

物性物理学特論第八
メゾ・ナノスコピック系の電気伝導 式

川畑有郷

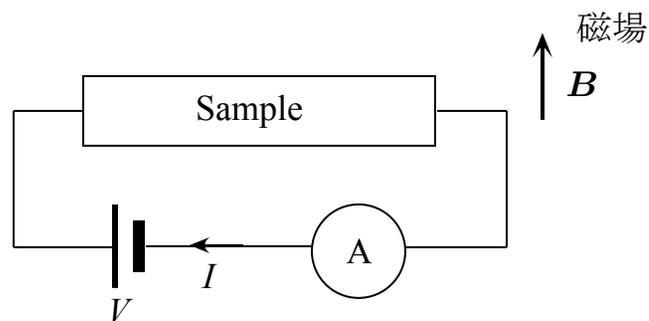
物理系欧文誌刊行センター

2010年7月吉日

1. メゾスコピック系における電子波の干渉効果

◇ 負の磁気抵抗とは？

◇ 磁気抵抗とは？



電気抵抗 $\cdots R(B) \equiv \frac{V}{I} = R_0(\text{磁場なし}) + \Delta R(B)$

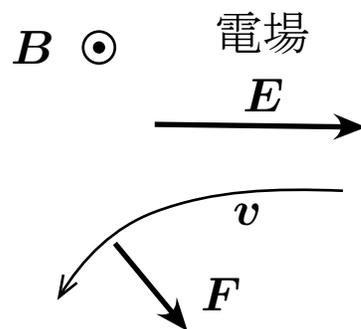
比抵抗, 又は抵抗率 $\cdots \rho(B) \equiv R(B) \frac{S}{L} = \rho_0 + \Delta\rho(B)$

電気伝導率 $\cdots \sigma(B) = \sigma_0 + \Delta\sigma(B)$

$\Delta\rho(B) \cdots$ 磁気抵抗, $\frac{\Delta\rho(B)}{\rho_0} = \frac{\Delta R(B)}{R_0}$, $\Delta\sigma(B) = -\frac{\Delta\rho(B)}{\rho_0^2} \cdots$ 磁気伝導率

◇ 簡単に考えると $\Delta\rho(B) > 0$ (正の磁気抵抗)

磁場中では電子にローレンツ力が働く： $\mathbf{F} = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

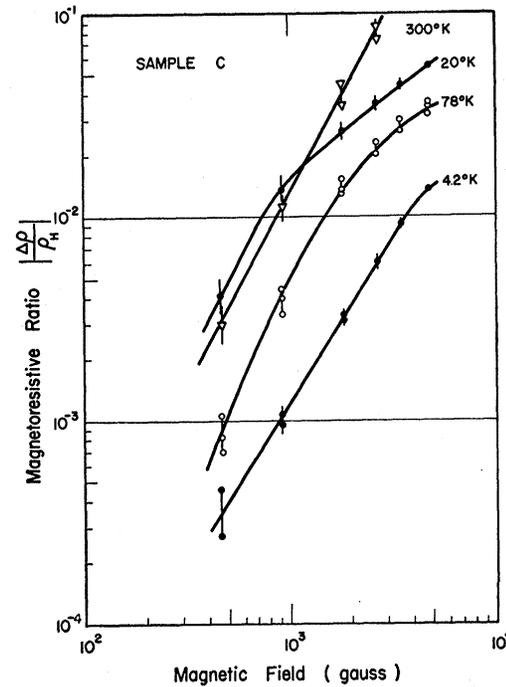


電子の軌道が曲がる \rightarrow 電流が減る \rightarrow 抵抗がふえる

実際には、 $\Delta\rho(B)$ を正確に測るには、技巧が必要！

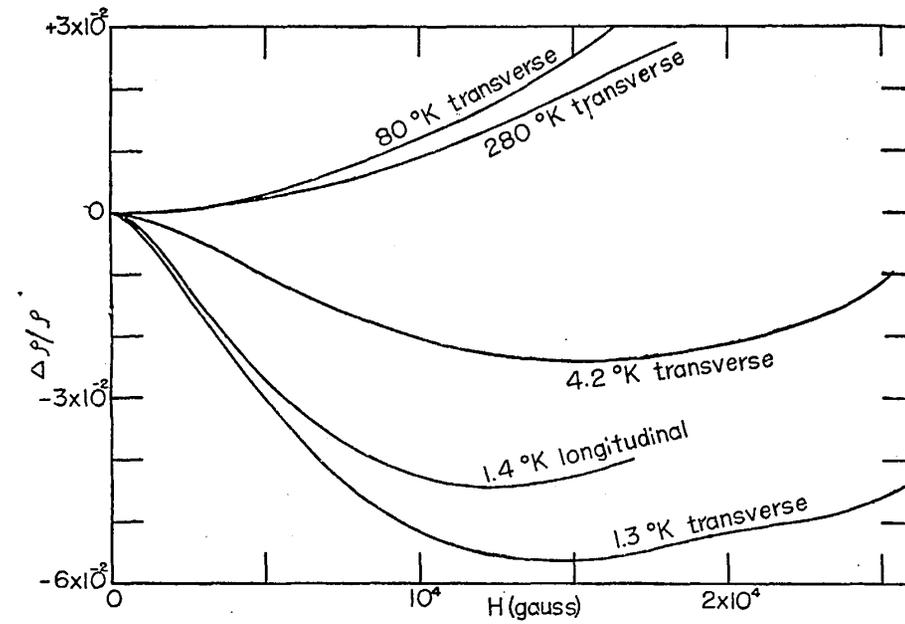
2. 負の磁気抵抗の発見

H. Fritzsche & K. Lark-Horovitz; Phys. Rev. **99** (1955) 400



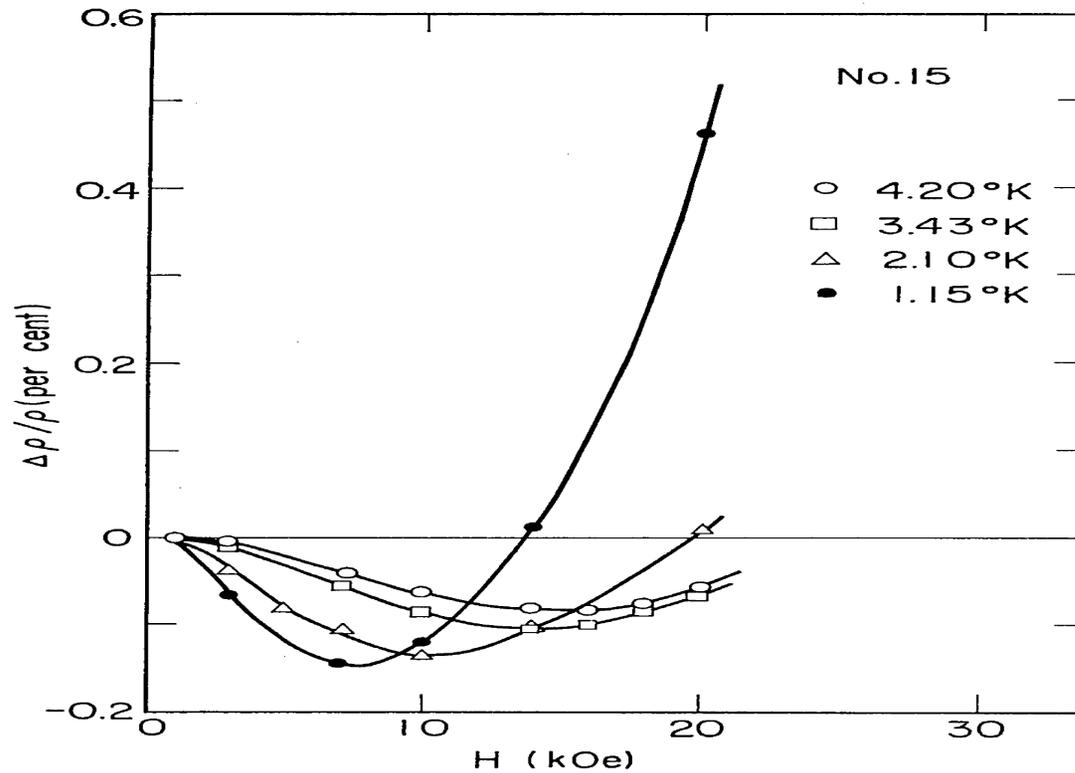
$|\Delta\rho(B)/\rho_0|$ vs. magnetic field (4.2K のみ $\Delta\rho(B) < 0$), InSb

W. Sasaki & Y. Kanai; J. Phys. Soc. Jpn. **11** (1956) 894



$\Delta\rho(B)/\rho_0$ vs. magnetic field , Ge

C. Yamanouchi, K. Mizuguchi & W. Sasaki; J. Phys. Soc. Jpn. 22
(1967) 859

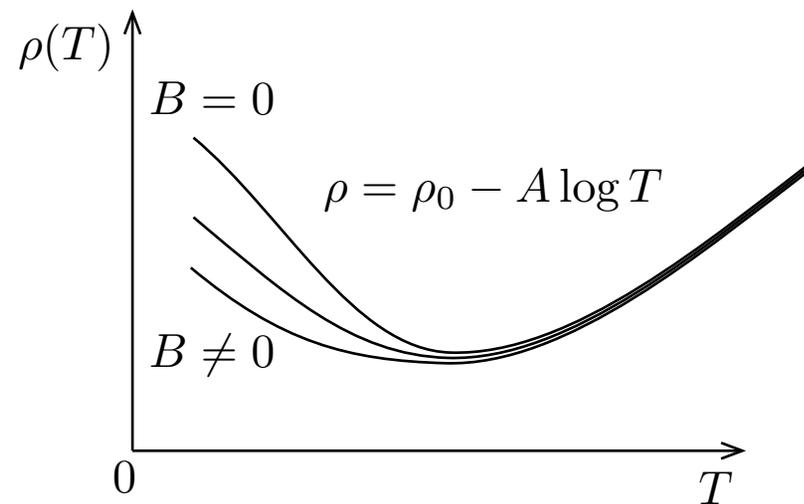


$\Delta\rho(B)/\rho_0$ vs. magnetic field , Si

負の磁気抵抗の研究： 1960年前後大流行 → その後急速に衰える

理論的説明： 近藤効果？

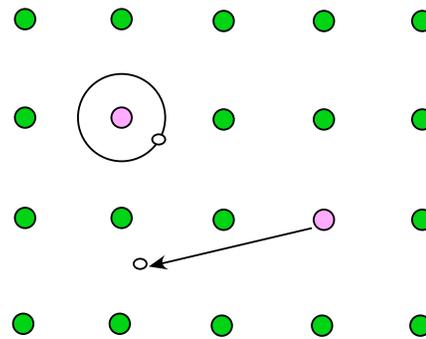
磁性不純物を含む金属 … 電子のスピンが関係している



半導体中に磁性不純物があるか？

Ge (4価) に Sb (5価) を加える Donor

● Ge (neutral) ● Sb (+1 ion) ○ 余剰電子



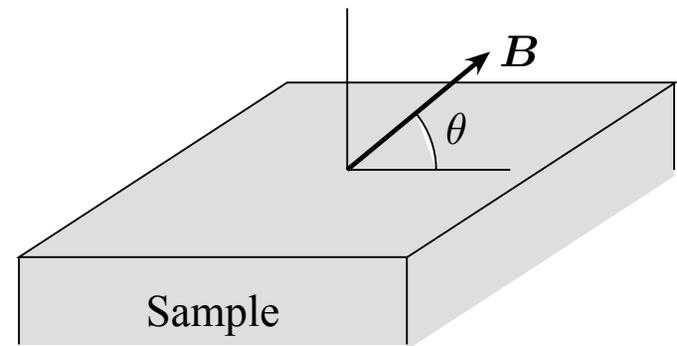
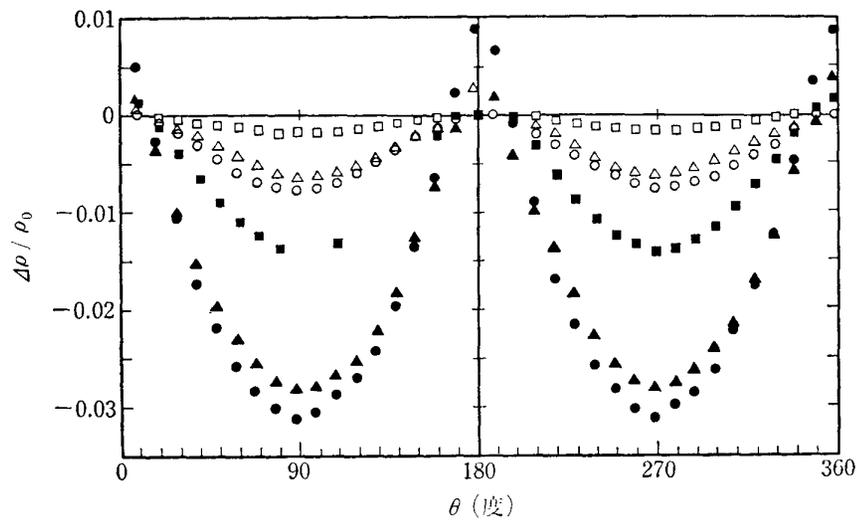
余剰電子

- Sb イオンを離れて，結晶中を動き回る (伝導電子)
- Sb イオンに，水素原子のように捕まる．スピンの自由度がある → 磁性不純物の役目をする？ 定量的な予言が困難 → うやむやに終わる

◇ スピンの効果か軌道運動の効果か？

2次元系における負の磁気抵抗の発見 (Csを吸着させたSi表面に, 2次元電子系が出来る) … 磁場の角度への依存性

Y. Kawaguchi, H. Kitahara & S. Kawaji; Surf. Science **73** (1978) 520



$\Delta\rho(B)/\rho_0$ vs. θ

$\Delta\rho(B)$ は、磁場の垂直成分にのみ依存する → **軌道運動の効果！**

◇ アンダーソン局在の4人組理論

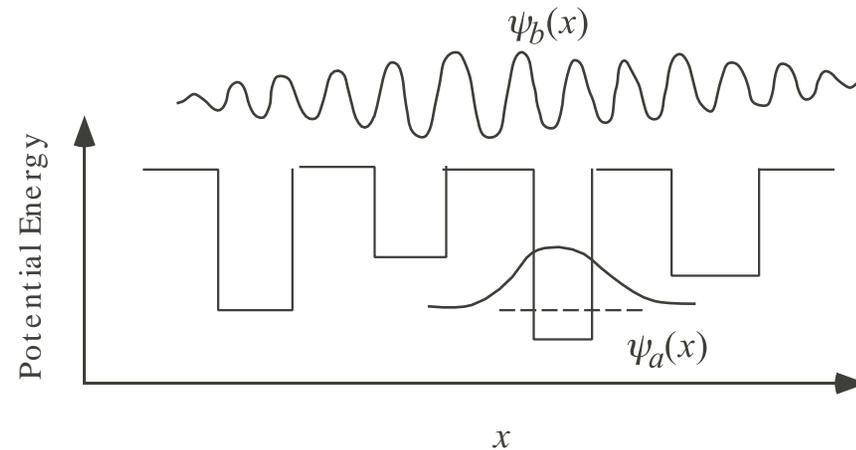
E. Abrahams, P.W. Anderson, D.C. Licciardello, and T.V. Ramakrishnan;
Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 673

すべての2次元系は絶縁体である

(ただし、無限に大きい試料で、絶対零度のばあい)

◇ Anderson 局在

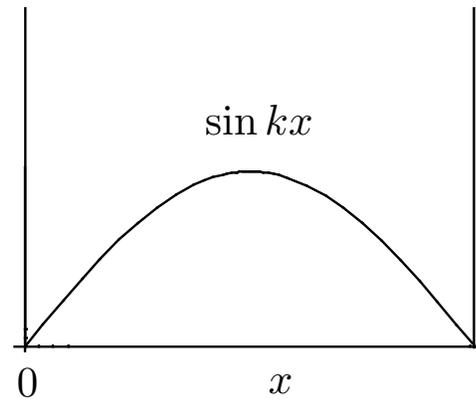
乱れ（不純物等）のある伝導体では，固有状態（固有関数）が局在する場合がある



$\psi_a(x)$ … 局在した固有状態， $\psi_b(x)$ … 束縛状態（似て非なるもの）

4人組理論 … 2次元系では，すべての固有状態は局在している

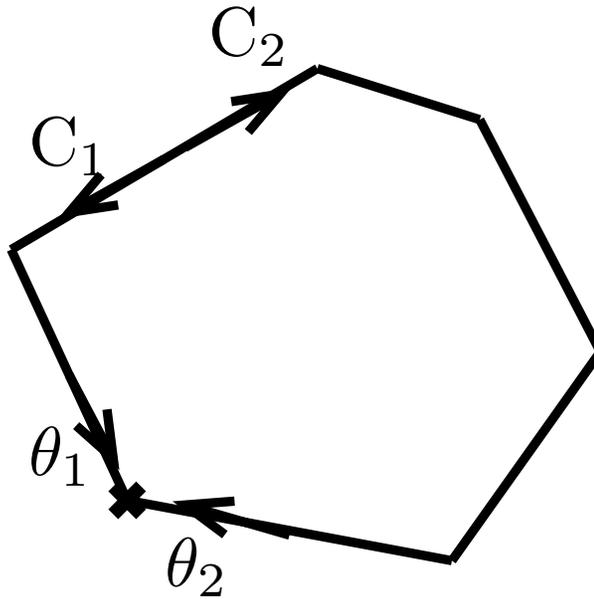
局在 … 電子波の干渉, 特に時間反転に関して対称な二つの波



$$\text{例} : \sin kx = \frac{1}{2i} (e^{ikx} - e^{-ikx})$$

$e^{ikx} \longleftrightarrow e^{-ikx}$ 互いに時間反転の状態

◇ 別の見方 (2,3次元)



経路 C_1 と C_2 は時間反転の関係

二つの波が同時に同じ点を出発して元に戻ったときの位相と振幅は同じ

元の点に戻る確率は 一つの経路で戻る場合に比べて

古典力学 2倍 量子力学 $(1 + 1)^2 = 4$ 倍 (干渉効果)

波の干渉効果を取り入れると、電気伝導率は小さくなる

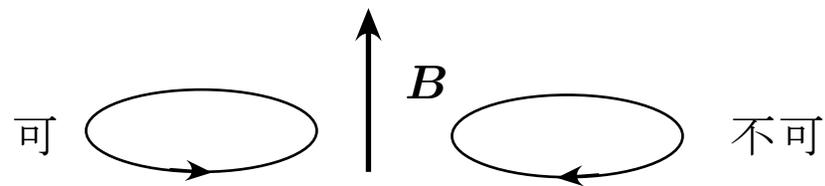
$$\sigma_{\text{int}} = \sigma_B + \Delta\sigma_{\text{int}}$$

σ_B … 古典的電気伝導率 (Boltzmann conductivity)

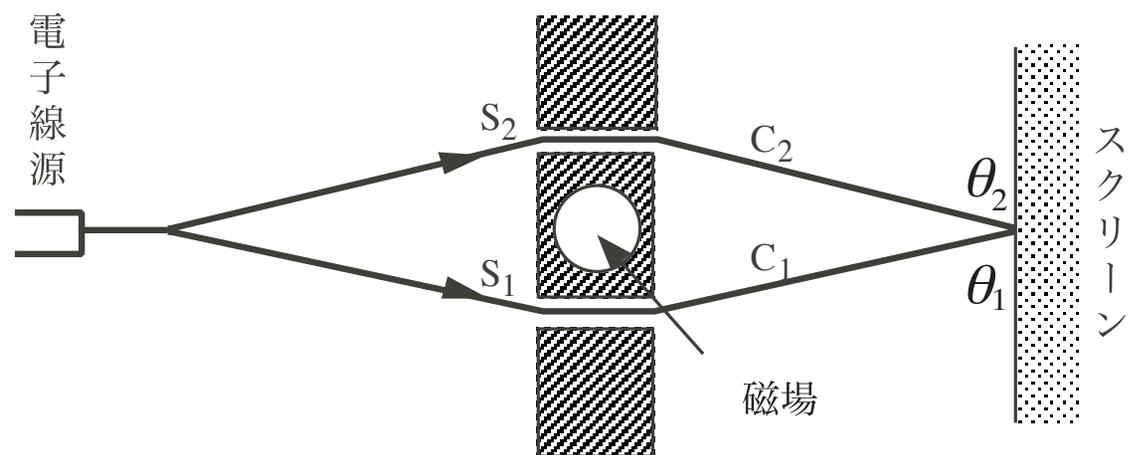
$\Delta\sigma_{\text{int}}$ … 干渉効果による補正 (< 0)

◇ 局在を壊すもの

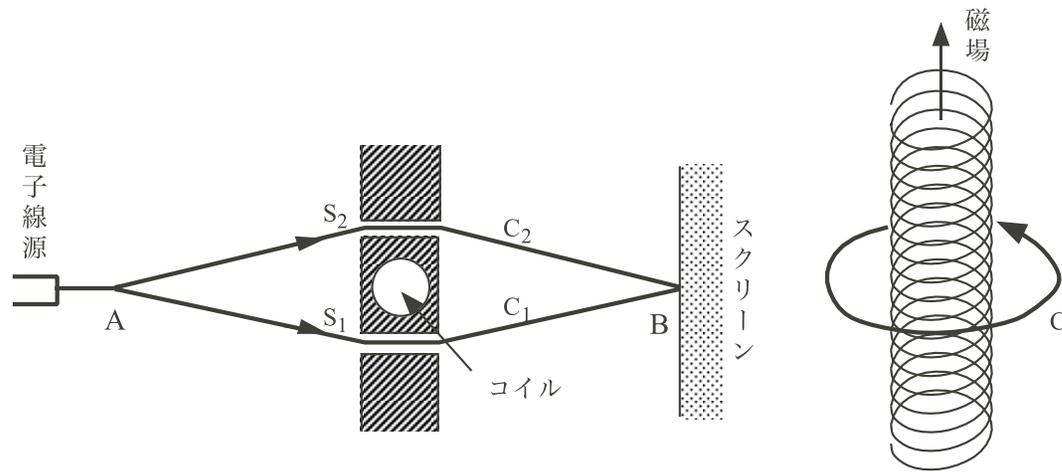
磁場 … 時間反転対称性を壊す



◇ アハロノフ・ボーム効果 (AB効果)



磁場は電子が通る場所では0でも波の位相の変化により干渉パターンが変わる



コイルの外では, $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0$. ただし, $\mathbf{A}(\mathbf{r}) \neq 0$

Stokes の定理

$$\oint_C \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \iint_S \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} = \Phi \text{ (磁束)}$$

磁場中の Schrödinger 方程式.

$$\left[\frac{\{\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\mathbf{r})\}^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r})$$

磁場のない時の解を $\psi_0(\mathbf{r})$ とする.

$$\left[\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \right] \psi_0(\mathbf{r}) = E\psi_0(\mathbf{r})$$

磁場中の解は,

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) \exp \left\{ -\frac{ie}{\hbar} \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}} \mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}' \right\}$$

$$\theta(\mathbf{r}) \equiv -\frac{e}{\hbar} \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}} \mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}' \quad \text{と書く。即ち}$$

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) e^{i\theta(\mathbf{r})}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{p}}\psi(\mathbf{r}) &= \{\hat{\mathbf{p}}\psi_0(\mathbf{r})\} \exp\left\{-\frac{ie}{\hbar} \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}} \mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}'\right\} \\
&+ \psi_0(\mathbf{r})\hat{\mathbf{p}} \exp\left\{-\frac{ie}{\hbar} \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}} \mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}'\right\} \\
&= [\{\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A}(\mathbf{r})\} \psi_0(\mathbf{r})] \exp\left\{-\frac{ie}{\hbar} \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}} \mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}'\right\} \\
\{\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\mathbf{r})\} \psi(\mathbf{r}) &= \{\hat{\mathbf{p}}\psi_0(\mathbf{r})\} \exp\left\{-\frac{ie}{\hbar} \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}} \mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}'\right\} \\
\{\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\mathbf{r})\}^2 \psi(\mathbf{r}) &= \{\hat{\mathbf{p}}^2\psi_0(\mathbf{r})\} \exp\left\{-\frac{ie}{\hbar} \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}} \mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}'\right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\left[\frac{\{\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\mathbf{r})\}^2}{2m} + V(\mathbf{r})\right] \psi(\mathbf{r}) = \left[\left\{\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\mathbf{r})\right\} \psi_0(\mathbf{r})\right] e^{i\theta(\mathbf{r})} \\
&= E\psi_0(\mathbf{r})e^{i\theta(\mathbf{r})} = E\psi(\mathbf{r})
\end{aligned}$$

S_i を通った場合 ($k = 1, 2$)

$$\theta_k = -\frac{e}{\hbar} \int_{S_k} \mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}'$$

波動関数

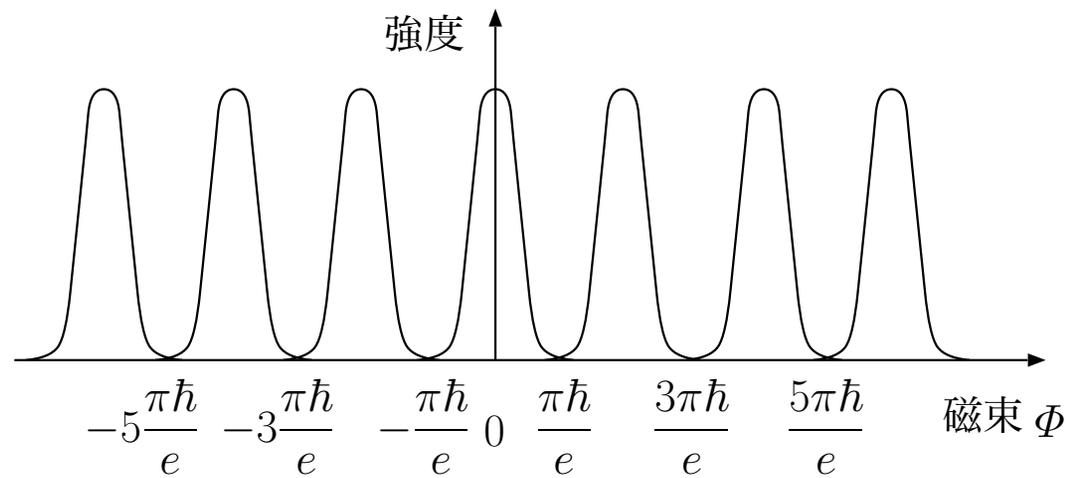
$$\psi_k(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) e^{i\theta_k}$$

$$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = \frac{e}{\hbar} \oint_C \mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}' = \frac{e}{\hbar} \Phi$$

干渉縞

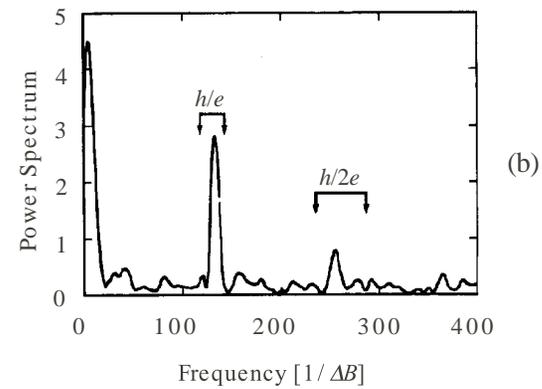
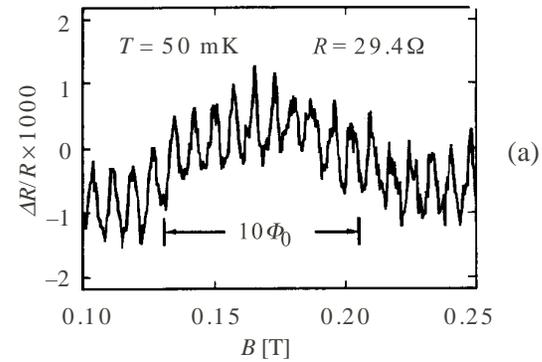
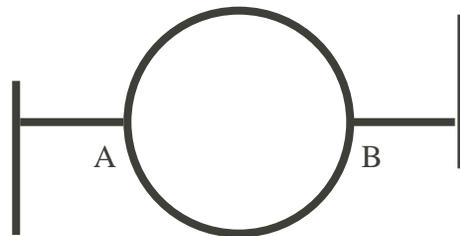
$$\begin{aligned} |\psi_1(\mathbf{r}) + \psi_2(\mathbf{r})|^2 &= |\psi_0(\mathbf{r})|^2 |e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2}|^2 = 2|\psi_0(\mathbf{r})|^2 (1 + \cos \Delta\theta) \\ &= 2|\psi_0(\mathbf{r})|^2 \left(1 + \cos \frac{e}{\hbar} \Phi\right) \end{aligned}$$

スクリーン中心での電子線の強度



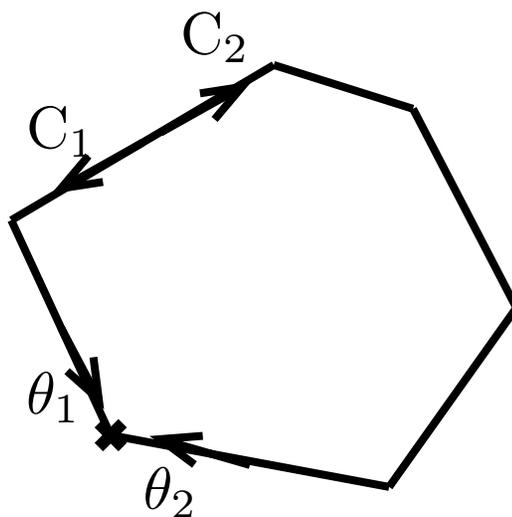
$$\Delta\Phi = \frac{2\pi\hbar}{e} \text{の周期で振動}$$

- 電子回路でのAB効果： $\Phi = B \times \text{輪の面積}$



電子は磁場でなくベクトル・ポテンシャルを感じる

R.A. Webb et al. PRL **54** (1985) 2696



磁場中で C_1 , C_2 を通って, 元に戻った波の位相 θ_1, θ_2

$$\psi_1(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r})e^{i\theta_1}, \quad \psi_2(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r})e^{i\theta_2}, \quad \theta_1 = -\theta_2 = \frac{e}{\hbar}\Phi$$

干渉効果

$$\begin{aligned} |\psi_1(\mathbf{r}) + \psi_2(\mathbf{r})|^2 &= |\psi_0(\mathbf{r})|^2 |e^{i\theta_1} + e^{-i\theta_1}|^2 = 4|\psi_0(\mathbf{r})|^2 \left(\cos^2 \frac{e}{\hbar}\Phi\right) \\ &= 2|\psi_0(\mathbf{r})|^2 \left(1 + \cos \frac{2e}{\hbar}\Phi\right) \text{ (軌道により } \Phi \text{ は異なる)} \end{aligned}$$

磁場中では元に戻りにくい → 電子は遠くに行きやすい

磁場による抵抗の減少

$$\sigma \equiv \frac{1}{\rho} \quad \dots \text{電気伝導率}, \quad \sigma = \sigma_0(\text{磁場なし}) + \Delta\sigma(B) = \frac{1}{\rho_0 + \Delta\rho(B)}$$

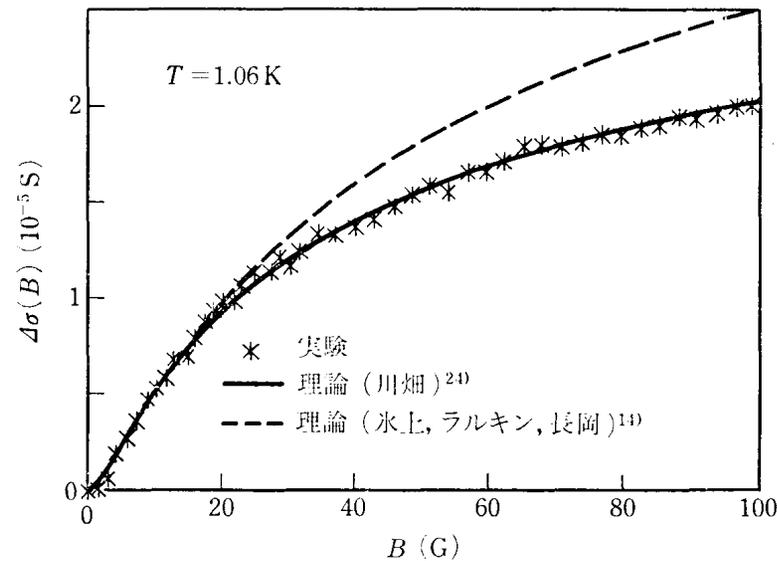
$\Delta\rho(B) < 0$ なら $\Delta\sigma(B) > 0$ … 正の磁気伝導率

理論： S. Hikami, A.I. Larkin, and Y. Nagaoka; Prog. Theor. Phys. **63**
(1980) 707 (2次元)

$$\Delta\sigma(B) = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \log B \quad \dots \text{物質のパラメータを含まない}$$

改良した理論： A. Kawabata; J. Phys. Soc. Jpn. 53 (1984) 3540

実験： S. Kawaji, K. Kuboki, H. Shigeno, T. Nambu,
J. Wakabayashi, J. Yoshino & H. Sakai; Proc. Int. Conf.
Semcond. Phys. 1984



$\Delta\sigma(B)$ vs. magnetic field GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$

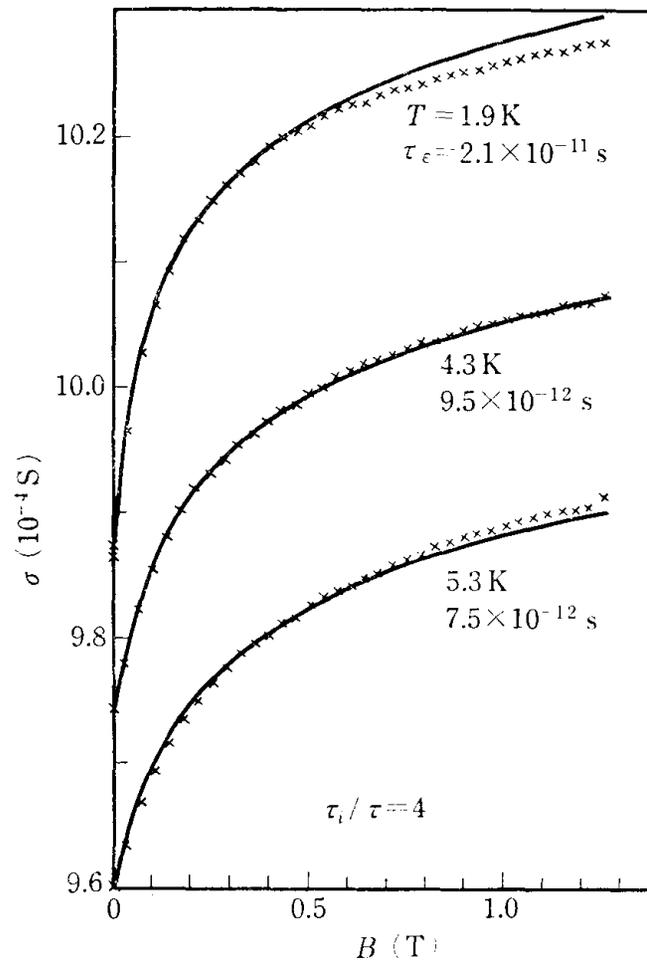
パラメーター： 非弾性散乱時間 (非弾性散乱は干渉を壊す)

非弾性散乱時間の理論

B.L. Altshuler, A.G. Aronov, and D.E. Khmelnitsky; J. Phys. C **15** (1982)

7367

S. Kawaji & Kawaguchi; J. Phys.Soc. Jpn. **53** (1984) 2868



$\Delta\sigma(B)$ vs. magnetic field at various temperatures Si-Mos

◇ 3次元系の負の磁気抵抗

十分によい導体では，固有状態は局在しないはず…それでも負の磁気抵抗は観測される

局在の揺らぎは存在する



磁場のない場合 $\sigma_0 = \sigma_c + \sigma_q$

σ_c … 量子力学的効果（局在のゆらぎの効果）が入っていない

σ_q … 量子力学的効果（局在のゆらぎの効果）による補正 < 0

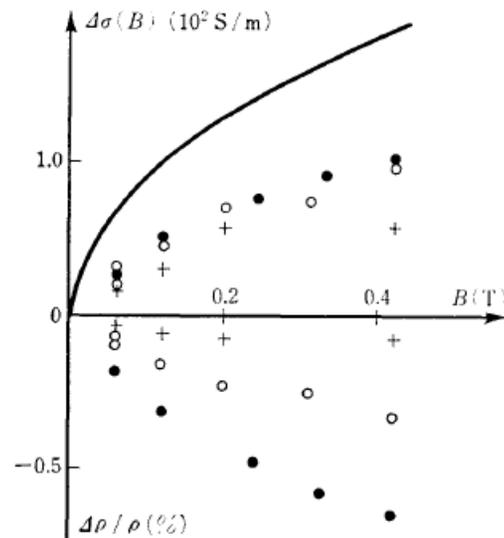
磁場は，局在の揺らぎを壊す $\rightarrow |\sigma_q|$ の減少

磁場中では $\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma(B)$ ， $(\Delta\sigma(B) > 0)$

理論： A. Kawabata; J. Phys. Soc. Jpn. **49** (1980) 628

$$\Delta\sigma(B) = 0.605 \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \sqrt{\frac{eB}{\hbar}} \quad \dots \text{物質によらない (単純なバンド構造の場合)}$$

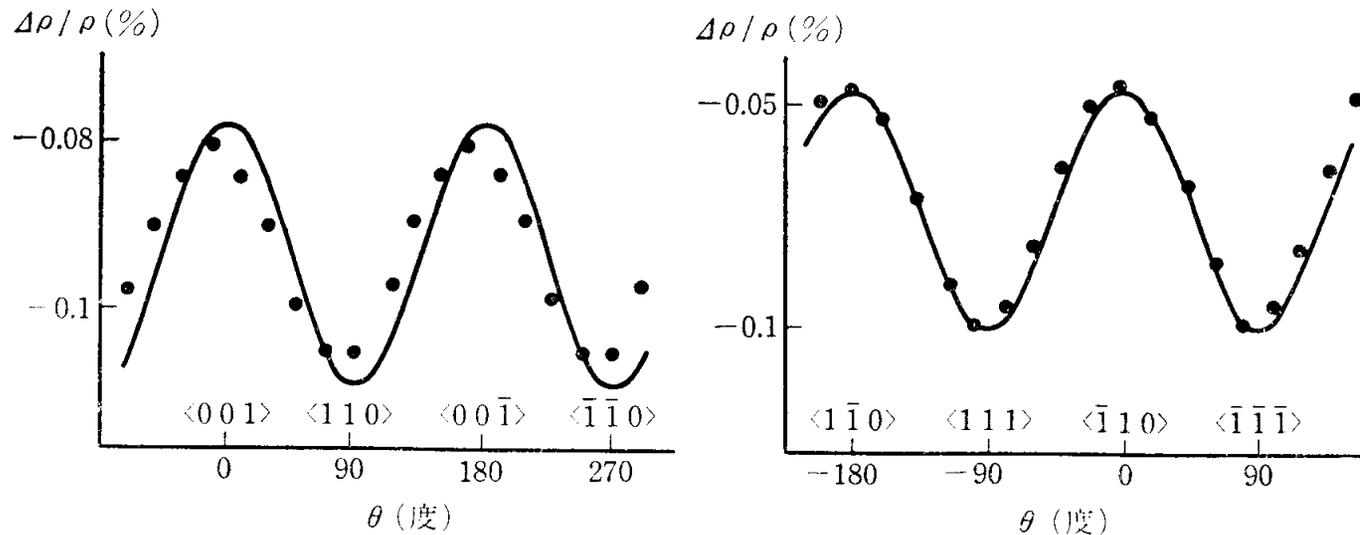
実験： O.V. Emeli'anenکو & D.N. Nasledov; Sov. Phys., Tech. Phys., **3** (1959) 1094 (GaAs)



上： $\Delta\sigma(B)$, 下： $\Delta\rho(B)/\rho_0$ vs. magnetic field (パラメーターなし)

◇3次元系の負の磁気抵抗の異方性 Si, Geは, 異方的なエネルギー・バンドをもつ

$\Delta\sigma(B)$ も異方的となる … 電流と磁場の結晶軸との角度に依存



$\Delta\rho/\rho_0$ vs. 磁場の角度

実験： • W. Sasaki; J. Phys. Soc. Jpn. **20** (1965) 825 (Ge)

理論： — A. Kawabata (振幅はパラメーター)

◇ まとめ

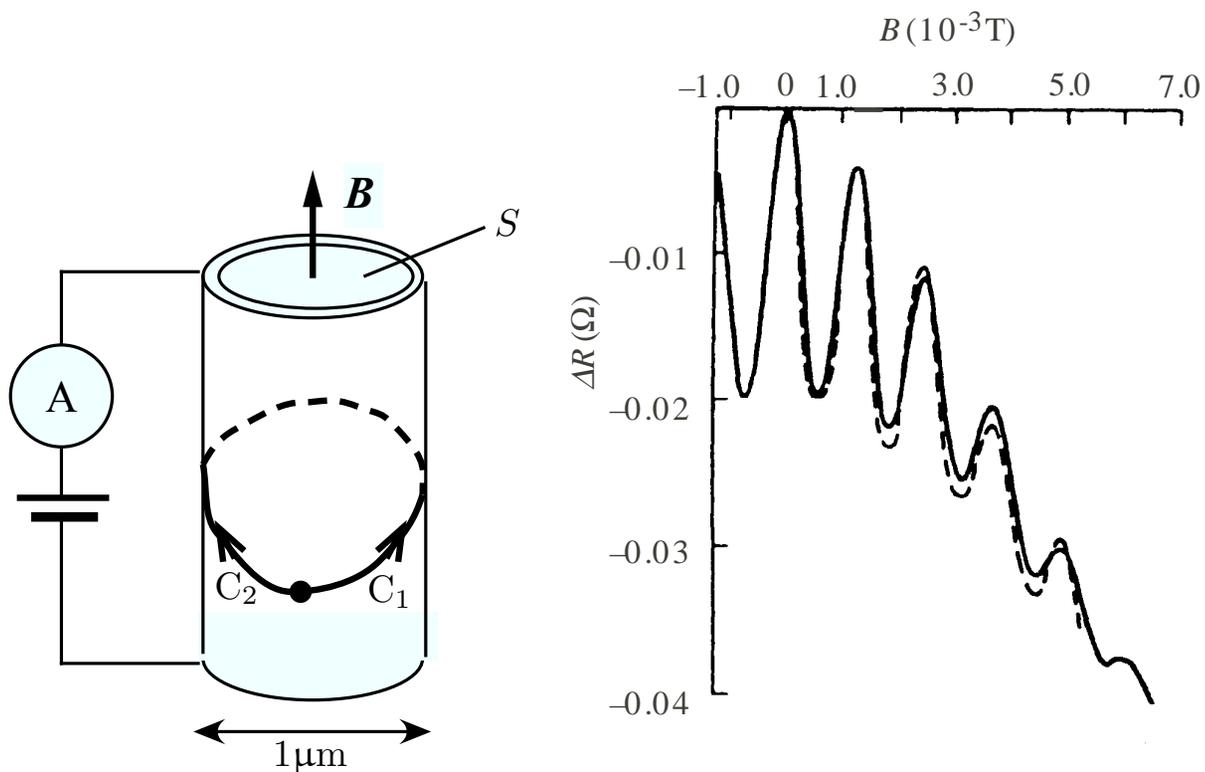
負の磁気抵抗のメカニズム … 25年間の謎

2次元系での発見 (Kawaji group) → 異方性の測定 → 軌道運動に起因する

HLN による磁気抵抗の理論 … OK!

3次元系でも解決!

3. AAS 効果



出発点に戻ってきた時の位相差は、軌道によらず、 $C_1 : \frac{e}{\hbar}\Phi$, $C_2 : -\frac{e}{\hbar}\Phi$

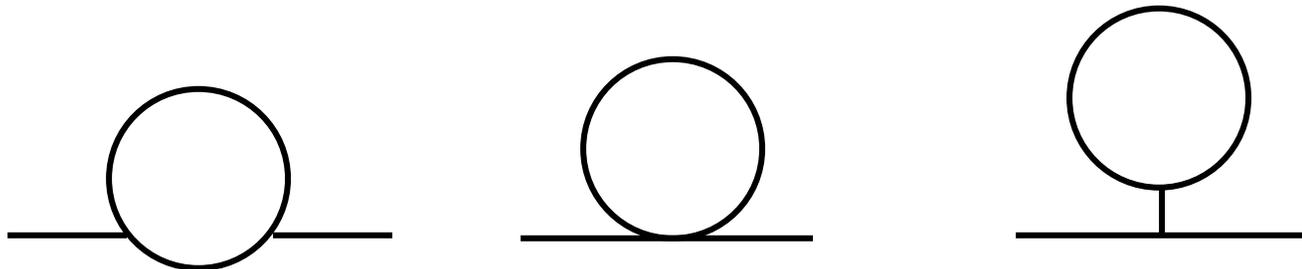
$$|\psi_1(\mathbf{r}) + \psi_2(\mathbf{r})|^2 = 2|\psi_0(\mathbf{r})|^2 \left(1 + \cos \frac{2e}{\hbar} \Phi\right)$$

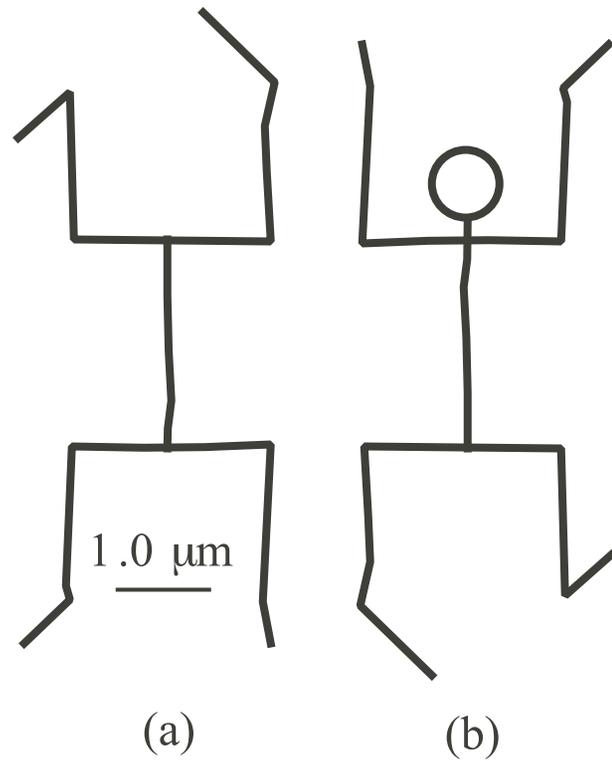
抵抗は、 $\frac{2e}{\hbar} \Phi = 2\pi n$ (n は整数) の時元に戻る $\cdots \Delta\Phi = \frac{\pi\hbar}{e}$ の周期で振動する

ナノテクノロジーの元祖

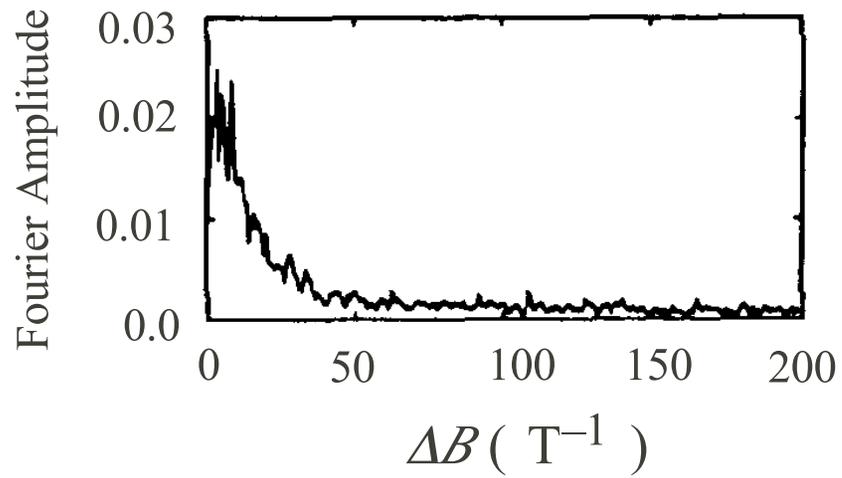
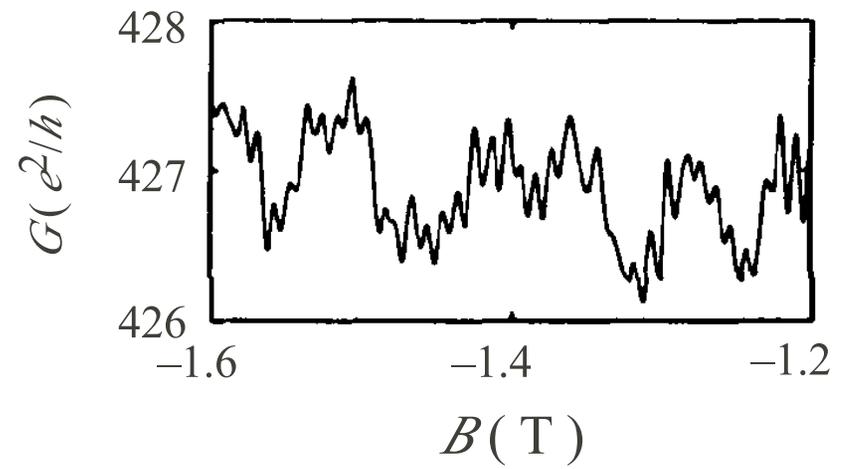
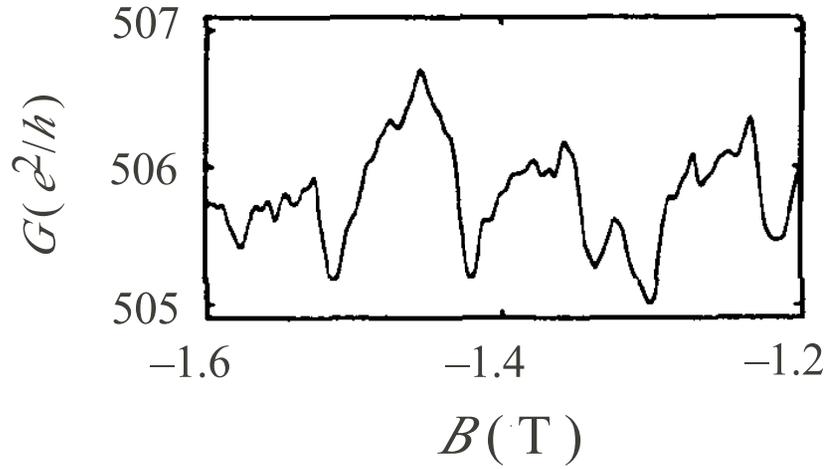
4. AB効果+ α

これらの試料でAB効果が観測されるか？

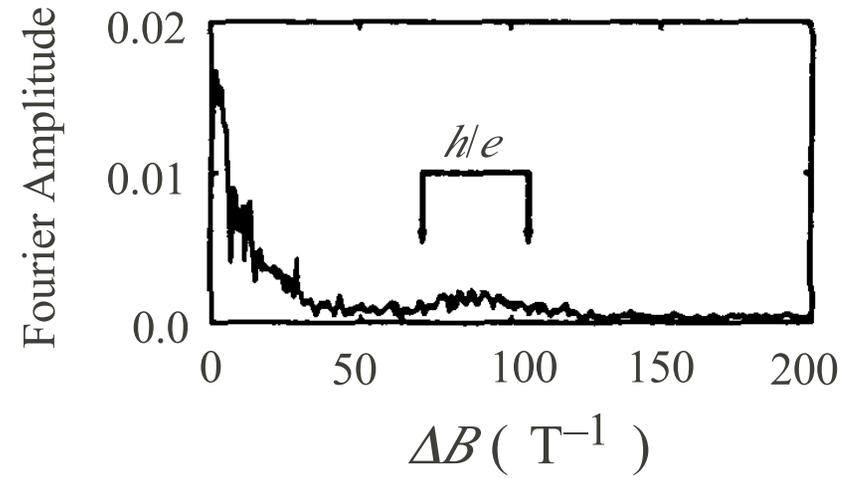




首の付け根の波動関数は, $\Delta\Phi = \frac{2\pi\hbar}{e}$ の周期で振動

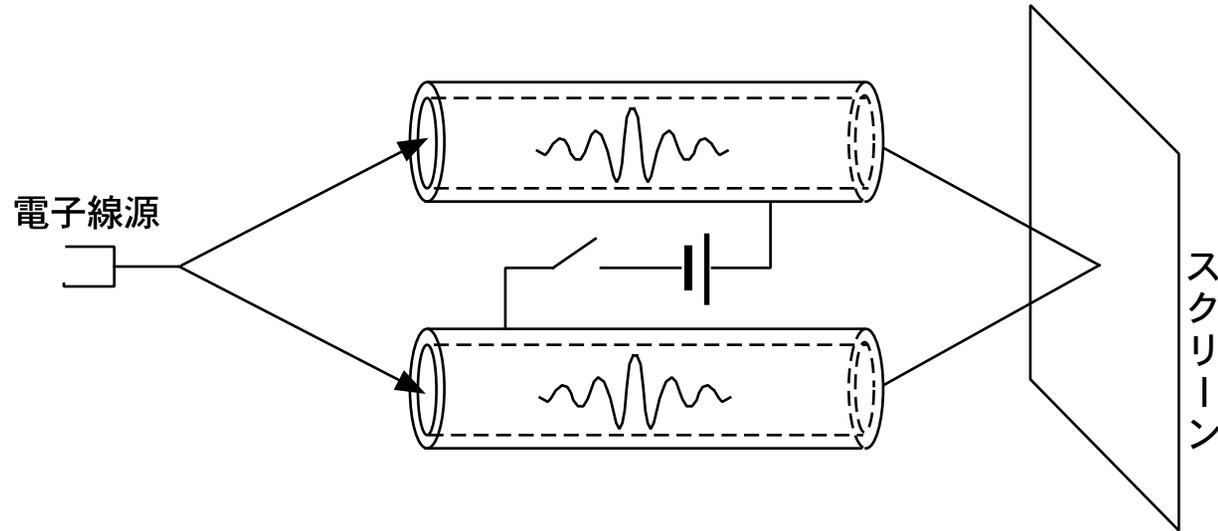


(a')



(b')

5. 電気AB効果



波束がパイプ中にあるときだけ電位差 V を時間 Δt の間与える

二つの波束の波動関数の位相の差 $e^{i\Delta tV}$

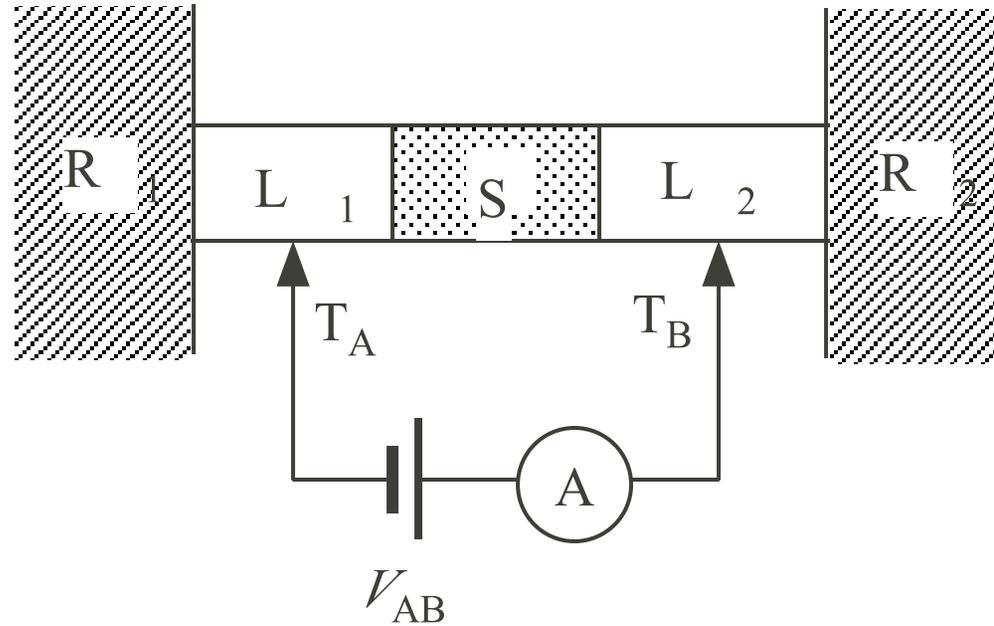
スクリーン上での干渉

$$|\psi(\mathbf{r})(1 + e^{i\Delta tV/\hbar})|^2 = 2(1 + \cos \frac{\Delta tV}{\hbar})$$

6. Landauerの公式2

Landauerの公式 … Reservoirとリード線の接触抵抗

試料だけの抵抗を測るには?… 4端子測定



$\mu_1, \mu_2 \cdots R_1, R_2$ の化学ポテンシャル

$\mu_A, \mu_B \cdots T_A, T_B$ の化学ポテンシャル ($\mu_2 < T_A, T_B < \mu_1$ とする)

L_1 から T_A に流れ込む電子数 (単位時間当たり)

$$\frac{dN_{1A}}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{1A}|^2 N_A \nu_1 N_1 (\mu_1 - \mu_A)$$

$T_{1A} \cdots$ 行列要素, $N_A, N_1 \cdots T_A, L_1$ における状態密度

$\nu_1 \cdots L_1$ の中の状態 (エネルギーが μ_1 と μ_2 の間) に電子がいる割合

T_A から L_1 に流れ込む電子数 (単位時間当たり)

$$\frac{dN_{A1}}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{1A}|^2 (1 - \nu_1) N_1 N_A (\mu_A - \mu_2)$$

$$\frac{dN_{1A}}{dt} = \frac{dN_{A1}}{dt} \quad \text{でなければならない (電流の出入りが無い)}$$

$$\nu_1(\mu_1 - \mu_A) = (1 - \nu_1)(\mu_A - \mu_2)$$

$$\nu_1 = \frac{1 + \mathcal{R}}{2} \quad (\mathcal{R} \cdots \text{反射率})$$

$$\text{これらから, } \mu_A = \frac{(1 + \mathcal{R})\mu_1 + (1 - \mathcal{R})\mu_2}{2}$$

L_2 から T_B に流れ込む電子数 (単位時間当たり)

$$\frac{dN_{2B}}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{2B}|^2 N_B \nu_2 N_2 (\mu_1 - \mu_B)$$

T_{2B} \cdots 行列要素, N_B , N_2 \cdots T_B , L_2 における状態密度

ν_2 \cdots L_2 の中の状態 (エネルギーが μ_1 と μ_2 の間) に電子がいる割合

T_B から L_2 に流れ込む電子数 (単位時間当たり)

$$\frac{dN_{B2}}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{2B}|^2 (1 - \nu_2) N_2 N_B (\mu_B - \mu_2)$$

$$\frac{dN_{2B}}{dt} = \frac{dN_{B2}}{dt} \quad \text{でなければならない (電流の出入りが無い)}$$

$$\nu_2 (\mu_1 - \mu_A) = (1 - \nu_2) (\mu_A - \mu_2)$$

$$\nu_2 = \frac{\mathcal{T}}{2} = \frac{1 - \mathcal{R}}{2} \quad (\mathcal{T} \cdots \text{透過率})$$

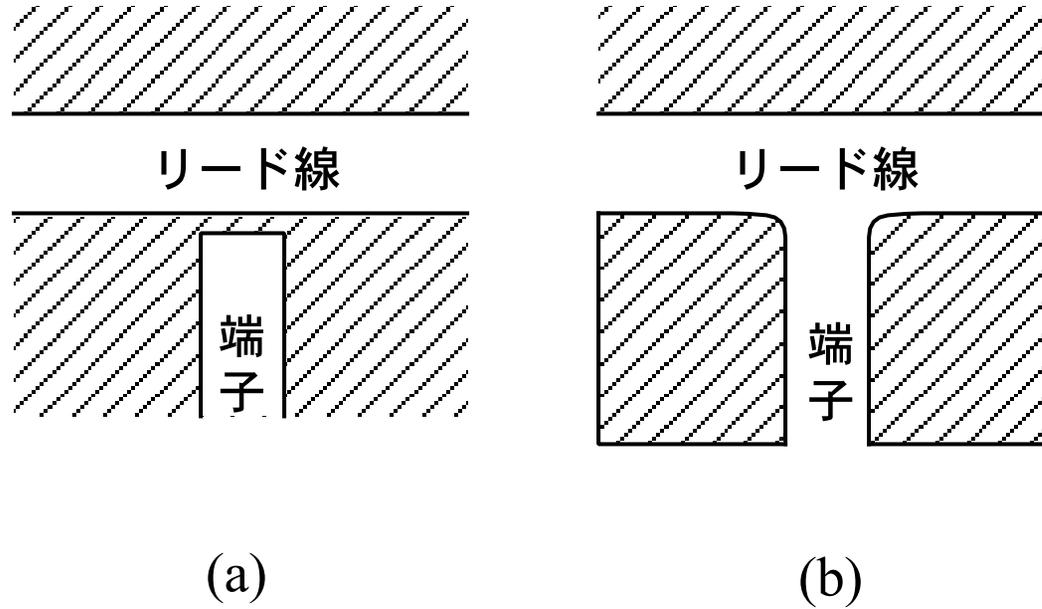
$$\text{これらから} \quad \mu_B = \frac{(1 - \mathcal{R})\mu_1 + (1 + \mathcal{R})\mu_2}{2}$$

$$\text{以上から} \quad \mu_A - \mu_B = \mathcal{R}(\mu_1 - \mu_2)$$

$$\text{4端子法によるコンダクタンス} \quad G_4 = \frac{I}{(\mu_A - \mu_B)/e} = \frac{2e^2 \mathcal{T}}{\hbar \mathcal{R}}$$

$\mathcal{R} = 0$ で $G_4 = \infty$... 感覚に合っている

測定した例はない



(a) 理想的な端子 (b) 実際の端子

端子とリード線の接合部によって電子が散乱される