

マクロ経済学第二

1/10 講義 補助資料 (試験範囲外)

大土井涼二

工学院経営工学系

1 HP フィルターについて

潜在 GDP を推計する方法には、他にも生産関数を推計することで得る「生産関数アプローチ」などがあるが、実現した GDP の系列から「HP フィルター」という手法でトレンド成分を抽出し、そのトレンド成分をそのまま潜在 GDP とするやり方が最も簡単な推計手法である。この名称の由来は、開発者のホドリック (R. Hodrick) とプレスコット (E. Prescott) の名前から来ている。

いま時間を $t(=0, 1, 2, \dots)$ で表し、 t 時点での実質 GDP の対数値を y_t とした際、

$$\min_{\{y_t^{HP}\}_{t=0}^T} \sum_{t=0}^T (y_t - y_t^{HP})^2 + \lambda \sum_{t=1}^{T-1} (\Delta y_{t+1}^{HP} - \Delta y_t^{HP})^2,$$

となるように求められた y_t^{HP} がこの数式によって得られたトレンド成分である。トレンドを算出する式のことをフィルターと呼び、上記の数式は、上の式の λ は、 y_t^{HP} が変動する際の滑らかさを決めるパラメータであり、これが大きくなるほど y_t^{HP} の動きがスムーズになる。HP フィルターのスムーズ度としてしばしば用いられる数値は、月次データが 14,400、四半期データが 1,600、年次データが 100 であるので、講義スライド中の図の作成の際に、トレンド項は λ の値を 1600 とし算出している。

2 AS-AD モデルから得る GDP 成長率と失業率変化の理論的關係

ここでは、現実に観測される「GDP 成長率と失業率変化の間の負の相関」が、講義で解説した AS-AD モデルにおいて理論的に説明できるのかについて考察する。いま、 t 期の失業率を u_t 、労働力人口を $\bar{L} (\neq L_F)$ で一定であるとする、 t 期に実現する雇用量 L_t は

$$L_t = (1 - u_t)\bar{L}, \quad (1)$$

で表される¹。生産関数 $F(L)$ を $A_t L^{1-\alpha}$ ($A_t > 0, 0 < \alpha < 1$) と特定化し、上記を代入すると、 t 期の GDP は

$$Y_t = A_t [(1 - u_t) \bar{L}]^{1-\alpha}, \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

となるので、この両辺の対数を取り、1 期前との差を取ると

$$\ln Y_t - \ln Y_{t-1} = (1 - \alpha) [\ln(1 - u_t) - \ln(1 - u_{t-1})] + \underbrace{\ln A_t - \ln A_{t-1}}_{\text{以下、単に「定数項」と表記}}$$

を得る。ここで、 $\ln Y_t - \ln Y_{t-1} \simeq (Y_t - Y_{t-1})/Y_{t-1}$ より左辺は近似的に GDP 成長率に等しく、右辺の項について

$$\ln(1 - u_t) - \ln(1 - u_{t-1}) \simeq -(u_t - u_{t-1})$$

が成立するので、 $\alpha \in (0, 1)$ より

$$\text{実質 GDP の成長率} = \underbrace{-(1 - \alpha)}_{<0} \times \text{失業率の時間変化} + \text{定数項}$$

が得られ、GDP 成長率と失業率変化の間の負の相関は理論モデルから説明できることがわかる。

¹ここで、 L_t が完全雇用レベル L_F に等しくなるときに (1) から算出される失業率を u_N とする：

$$L_t = L_F \Leftrightarrow u_t = 1 - \underbrace{\frac{L_F}{L}} = u_N$$

この u_N を「自然失業率」という。簡単に言うと、ここでの自然失業率とは「名目賃金率に下方硬直性がなく、完全雇用が達成されていたとしても、その他構造的な要因によって発生する失業率」のことである。