金): 経済成長に関する実証研究
 - 成長会計
 - 収束仮説と検証方法
- 1 月 31 日 (火): 予備日

前回のおさらい

- 前回の講義で扱ったこと:

- ① 経済成長とは?

- ① 日本の長期に渡る時系列を概観

- ② 景気循環との違い

- キーワード:トレンド成分, 変動成分, 潜在 GDP

- ② ソロー・モデルの基本分析

- ① モデルの設定

- ② 1 人当たり資本の動学を記述する差分方程式を導出

- ③ 任意の初期条件に対して, 1 人当たり資本が定常状態に行き着くことを確認

前回のおさらい

- 資本の動学¹:

- ① 資本蓄積式:

$$K_{t+1} - K_t = I_t - \delta K_t$$

- ② 次の式を代入

- 資金市場均衡: $S_t = I_t$,
 - 家計行動: $S_t = sY_t (= sF(K_t, L_t))$, $0 < s < 1$,
 - 人口成長: $L_{t+1} = (1 + n)L_t$, $0 < n < 1$,

↓

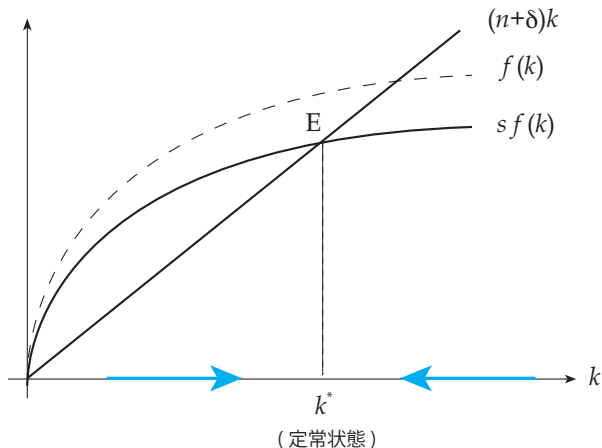
- 1 人当たり資本 $k_t (\equiv K_t/L_t)$ の動学:

$$k_{t+1} = \frac{sf(k_t) + (1 - \delta)k_t}{1 + n}.$$

¹(*) 変数の意味は前回で説明済なので省略

前回のおさらい

- 任意の初期条件 $k_0 > 0$ から出発して, $\{k_t\}$ は定常状態 k^* に収束



• •

↓

- •

比較静学

- k^* に影響を与えるパラメータ：
(1) 人口成長率 n , (2) 資本減耗率 δ , (3) 貯蓄率 s

- では、これらパラメータの変化が、

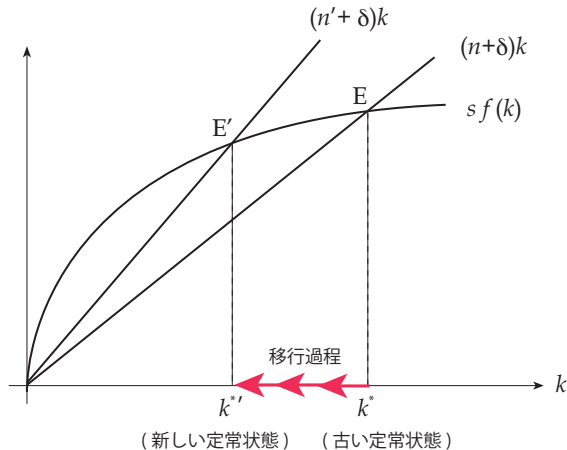
(i) 定常状態 k^* ,

(ii) 移行過程 (定常状態に行き着くまでの k_t の動き)

にどのような影響をもたらすのか？

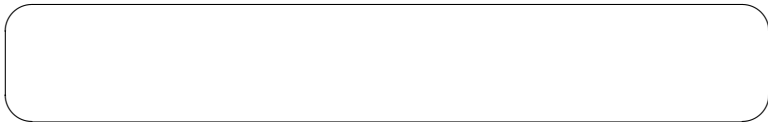
- 分析に際し、議論をわかりやすくするため以下を仮定：
 - パラメータ変化前には、定常状態 (図の E) に行き着いている。
 - その状態からパラメータが変化。

比較静学：人口成長率 n が上昇したとき

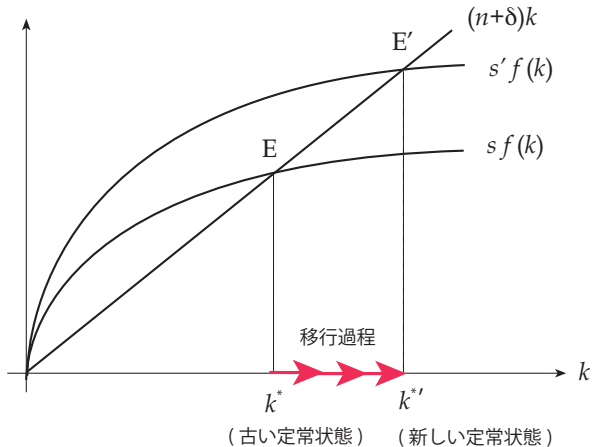


結果の要約とメカニズム

- 結果の要約: 人口成長率の n から $n'(> n)$ への永続的な変化によって
 - ① 定常状態の 1 人当たり資本は減少
 - ② k_t は新たな定常に向かって時間を通じて減少していく
 - ③ その他の 1 人当たり変数 (y_t, c_t) も, 同様の動きに従う.
- 結果のメカニズム:



比較静学：貯蓄率 s が上昇したとき



結果の要約とメカニズム

- 結果の要約: 貯蓄率の s から $s' (> s)$ への永続的な変化によって
 - ① 定常状態の 1 人当たり資本は増加
 - ② k_t は新たな定常に向かって時間を通じて増加していく
 - ③ その他の 1 人当たり変数 (y_t, c_t) については,
 - ① $y_t \cdots k_t$ と同様の動き ($\because y_t = f(k_t)$ かつ $f' > 0$)
 - ② $c_t \cdots ???$
- c_t の動き



資本の黄金律

- 貯蓄率の上昇は、定常状態における 1 人当たり資本, 同 GDP を増加させる.



疑問: 「では, 貯蓄率は高ければ高いほどいいのか？」

- 2 つのポイント:
 - 家計にとって重要なのは「1 人当たり GDP」ではなく「1 人当たり消費」
 - 既に見たように, 貯蓄率の上昇は 1 人当たり消費に関しては 2 つの相反する効果

⇒ どのようなとき, この相反する効果がうまくバランスするのだろうか？

資本の黄金律

資本の黄金律

定常状態において, 1 人当たり消費を最大にするような 1 人当たり資本ストックを**資本の黄金律水準** (golden rule of capital stock) という.

- この黄金律水準が達成されている下では, 前述の相反する効果がバランスして 1 人当たり消費が最大となっている.
- この黄金律水準を k_g^* と表記する. 課題において, コブ・ダグラス生産関数のもとでの k_g^* の具体的な値を求めてもらう.

モデルの GDP 成長率と現実の GDP 成長率

- 疑問: モデルから得られた GDP の動きは, 現実に観察される動きと整合的であろうか?

⇒ ここでは, 「GDP 成長 “率” が経済成長とともに傾向的に低くなっていく」という事実が理論的に説明できるか否かに分析の焦点を絞る.

(*) 対象を「1 人当たり GDP 成長率」にしても同様の分析が可能.

- この経済の実質 GDP = Y_t :

$$Y_t = L_t y_t \equiv L_t f(k_t).$$

$$\Leftrightarrow \ln Y_t = \ln L_t + \ln f(k_t).$$

- 階差をとると

$$\ln Y_{t+1} - \ln Y_t = \ln L_{t+1} - \ln L_t + \ln f(k_{t+1}) - \ln f(k_t)$$

モデルの GDP 成長率

- 以上より, 実質 GDP の成長率は近似的に

$$\frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} = n + \frac{f'(k_t)k_t}{f(k_t)} \frac{k_{t+1} - k_t}{k_t}$$

で表される (解説は板書).

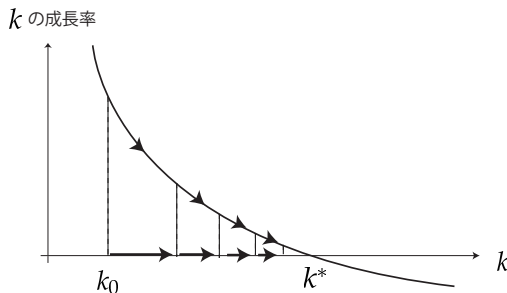
⇒ GDP 成長率の動きは, 1 人当たり資本 k_t の蓄積パターンに依存.

- k_t の成長率:

$$\frac{k_{t+1} - k_t}{k_t} = \frac{sf(k_t)/k_t - (n + \delta)}{1 + n}$$

k_t の成長率

- k_t の増加に伴い, その成長率は下落していくことを示すことができる (板書)



- ⇒ 従って, GDP 成長率も経済成長とともに下落していく.
⇒ 現実と整合的!

付随して得られる 2 つの含意

- 理論的帰結: 経済規模が大きくなればなるほど, 成長率は低くなる.
- 長期の経済における 2 つの重要な含意:
 - ① (時系列的) 一国の経済成長率 (厳密にはトレンドの成長率) は, 時間の経過とともに下降する.
(※) 他の経済ショックに起因する短期的な成長率の上昇はあり得る.
 - ② (横断面的) 貧しい国と富んでいる国とでは, あくまで成長率でみれば貧しい国のほうが高い.
(※) 貧しい国はやがて富める国に追いつく? ⇒ この仮説を「収束仮説」という.
- 「ソロー・モデルが現実をどれだけ説明できるのか」を考察する際の重要なポイント (詳しくは次回)

技術進歩を考慮したソロー・モデル

- これまでのモデル: 定常状態では $k_{t+1} = k_t = k^*$.
⇒ 定常状態では 1 人当たり資本や GDP は成長しない.
↓
- 基本となるソロー・モデルに**技術進歩** (technological progress) を導入

技術進歩を考慮したソロー・モデル

- ① 生産関数に技術水準を表す新しい変数 A_t を加える。

$$Y_t = F(K_t, A_t L_t)$$

- $A_t L_t$ を**効率労働 (力)** もしくは**有効労働**という。
- 例: コンピュータのソフトウェアの性能向上によって, 同じ労働時間でも生産性が向上。

- ② 「 A_t が一定率で成長する」と仮定することで技術進歩をモデル化:

$$\frac{A_{t+1} - A_t}{A_t} = g^A.$$

このように, 労働力の生産性を改善していくような技術進歩を**労働集約的な技術進歩**という。

技術進歩を考慮したソロー・モデル

- 生産量の増加はあくまで技術進歩の 1 つの側面にすぎない。
- 経済学では、技術進歩の効果として主に以下の 4 つの側面を考えている。

技術進歩の効果： 同じ量の労働と資本を用いながら, 以前よりも

- (1) 大量の生産が可能となる
- (2) 良質な製品を生産できる
- (3) 新しい製品を生産できる
- (4) 多様な製品を生産できる

- ここでは (1) に注目

分析

- 分析方法は、基本的には技術進歩がない場合と同じ.
- 効率労働単位の資本, 及び GDP を, それぞれ

$$\tilde{k} \equiv \frac{K}{AL}, \quad \tilde{y} \equiv \frac{Y}{AL}$$

とする.

- これまで同様, 規模に関して収穫一定の生産関数を仮定すると,

$$Y_t = F(K_t, A_t L_t) \Leftrightarrow \tilde{y}_t = F(\tilde{k}_t, 1) \equiv f(\tilde{k}_t)$$

$\Rightarrow F$ と f の関係はこれまでと同じ.

効率労働単位の資本の動学

- 前回の講義で解説した手順と全く同じ手順で, $\tilde{k}_t$ の動学が

$$\tilde{k}_{t+1} = \frac{sf(\tilde{k}_t) + (1 - \delta)\tilde{k}_t}{(1 + g^A)(1 + n)}.$$

- 分母に $1 + g^A$ が掛けられたただけなので, 定常状態 $\tilde{k}^*$ の存在や, 移行過程の動きは同じ.

(例) 定常状態 $\tilde{k}^*$ は以下の式で決定される:

$$\begin{aligned}\tilde{k}_{t+1} = \tilde{k}_t = \tilde{k}^* &\Leftrightarrow sf(\tilde{k}^*) = [(1 + g^A)(1 + n) - (1 - \delta)]\tilde{k}^* \\ &\Leftrightarrow sf(\tilde{k}^*) = [n + \delta + (1 + n)g^A]\tilde{k}^*\end{aligned}$$

- ただし, いま 1 人当たり資本は $k_t = \tilde{k}_t A_t$, 同 GDP は $y_t = \tilde{y}_t A_t$ より, 定常状態における 1 人当たり変数の振る舞いは大きく異なってくる.

定常状態では何が起きているか？

- 1 人当たり変数 (k_t, y_t, c_t) の成長率：定常状態では

∴



- 集計変数 (K_t, Y_t, C_t) の成長率：定常状態では

∴

ソロー・モデルの現実的妥当性

- 経済学者ニコラス・カルドア (N. Kardor) は 1963 年の自身の有名な論文において、長期の経済成長過程において観察される 6 つの性質について言及している。
 - ① 1 人当たり生産量は長期にわたり一定率で成長してきた
 - ② 1 人当たり資本も時間を通じて増加し続けてきた
 - ③ 資本産出比率はほぼ一定であった
 - ④ 資本の収益率はほぼ一定であった
 - ⑤ 資本分配率, 労働分配率はほぼ一定であった
 - ⑥ 1 人当たり生産量の成長率には国際的な差がある。

ソロー・モデルはカルドアの事実を説明できるか？

- この 1～6 の事実が示す性質をソロー・モデルから理論的に導き出すことができるだろうか？
 - ① 1 人当たり生産量は長期にわたり一定率で成長してきた → $\{ \bigcirc \cdot \times \}$
 - ② 1 人当たり資本も時間を通じて増加し続けてきた → $\{ \bigcirc \cdot \times \}$
 - ③ 資本産出比率はほぼ一定であった → $\{ \bigcirc \cdot \times \}$
 - ④ 資本の収益率はほぼ一定であった → $\{ \bigcirc \cdot \times \}$
 - ⑤ 資本分配率, 労働分配率はほぼ一定であった → $\{ \bigcirc \cdot \times \}$
 - ⑥ 1 人当たり生産量の成長率には国際的な差がある. → $\{ \bigcirc \cdot \times \}$

ここまでのまとめ

- 基本的なソロー・モデルの性質
 - ① 長期の一人当たり資本は定常状態に収束
⇒ 1 人当たり GDP, 消費も同様
 - ② これらの値は貯蓄率や人口成長率に依存
 - ③ 貯蓄率の上昇は 1 人当たり資本や同 GDP を単調に増加させる一方, 消費には相反する 2 つの効果が存在する.
 - ④ 1 人当たり資本が少ない国はその成長率が高く, 従って 1 人当たりの GDP 成長率も高い
- 「1 人当たり GDP の長期的な成長」を理論的に説明するには, 技術進歩のモデルへの導入が不可欠
- 技術進歩を導入したソロー・モデルでは, カルドアの事実のうち (□)～(□) までを理論的に説明することができる.

次回

- 経済成長に関する実証研究
 - 成長会計
 - 収束仮説と検証方法
 - (時間があれば) その他の実証研究