

物性物理学特論第八  
メゾ・ナノスコピック系の電気伝導 参

川畑有郷

物理系欧文誌刊行センター

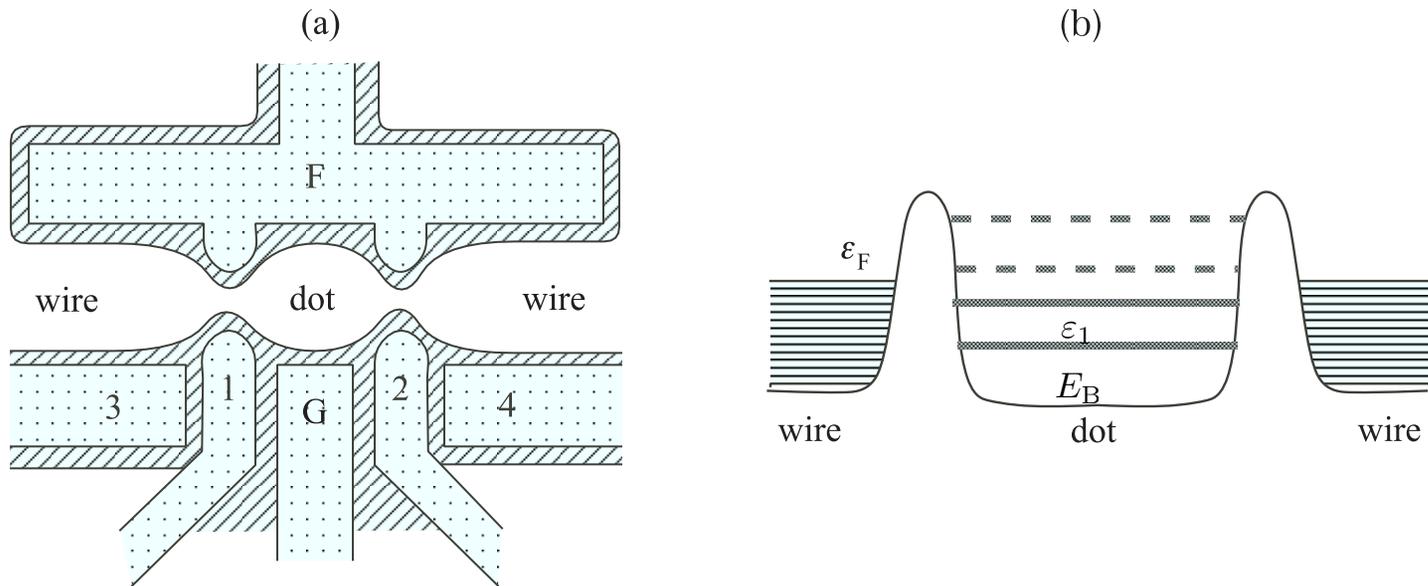
2010年7月吉日

# 1. 電子の粒子性

## ◇ クーロン・ブロッキング

クーロン斥力により電子の移動が妨げられる

量子ドット



電極 G にかける電圧  $V_G$  でポテンシャルの底のエネルギー  $E_B$  および準束縛状態  $\epsilon_1$  等を動かす

電子がドット内に  $N$  個ある時のエネルギー  $E_N$

$$E_N = \varepsilon_{[(N+1)/2]} + \frac{(Ne - Q)^2}{2C}$$

$\varepsilon_i \cdots$  準束縛状態のエネルギー,  $Q \cdots$  電極 G による有効電荷,

$C \cdots$  量子ドットの電気容量

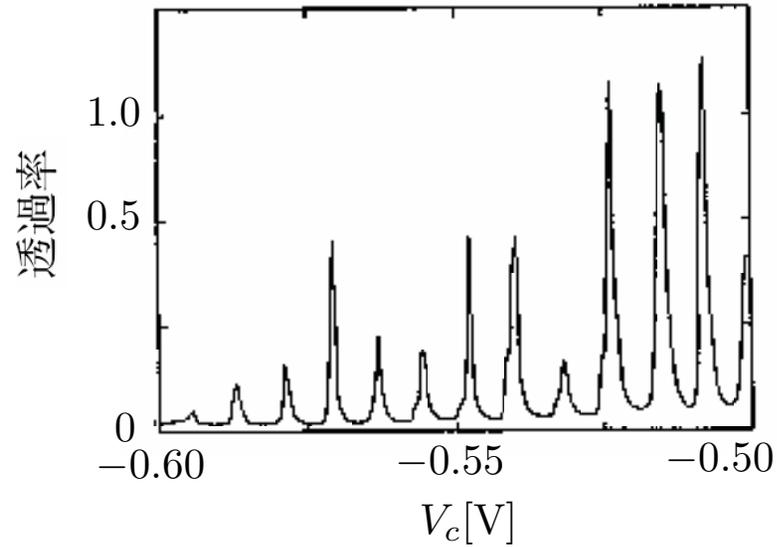
$E_{N+1} - E_N$  又は  $E_{N-1} - E_N$  なら電子が出入りできる (フェルミ準位上から)

クーロンエネルギーに対して  $\varepsilon_i$  が無視できるとすると,

$$E_{N+1} - E_N = \frac{(Ne - Q)^2}{2C} - \frac{((N+1)e - Q)^2}{2C} = \frac{eQ - (N + 1/2)e^2}{C} = 0$$

から,  $Q = (N + \frac{1}{2})e$

$Q = CV_G$  とすると,  $E_{N+1} - E_N = 0$  となる  $V_G$  の値は等間隔



◇  $C$ ,  $\varepsilon_i$  の見積もり

ドットの半径  $R = 0.3\mu\text{m}$ ,  $\epsilon = 13\epsilon_0(\text{GaAs})$ ,  $C = 8\epsilon R = 3 \times 10^{-16}\text{F}$  (2次元),

$$\frac{e^2}{2C} = 0.3\text{meV}$$

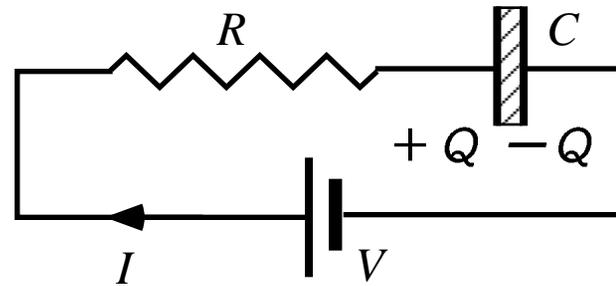
電子の面密度  $= 2 \times 10^{15}\text{m}^{-2}$ , ドット内の電子数  $\approx 500$ ,  $\varepsilon_F = 8\text{meV}$ ,

$\varepsilon_i$  の間隔  $\approx 2\varepsilon_F/N = 0.03\text{meV}$

実験では,  $\Delta V_G = 0.01V$ ,  $\Delta V_G = Ce$  と考えると  $C = 1.6 \times 10^{-17}F$

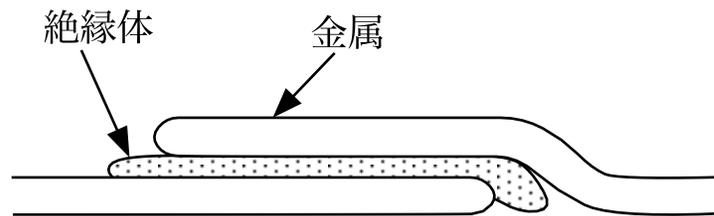
ドットの大きさからは  $C = 3 \times 10^{-16}F \dots$  まあまあ

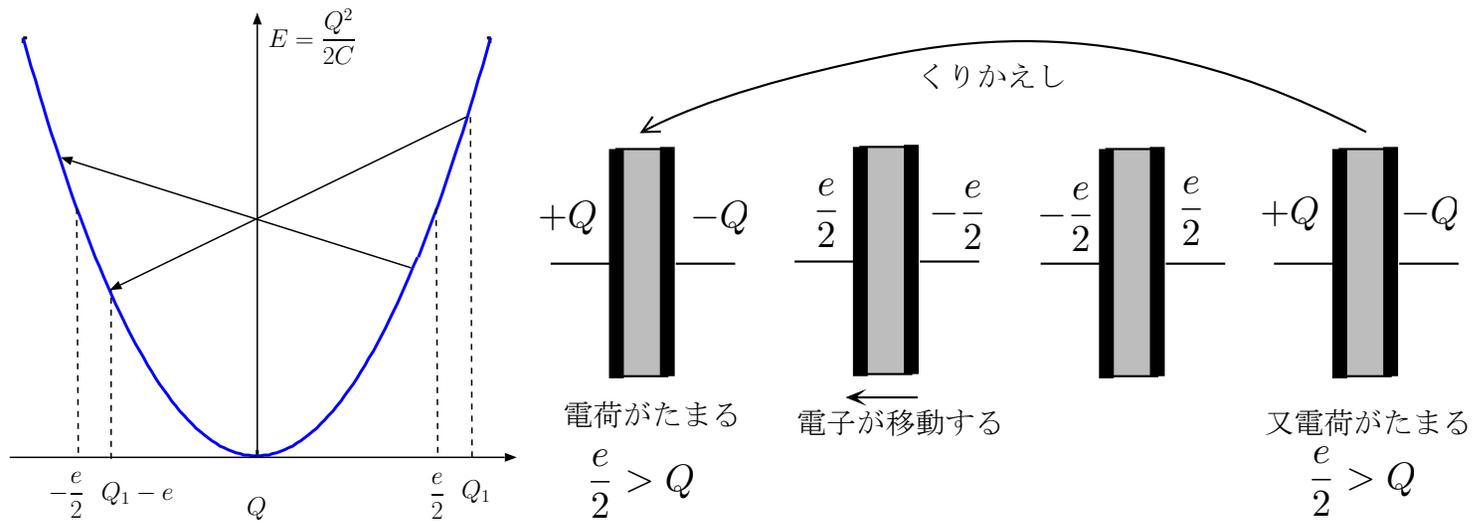
## 2. 単電子トンネル効果 (SET)



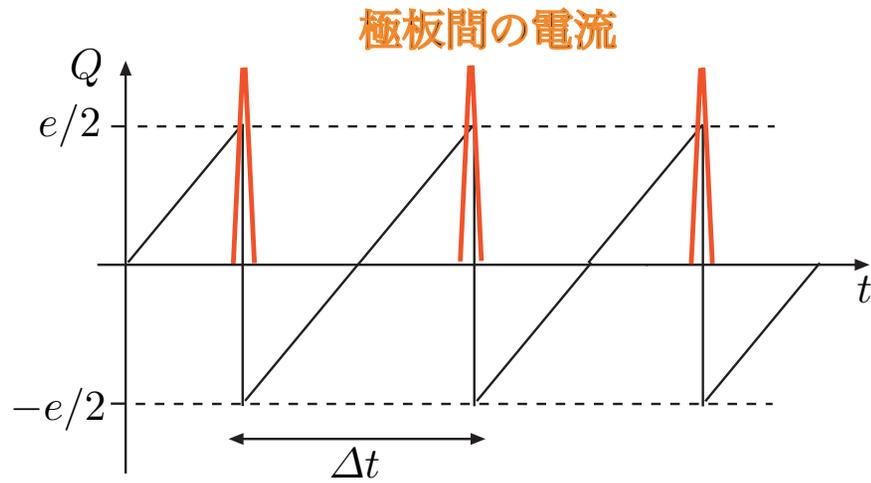
$R \dots$  抵抗  $V \dots$  電池  $C \dots$  コンデンサー  $I \dots$  電流

コンデンサー: 大きさ  $0.1\mu\text{m} \times 0.1\mu\text{m}$  程度, 極板間隔  $10\text{nm}$  程度





電荷  $Q$  の時間変化  $\Delta t I = e, \Delta t = e/I$



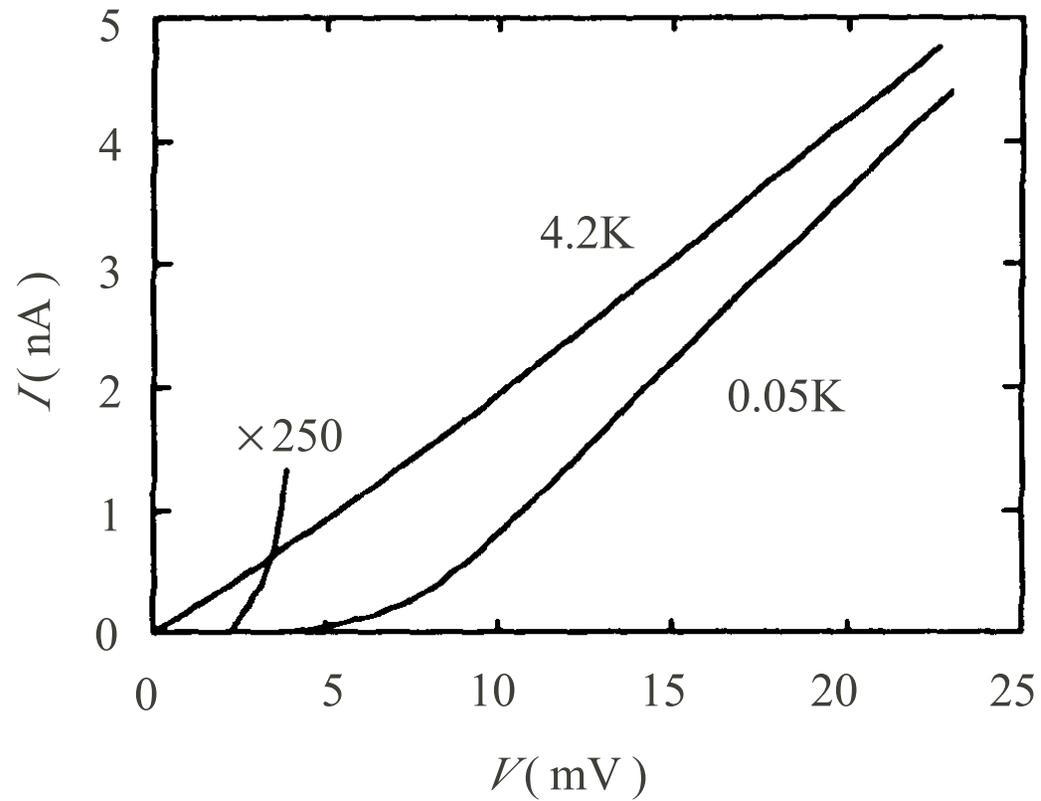
電荷が  $\frac{e}{2}$  以上たまるためには,  $V > \frac{e}{2C}$  でなければならない。

SETが働くためには  $k_B T \ll \frac{e^2}{2C}$  でなければならない

コンデンサーの大きさ ...  $0.07\mu\text{m} \times 0.09\mu\text{m}$ , 極板間隔 ...  $1\text{nm}$

絶縁体が酸化アルミニウムの場合 ...  $1\mu\text{m}^2$  当たり  $45 \times 10^{-15}\text{F}$  (経験則)

$$C = 0.28 \times 10^{-15}\text{F}, \quad \frac{e^2}{2C} = 4.5 \times 10^{-23}\text{J} = k_B \times 3.3\text{K} = 0.29\text{meV}$$



実際には，コンデンサーを19個直列につないでいる  $V = 5\text{mV}$  のとき，一つのコンデンサーにかかる電圧  $\cdots 0.26\text{mV}$

量子力学的には，電子が2つの電極にまたがっている状態も可能

電子が極板1上のFermiエネルギーより下の状態から，極板2のFermiエネルギーより上の状態に遷移した状態が混じる確率振幅。飛び移りのエネルギーを $t$ とすると

$$A = \int_0^{E_F} dE_1 \int_{E_F}^{E_B} dE_2 \frac{N_F^2 |t|^2}{(\Delta E + E_2 - E_1)^2}$$

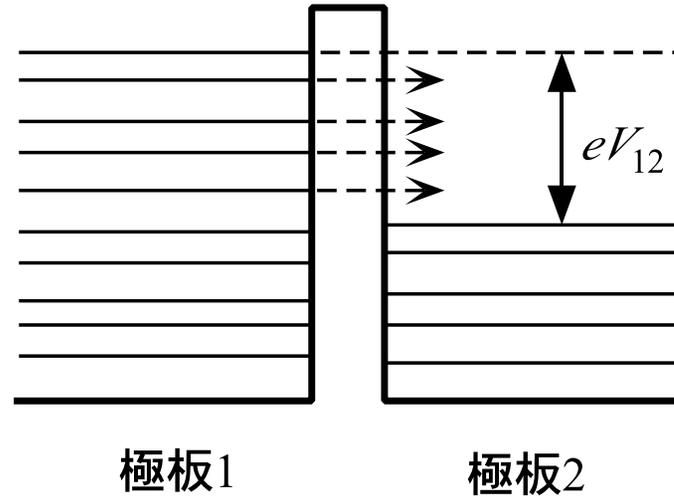
$$t \cdots \text{飛び移りのエネルギー}, \quad \Delta E \cdots \text{クーロンエネルギー} \quad \approx \frac{e^2}{2C}$$

$E_B \cdots$  エネルギー・バンド上端のエネルギー， $N_F \cdots$  状態密度

$$A = N_F^2 |t|^2 \log \frac{(\Delta E + E_F)(\Delta E + E_B)}{\Delta E(\Delta E + E_F + E_B)} \approx N_F^2 |t|^2 \ll 1 \quad \text{でなければならない}$$

高温におけるトンネル抵抗値と結びつけられる

極板間に  $V_{12}$  の電位差を加えたとする



単位時間にトンネルする電子数

$$N_e = 2eV_{12}N_F \frac{2\pi|t|^2 N_F}{\hbar}, \quad \text{電流} = eN_e, \quad \text{抵抗} : R = \frac{\hbar}{4\pi e^2 |t|^2 N_F^2}$$

$$N_F^2 |t|^2 \ll 1 \quad \text{から}, \quad R \gg \frac{\hbar}{e^2}$$

### 3. 超伝導体微小コンデンサーでのトンネル効果—ブロッホ振動

◇ クーロンエネルギーが弱い場合—Josephson 効果

電子は pair で行動

極板 1, 2 上に電子が  $N_1, N_2$  個いる状態  $\cdots \Phi_0 = |N_1\rangle|N_2\rangle$

極板 1, 2 の化学ポテンシャルは同じとする

$\Phi_n = |N_1 + 2n\rangle|N_2 - 2n\rangle \cdots$  すべて縮退している

飛び移りの行列要素  $\cdots (\Phi_m, \hat{H}\Phi_n) = -E_J\delta_{m,n\pm 1}$

タイトバインディング・モデルと同じ形

固有関数：  $\Psi(\phi) = \sum_n e^{in\phi}\Phi_n$ , ブロッホ関数の形

$$\begin{aligned}
\hat{H}\Psi(\phi) &= \sum_m \Phi_m(\Phi_m, \hat{H}\Psi(\phi)) = \sum_{m,n} \Phi_m e^{in\phi}(\Phi_m, \hat{H}\Phi_n) \\
&= -E_J \sum_n (e^{in}\Phi_{n+1} + e^{in}\Phi_{n-1}) = -E_J \sum_n (e^{i(n-1)} + e^{i(n+1)})\Phi_n \\
&= -2E_J \cos \phi \Psi(\phi), \quad \text{固有エネルギー} : \quad E(\phi) = -2E_J \cos \phi
\end{aligned}$$

演算子  $\hat{n}$  :  $\hat{n}\Phi_n = n\Phi_n$

$$\hat{n}\Psi(\phi) = \sum_n e^{in\phi} n\Phi_n = -i \frac{d}{d\phi} \Psi(\phi), \quad \hat{n} = -i \frac{d}{d\phi}, \quad [\phi, \hat{n}] = i$$

極板2から1への電流の演算子  $\hat{I} = -2e \frac{d\hat{n}}{dt} = \frac{2ei}{\hbar} [\hat{n}, \hat{H}] = \frac{2e}{\hbar} \left[ \frac{d}{d\phi}, \hat{H} \right]$

## 電流の期待値

$$\begin{aligned} I(\phi) &= (\Psi(\phi), \hat{I}\Psi(\phi)) = \frac{2e}{\hbar} \left( \Psi(\phi), \frac{d}{d\phi} \hat{H} - \hat{H} \frac{d}{d\phi} \Psi(\phi) \right) \\ &= \frac{2e}{\hbar} \left( \Psi(\phi), \frac{d}{d\phi} (E(\phi)\Psi(\phi)) - E(\phi) \frac{d}{d\phi} \Psi(\phi) \right) = \frac{2e}{\hbar} \frac{dE(\phi)}{d\phi} \\ &= \frac{4e}{\hbar} E_J \sin \phi \end{aligned}$$

極板1, 2の化学ポテンシャルは同じとする  $\rightarrow$  電位差がなくても電流が流れる

(電流が流れても電位差が出来ない)  $\cdots$  Josephson 効果

極板間に電圧  $V$  を加えると,  $\Phi_n \rightarrow \Phi_n e^{2ineVt/\hbar}$

$$\Psi(\phi) \rightarrow \sum_n e^{in(\phi + 2eVt/\hbar)} = \Psi(\phi + 2eVt/\hbar)$$

$$I(\phi) \rightarrow \frac{4e}{\hbar} E_J \sin(\phi + 2eVt/\hbar)$$

電流が振動数  $eV/(\pi\hbar)$  で振動する … 電圧の標準

◇ クーロン・エネルギーが強い場合

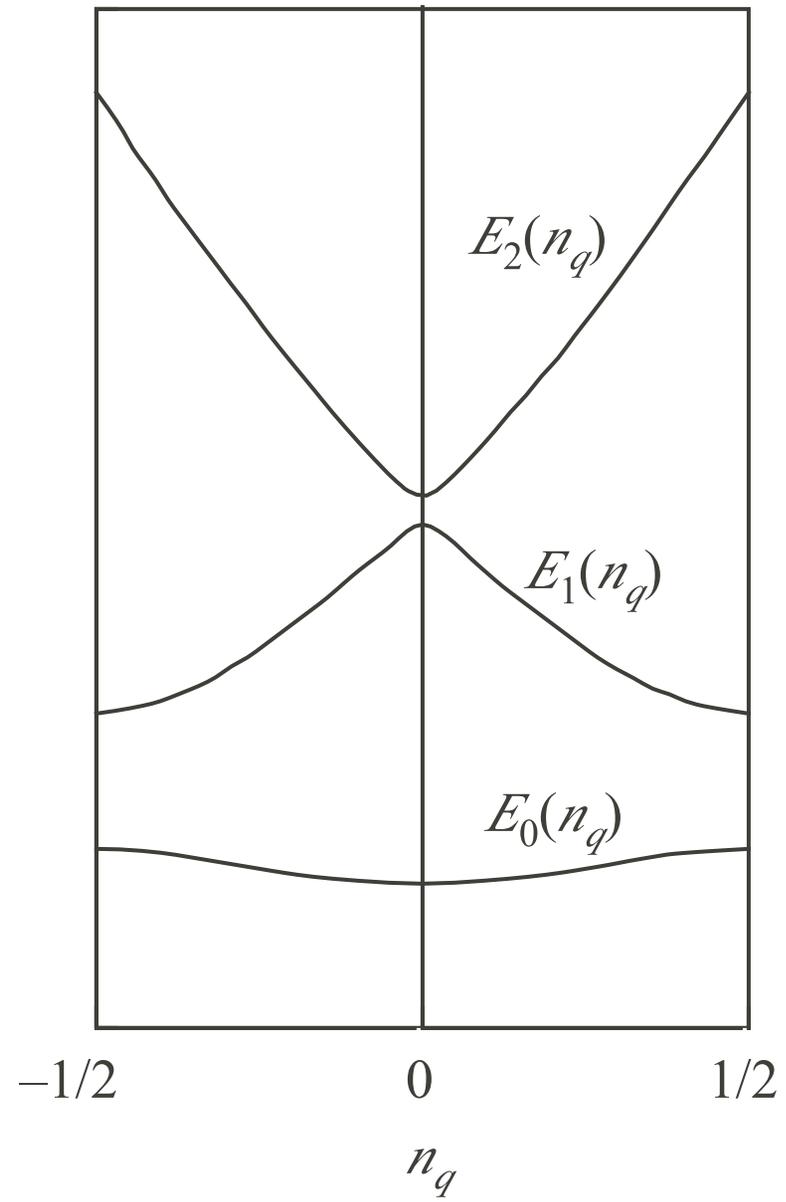
極板1, 2の間の静電容量…  $C$  (小さい)

$n = 0$ のとき, 極板1, 2は「中性」とすると,  $\Phi_n$ のクーロンエネルギー:  $\frac{(2ne)^2}{2C}$

$\phi$ 表示では,  $\hat{n} = -i \frac{d}{d\phi}$

ハミルトニアン:  $\hat{H} = -\frac{2e^2}{C} \frac{d^2}{d\phi^2} - 2E_J \cos \phi$

Brilluoin zone  $-\frac{1}{2} < n_q < \frac{1}{2}$



極板2から1へ定電流  $I$  を流す  $\frac{d\hat{n}}{dt} = \frac{I}{2e} = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}_1, \hat{n}]$

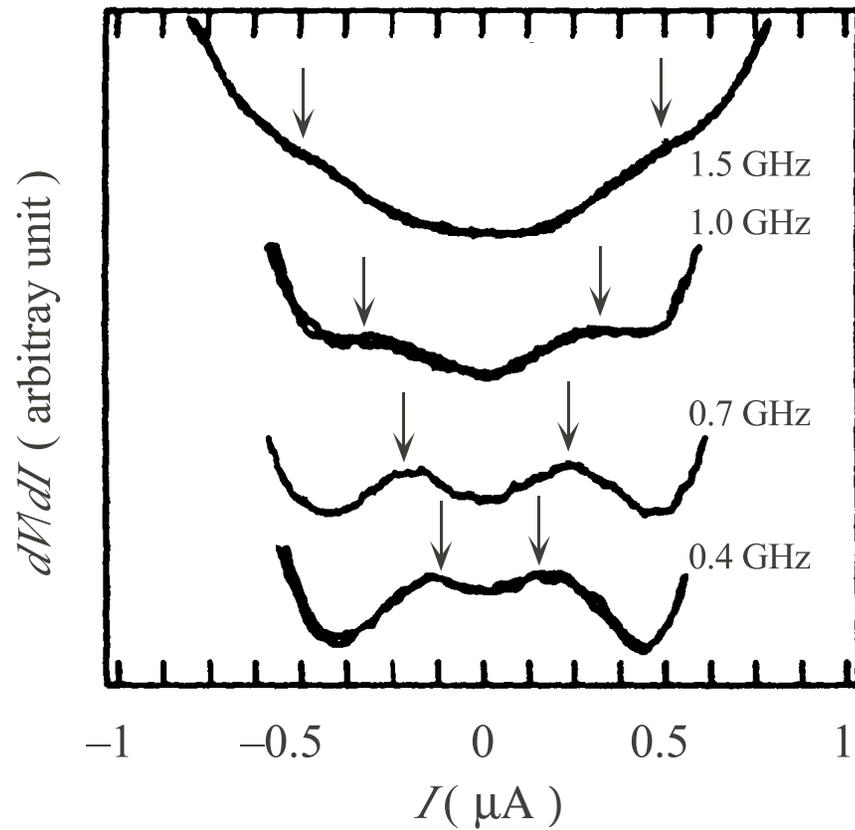
これから,  $\hat{H}_1 = -\frac{\hbar I}{2e}\phi$

ブロッホ電子に一樣な電場を加えた事に相当：加速方程式  $\frac{dn_q}{dt} = \frac{I}{2e}$

$n_q = \frac{1}{2}$  に達すると,  $n_q = -\frac{1}{2}$  に飛び移る。周期は  $\frac{2e}{I}$

extended zone で考えれば, 周期  $\frac{2e}{I}$  で  $n_q \approx n$  が1ずつ増加

振動数  $f = \frac{I}{2e}$  の電磁波を出す



コンデンサーの極板面積： $0.01\mu\text{m}^2$ ,  $C = 0.5 \times 10^{-15}\text{F}$

振動数  $f$  の電磁波を加えて  $dV/dI$  の極大を見る。

$f = 0.7\text{GHz}$  で,  $I = 2ef = 0.224\text{pA}$