

認知フレーム Cognitive Frames

合理的思考の技術 Lecture 15

Norimasa Kobayashi

Department of Value and Decision Science
Tokyo Institute of Technology

July 14, 2014

限定合理性と無知の知

- 我々は限られた知的資源を持つがゆえに、無限の情報を集め、無限に大きなモデルを用いて意思決定をすることは非現実的
- 我々が、

Outline

- ① 階層的意思決定と粗い認知フレーム
- ② 選択肢集合の要約表現と社会制度
- ③ ハイパーゲーム Hypergames

階層的意思決定と粗い認知フレーム

階層的意思決定 Hierarchical decision making

大まかな戦略（森を見る）→ 詳細な戦術（木を見る）

一般には、devils live in the details とも言われたり、ゲームの木での後ろ向き帰納法のように、詳細を検討しないことには、おおまかな戦略の評価もできなさそう。

Q. 戦略レベルでの大まかな評価に依拠した階層的意思決定は、どういう時有効か？

Ans. 一つの十分条件として、認知フレームを詳細化していくプロセスでの、解の**最適部分構造 optimal substructure**を提示する。

局所支配 Local Dominance[9]

Definition (局所支配)

意思決定問題のプロトタイプ $\langle A, \Omega, p, u \rangle$ において、 $a \in A$ が不確実性の部分集合 $Y \subset \Omega$ 上で $a' \in A$ を局所支配する iff

$$\forall x \in Y, u(a, x) \geq u(a', x)$$

局所支配の概念は、ある程度の情報収集や調整の結果、不確実性（例えば、他のプレイヤーの行動）の範囲を部分集合に限定できた場合の支配概念

例) 天気と休日の外出の意思決定

$a \backslash \omega$	晴れ	曇り	雨
ピクニック	5	2	-5
ショッピング	2	3	-1
家にいる	1	1	1

例) 天気と休日の外出の意思決定

$a \backslash \omega$	晴れ	曇り	雨
ピクニック	5	2	-5
ショッピング	2	3	-1
家にいる	1	1	1

- 晴れ または 曇 の時には、
外出 は 家にいること を局所支配
- 雨 の時には、
家にいること は 外出 を局所支配

多主体意思決定状況への適用

Definition (合理性によって閉じている部分集合 CURB Set)

ゲーム $\langle N, A, u \rangle$ において、 $B \subset A$ は合理性によって閉じている部分集合 closed under rational behavior (curb) [3] (または persistent[7]) である iff $\forall i \in N \forall x_i \in B_i, \forall y_i \in B_i \setminus A_i, x_i$ が B_{-i} 上で y_i を局所支配する。

Example

$1 \setminus 2$	a	b	c	d
α	1, 1	2, 3	0, 0	0, 0
β	3, 2	1, 1	0, 0	0, 0
γ	0, 0	0, 0	1, 1	2, 3
δ	0, 0	0, 0	3, 2	1, 1

$\{\alpha, \beta\} \times \{a, b\}$ は curb

最適部分構造 Optimal Substructure

Theorem ([?])

ゲーム $\langle N, A, u \rangle$ において、 $B \subset A$ を *curb* とする。 B に制限されたゲームにおける任意の *curb* $C \subset B$ はもとのゲームでも *curb*。

Example

$1 \setminus 2$			$1 \setminus 2$	a	b	c	d
$1 \setminus 2$	a	b	α	1, 1	2, 3	0, 0	0, 0
	α	1, 1	2, 3	β	3, 2	1, 1	0, 0
	β	3, 2	1, 1	γ	0, 0	0, 0	1, 1
			δ	0, 0	0, 0	3, 2	1, 1

$\Rightarrow$

分割ゲーム Partitioned Games

Definition (分割ゲーム)

ゲーム $\Gamma = \langle N, A, u \rangle$ において、 $\forall i \in N$ に対し P^i を A_i 上の分割、 $P := \times_{i \in N} P^i$ とする。ゲーム Γ の分割ゲーム $\Gamma(P) = (N, P, \hat{u})$ は以下の条件を満たす標準形ゲーム。

$$\forall i \in N, \forall B \in P : \min_{a \in B} u_i(a) \leq \hat{u}_i(B) \leq \max_{a \in B} u_i(a)$$

Theorem

ゲーム Γ と分割ゲーム $\Gamma(P)$ を考えよう。 $B^* \in P$ とすると、 B^* が Γ で *curb* $\Leftrightarrow B^*$ が $\Gamma(P)$ でナッシュ均衡

Example

$1 \setminus 2$	$\{a, b\}$	$\{c, d\}$
$\{\alpha, \beta\}$	1, 3	0, 0
$\{\gamma, \delta\}$	0, 0	3, 2

- 通常、下記のような行動の分割に対してラベルを付ける：
 - ▶ $P^1 = \{\{a, b\}, \{c, d\}\}$
 - ▶ $P^2 = \{\{\alpha, \beta\}, \{\gamma, \delta\}\}$
- $(\{a, b\}, \{c, d\}) \in P^1 \times P^2$ は分割ゲームにおけるナッシュ均衡
 $(\{a, b\} \times \{c, d\})$

Outline

- ① 階層的意決定と粗い認知フレーム
- ② 選択肢集合の要約表現と社会制度
- ③ ハイパーゲーム Hypergames

安定な社会規範の自己強化的 self-reinforcing 性質

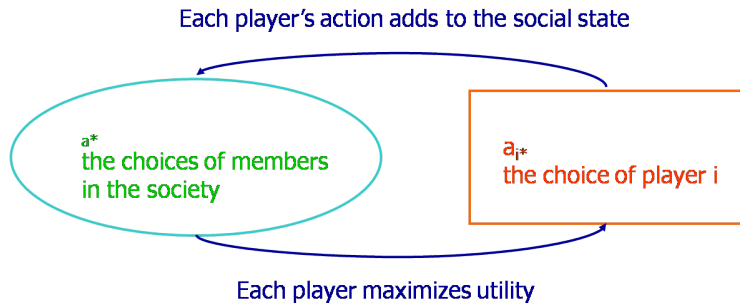


Figure: 安定な社会規範のミクロ・マクロ連関 [1]

社会規範 Social Norm と調整 Coordination

伝統的には、社会規範はオーソリティーによって制定された罰則が伴うルールによって特徴づけられている。しかし、これでは慣習法 custom は特徴づけにくい。

比較制度分析 comparative institutional analysis [1] では、安定な社会制度 institution (ルールや法を含む) は意思決定の要約表現 summarized representation により特徴づけられる。

Example (どっち側通行?)

1 \ 2	Left	Right
Left	1, 1	0, 0
Right	0, 0	1, 1

仮に、道路交通法が、「互い違いに通行せよ」と命令するものであったとしたら、だれも従わない。

意思決定の要約表現 – ネイティブの場合

Example (A Native's Frame on the Driving Game in UK)

1 \ 2	Left	Right
Left	1, 1	0, 0
Right	0, 0	1, 1

イギリスのネイティブならば、左側通行すべきことを「知っている」。
ネイティブのメンタルモデルにおける行動プロファイルの集合

$$A^* = \{(Left, Left)\}$$

比較制度分析では、このようなメンタルモデルのことを**主観的ゲーム subjective game** という。

意思決定の要約表現 – 外国人の場合

Example (A Foreigner's Frame on the Driving Game in UK)

2(natives)		
1(foreigner)	Left	Right
Left	1, 1	0, 0
Right	0, 0	1, 1

外国人は、社会規範を知識として持っていないため、ネイティブの行動を観察し、最適応答をとる必要がある。

$$A^{*foreigner} = \{Left, Right\} \times \{Left\}$$

(ただし、ネイティブは外国人のことを気にせず単純に規範に従っているとする)

意思決定環境の変化と社会制度

社会制度には、意思決定を簡単にするメリットがあるが、反面、意思決定環境が変化した時に柔軟に対応できにくいというデメリットがある。

Example (UK connected with France via EURO Tunnel)

1 \ 2	Left	Right
Left	1, 1	0, 0
Right	0, 0	1.2, 1.2

既存の社会制度を**所与**としてしまうと、左側通行 $A^* = \{(Left, Left)\}$ に発想が限定されてしまう。

社会規範への環境への対応

多数の主体を巻き込んだ社会規範を環境の変化に対応させるには二段階思考が必要。

- 要約表現を見直し、元のゲーム（これをゲーム形 game form という）へ向けて視野を広げる

Example

どちら側通行をとるか？ という問題を再び社会的意思決定問題の俎上に上げる

- 均衡移動のために全体調整

Example

沖縄返還時の右側から左側通行への変更

ゲームと無関係のラベルの有意味化 [10] と 予言の自己成就 Self-fulfilling Prophecy

- 元のゲームの定義とは無関係の情報が、Nash 均衡のプレーを自己拘束的に強化してしまふことがあり得る（予言の自己成就）
例 – 銀行の破綻の噂と取り付け騒ぎ
- 予言の自己成就が定着することによって、元のゲーム的には本質的には無関係のラベルがあたかも本質的な原因として扱われるようになることもあり得る
例 – 人的資本への投資と人種・男女差別
- ゲーム状況では、仮説それ自体が結果を左右する効果がある。このため、「実験して、データに整合的な範囲内であれば仮説は正しい」と自動的に思っでは、改善の潜在的な可能性を大いに逸失している危険性がある。例 – フルボッコ均衡と再交渉

Outline

- 1 階層的意決定と粗い認知フレーム
- 2 選択肢集合の要約表現と社会制度
- 3 ハイパーゲーム Hypergames**

ハイパーゲーム Hypergame

- ハイパーゲームでは、各プレーヤー $i \in N$ は、 i 自身が主観的に想像した主観的ゲームに基づき意思決定を行う。
- 各 i の想像している主観的ゲームが必ずしも物理的世界の正しいモデルであるとは限らない (誤認識 **misperception**)。
- 各プレーヤーはハイパーゲーム状況それ自体の具体的な中身（例えば、他のプレーヤーの主観的ゲーム）を一般には知ることはできない。
- ただし、多階層ハイパーゲームにおいては、 i が j の想像している主観的ゲームを想像するというような想像の列を考えることがある。[6]

単純ハイパーゲーム [4]

もっとも基本的なハイパーゲームのモデル化として、全ての主体が自分のプレーしている主観的ゲームが客観的であると考えている状況がある。

Definition (単純ハイパーゲーム Simple Hypergame)

$N = \{1, \dots, n\}$ はプレーヤーの集合とする。単純ハイパーゲームは、プレーヤー $i \in N$ が認識する主観的ゲーム $G^i = \langle N^i, A^i, u^i \rangle$ の組 $(G^i)_{i \in N}$

添字に関する注意

- 右上の添字は認識している主体を表し
- 右下の添字は主体の物理的成分を表す

2人単純ハイパーゲームの例 – Romance Game[13]

$$N = \{wife(w), husband(h)\}$$

$w \backslash h$	R	NR
R	4, 2	1, 3
NR	3, 1	2, 4

 G^w

$w \backslash h$	R	NR
R	2, 4	1, 3
NR	3, 1	4, 2

 G^h

他のプレイヤーの利得のみの誤認識 [14]

Definition (利得のみ誤認識を含むハイパーゲーム)

単純ハイパーゲーム $(G^i)_{i \in N}$ は利得のみの誤認識を含む iff $\forall i, j \in N$:

- $N^i = N$
- $A_j^i = A_j^j$

Definition (ベース・ゲーム Base Game)

$G = \langle N, A, u \rangle$ は利得のみの誤認識を含む単純ハイパーゲーム $(G^i)_{i \in N}$ より導出されるベース・ゲームである iff:

- $A_i := A_i^i$
- $u_i := u_i^i$

ベース・ゲームの導出の例 – Romance Game

$w \backslash h$	R	NR
R	4, 2	1, 3
NR	3, 1	2, 4

 G^w

$w \backslash h$	R	NR
R	2, 4	1, 3
NR	3, 1	4, 2

 G^h 

$w \backslash h$	R	NR
R	4, 4	1, 3
NR	3, 1	2, 2

 (G^w, G^h) のベース・ゲーム G

ハイパーゲームと定常状態分析

ハイパーゲームを利用した応用研究の大半は、事後的に少なくとも一人のプレイヤーにとって想定外の事態が生じている状況を扱う [5]。近年、誤認識と共存するプレーの定常状態の研究が生じつつある [12]。

Definition (プレーの想定と実際のプレーとの整合性)

利得のみの誤認識を含む単純ハイパーゲーム $(G^i)_{i \in N}$ において、 i の主観的な行動プロファイルの想定 s^{i*} は実際のプレー $(s_j^{j*})_{j \in N}$ と整合的 iff $\forall j \in N$,

$$s_j^{i*} = s_j^{j*}$$

Example (Romance game)

G^w の唯一の Nash 均衡は $s^{w*} = (NR, NR)$

G^h の唯一の Nash 均衡は $s^{h*} = (NR, NR)$

実際のプレーは $(s_w^{w*}, s_h^{h*}) = (NR, NR)$

s^{w*}, s^{h*} は、それぞれ w, h 両者にとって経験と整合的。

他者の利得に関する誤認識と共存可能なプレーの定常状態

Theorem ([8])

利得のみの誤認識を含む単純ハイパーゲーム $(G^i)_{i \in N}$ のすべてのプレーヤー i について、主観的ゲームの Nash 均衡 s^{i*} が経験と整合的ならば、 $(s_i^{i*})_{i \in N}$ は導出されたベース・ゲームの Nash 均衡でもある。

Example (Romance game)

$(s_w^{w*}, s_h^{h*}) = (NR, NR)$ は、確かに G の Nash 均衡。

以上の分析は、ゲーム理論における Nash 均衡の定常状態解釈でのプレーに必要な知識に関する以下の研究結果と整合的。

Proposition ([2])

全てのプレーヤーが合理的で、行動の組 s^* がプレーされることを知っているとする、 s^* は Nash 均衡である。

ベースゲームに複数均衡が存在する場合の 非効率性持続の可能性

- 先の定理とは逆に、全てのベース・ゲームの Nash 均衡がハイパーゲームにおける主観的ゲームの均衡となるとは限らない。
- ベース・ゲームに均衡が複数ある場合、誤認識によって、パレート効率的な均衡が認識から抜け落ちてしまう可能性がある。

Example (Romance game)

- G のもう一つの Nash 均衡 (R, R) は G^w, G^h いずれにおいても Nash 均衡ではない。
- (R, R) は、 (NR, NR) をパレート支配

改善の模索

- 他者の行動に関する想定が反証されないから [11] といって、ゲームに関する認識が正しいとは限らない。
- 一人意思決定モデルのメンタル・モデルの場合も含めて、とりわけ多主体意思決定状況においては、行動に関する仮説検定とかなり独立に潜在的な改善の可能性を模索しなければならない。
- しかし、改善の可能性の模索の一般理論は存在しない。これには独創性などが必要。

- [1] Masahiko Aoki.
Toward a Comparative Institutional Analysis.
MIT Press, Cambridge, 2001.
- [2] Robert J. Aumann and Adam Brandenburger.
Epistemic conditions for nash equilibrium.
Econometrica, 63(5):1161–80, 1995.
- [3] Kaushik Basu and Jorgen W. Weibull.
Strategy subsets closed under rational behavior.
Economic Letters, 36(2):141–146, 1991.
- [4] Peter G. Bennett.
Hypergames: Developing a model of conflict.
Futures, 12(6):489–507, 1980.
- [5] Peter G. Bennett and Chris S. Huxham.
Hypergames and what they do: 'a soft O.R.' approach.
The Journal of Operational Research Society, 33(1):41–50, 1982.
- [6] Takehiro Inohara.
Interperceptual equilibrium as a generalization of nash equilibrium in games with interperception.
IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 30(6):625–638, 2000.
- [7] Ehud Kalai and Dov Samet.
Persistent equilibria in strategic games.
International Journal of Game Theory, 13(3):129–144, 1984.
- [8] Mamoru Kaneko.
Epistemic considerations of decision making in games.
Mathematical Social Sciences, 38(2):105–137, 1999.
- [9] Norimasa Kobayashi and Kyoichi Kijima.
Optimal substructure of set-valued solutions of normal-form games and coordination.
Journal of Systems Science and Complexity, 22(1):63–76, 2009.
- [10] AKIHIKO MATSUI.
A theory of man as a creator of the world.
Japanese Economic Review, 59(1):19–32, 2008.
- [11] Karl Popper.
The Logic of Scientific Discovery.
Hutchinson, London, 1959.
- [12] Yasuo Sasaki.
Modeling Subjectivity and Interpretations in Games: A Hypergame Theoretic Approach.
PhD thesis, Tokyo Institute of Technology, 2013.
- [13] Yasuo Sasaki, Raimo P. Hämmäläinen, and Esa Saarinen.
Modeling systems of holding back as hypergames and their connections with systems intelligence.
Systems Research and Behavioral Science, pages n/a–n/a, 2014.
- [14] Yasuo Sasaki, Norimasa Kobayashi, and Kyoichi Kijima.
Hypergames with mixed strategies – equilibria and comparative statics.
In *GDN Montreal*, 2007.