EXAMPLE 5.10 (Bivariate Normal Random Numbers)



The joint PDF of a bivariate normal distribution for random variables X and Y can be written as

$$f_{X,Y}(x,y) = f_{Y|X}(y|x) f_X(x)$$

where the conditional PDF is (see Chapter 3, Vol. I)

$$f_{Y|X}(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu_Y-\rho(\sigma_Y/\sigma_X)(x-\mu_X)}{\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2}}\right)^2\right]$$

and the marginal PDF of X is

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right)^2\right]$$

both of which are Gaussian, and μ_X , σ_X and μ_Y , σ_Y , are the means and standard deviations of X and Y, respectively, and ρ is the correlation coefficient. A number x is first generated from the normal random variable X with mean μ_X and standard deviation σ_X according to the procedure described in Example 5.5. Given this value of x, the conditional mean of Y is

$$E(Y|x) = \mu_Y + \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$$

whereas the conditional standard deviation of Y is

eviation of Y is $\sigma_{Y|x} = \sigma_{Y} \sqrt{1-\rho^2}$ Referred from Probability Concepts in Engineering Planning and Design Volume 1 and Volume 2, A.H. Ang and W.H. Tang

A value y is then generated from the normal distribution with the above conditional mean and standard deviation. The pair of values (x, y) is therefore obtained from the bi-variate normal distribution

13

TOKYO TECH

EXAMPLE 5.17

A simple ductile frame structure, shown in Fig. E5.17a, is subjected to a total gravity load W and an equivalent static earthquake load KW, where K is a seismic load coefficient. Assume that

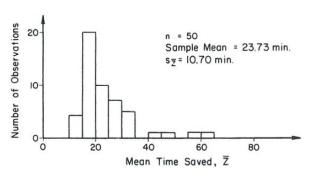


Figure E5.161 Histogram of mean time saved by the parallel lock system (100 hrs of simulated operation).

Referred from

Probability Concepts in Engineering Planning and Design Volume 1 and Volume 2, A.H. Ang and W.H. Tang

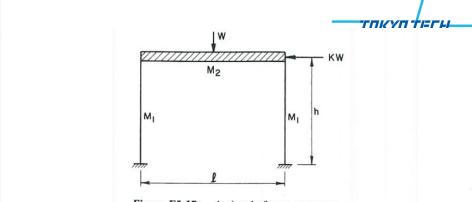


Figure E5.17a A simple frame structure.

the frame is built of ductile material with elastic-perfectly plastic behavior. Assume further that the failure of the frame through the formation of fully plastic hinge mechanisms, as shown in Fig. E5.17b, is of concern.

The fully plastic bending capacities of the columns, M_1 , are identical and perfectly correlated, whereas the corresponding capacity of the beam, M_2 , is partially correlated with M_1 with correlation coefficient $\rho_{1,2}=0.8$. Each member is prismatic and the section capacities along the member are perfectly correlated.

All the variables are assumed to be normally distributed with the following statistics: O TECH Variable Mean Standard Deviation 100 kips K M_1 0.3 0.1 300 ft-kip 45 ft-kip 450 ft-kip 45 ft-kip with $\rho_{M_1,M_2}=0.8$. Mechanism Mechanism 2 Mechanism 3 Mechanism 4 16 Figure E5.17b Major hinge mechanisms.

The major potential hinge mechanisms of the frame are indicated in Fig. E5.17b. By the principle of virtual work, the performance functions of the respective mechanisms can be shown to be as follows:

Mechanism 1: $g_1(\mathbf{X}) = 4M_1 - KWh$

Mechanism 2: $g_2(X) = 4M_1 + 2M_2 - KWh - W(1/2)$

Mechanism 3: $g_3(X) = 2M_1 + 2M_2 - W(1/2)$

Mechanism 4: $g_4(\mathbf{X}) = 2M_1 + 4M_2 - KWh - W(1/2)$

A number of other mechanisms are possible; however, the contributions of these other mechanisms to the total failure probability of the structure are less than those shown in Fig. E5.17b. The results presented subsequently, nevertheless, include the effects of the other mechanisms.

Simulation Procedure

The Monte Carlo calculations to evaluate the probability of failure are as follows:

- (i) Generate random numbers for K and M_1 according to their respective normal distributions; based on the value for M_1 , generate the corresponding correlated normal random number for M_2 (see Example 5.10).
- (ii) For the particular set of values of K, M_1 , and M_2 generated in (i), and with W = 100 kip, determine if any of the potential hinge mechanisms is formed; that is, $g_i(X) < 0$, for any i.

Steps (i) and (ii) are repeated n times, therefore constituting a sample of size n. If among this sample of size n, failure is observed n_f times, the probability of failure is the ratio n_f/n .

Results of Computer Calculations

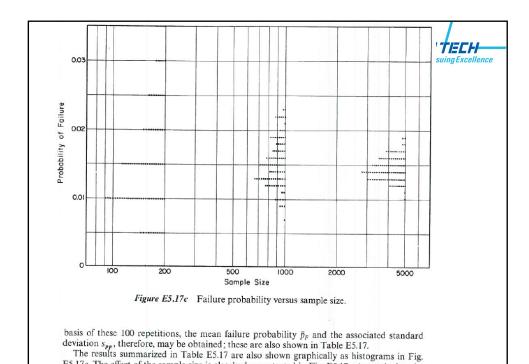
^a Based on 100 repetitions.

The probability of failure for a structure with h = 15 ft and l = 20 ft, estimated with different sample sizes n, is partially summarized in Table E5.17.

Sample sizes ranging from 200 to 10,000 were used. For each sample size, the calculations were repeated 100 times; typical results for the first 10 repetitions are shown in Table E5.17. On the

Table E5.17 Estimated Failure Probability

Sample	Sample Size, n							
No.	200	500	1000	2000	5000	10,000		
1	0.0300	0.0120	0.0150	0.0190	0.0160	0.0140		
2	0.0100	0.0180	0.0120	0.0120	0.0152	0.0140		
3	0.0050	0.0180	0.0170	0.0145	0.0134	0.0150		
4	0.0150	0.0160	0.0150	0.0130	0.0138	0.0143		
5	0.0250	0.0120	0.0150	0.0105	0.0138	0.0143		
6	0.0200	0.0200	0.0150	0.0140	0.0152	0.0154		
7	0.0000	0.0220	0.0100	0.0165	0.0168	0.0170		
8	0.0005	0.0140	0.0220	0.0175	0.0128	0.0115		
9	0.0050	0.0160	0.0180	0.0175	0.0170	0.0155		
10	0.0250	0.0160	0.0130	0.0105	0.0150	0.0153		
\bar{p}_F^a	0.0148	0.0137	0.0152	0.0147	0.0145	0.0151		
$S_{p_F}^{a}$	0.0102	0.0054	0.0036	0.0026	0.0018	0.0011		



Referred from
Journal of Structural Engineering,
JSCE,1986.3

TOKYO TECH

19

シミュレーションによる

道路橋の疲労設計活荷重の研究

COMPUTER SIMULATION STUDIES ON THE FATIGUE LOAD OF HIGHWAY BRIDGES

E5.17c. The effect of the sample size is clearly demonstrated in Fig. E5.17c; in particular, the

standard deviation of the failure probability decreases as the sample size increase

三木 千寿* 後藤 祐司** 村越 潤*** 舘石 和雄****
By Chitoshi Miki,Yuji Goto,Jun Murakoshi and Kazuo Tateishi

The live loads for fatigue design and maintenance of highway bridges are studied by means of computer simulations. Simulations of traffic live loads are carried out under various traffic volumes and constitutions of vehicle types. The type of vehicle, the vehicle weight and the array and headway of vehicles are considered as random variables. Simulated traffic flows are compared with measured traffic flows at eight places on five highways. Bending moment responses of simply supported one-lane girders of various lengths are calculated under usual traffic conditions. Moment ranges are obtained by using the rain flow method. For the evaluation of fatigue damage, the equivalent moment range and the reduced number of L-20 or T-20 live load are presented.



1.序論

1)~4)

我国の鋼橋に溶接構造が導入されてから約50年経過し、橋の各所に疲労損傷が目につきはじめている。このような状況に対して近年起こりうる交通量の増大や車両重量の増加傾向が、橋の損傷の進行を加速させているものと予想される。本研究では、道路橋を対象とし、疲労設計・維持・管理のための検査間隔の設定、あるいは補修の順位付けなどに用いるいわゆる疲労荷重について、シミュレーションおよび交通量の測定結果に基づき、その考え方を示すことを目的としている。

道路橋の設計活荷重は、1957年に定められたT荷重・L荷重と、後に定められたTT-43荷重からなる。しかしこれらが、必ずしも実情に合わないことから種々の研究が行なわれてきた。国広らは、交通量が多く、かつ大型車の混入率の高い地点の実測交通流に基づいて渋滞時の自動車列荷重を調べ、自動車列荷重の設計 100 荷重に対する超過は、設計法の中で考えている安全率で対処できるとしている。藤野らは、供用期間中に予想される最大活荷重の統計量をシミュレーションにより評価し、新しい設計荷重を提案している。

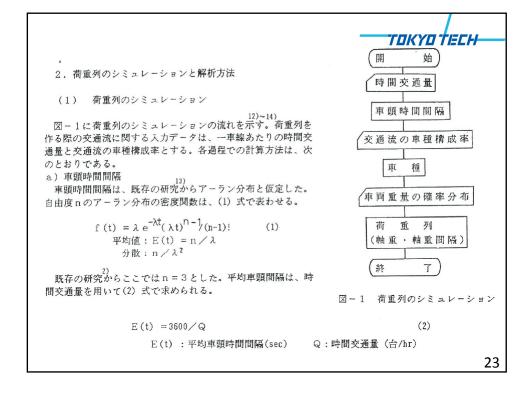
鋼橋の疲労破損は、長期間にわたって徐々に進行する現象である。また疲労は、最大応力よりもむしろ繰

21



り返される応力の変動範囲とその繰り返し数に支配される。したがって疲労損傷を考える場合は、供用期間中にまれにしか発生しないような最大荷重よりも、走行状態で定常的に受ける変動荷重のほうが重要となる。この場合、橋を通過する交通流の性状が問題となる。また、交通流が同じでも橋の支間によって生じる応力変動は異なってくる。短スパンでは各軸重による応力変動の繰り返し数が増加するのに対して、長スパンでは同時に複数台の車両が載る確率が高くなり変動応力範囲が増加するものと予想される。

本研究では、交通流を時間交通量と車種構成で代表させることとし、車両の配列、重量および車間距離を 確率変量として荷重列のシミュレーションを行なった。また疲労損傷が主として直応力によって生じること から、単純桁の中央点での曲げモーメント変動範囲の頻度分布の統計量を疲労損傷の基準に用いることにし た。また車頭時間、車種、速度、交通量に関する現地観測データをもとに、シミュレーションとの比較、検 計を行なった。

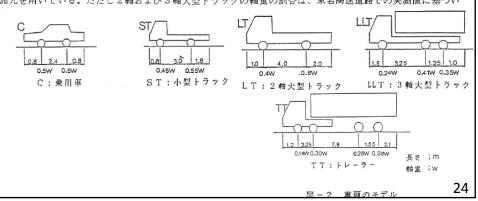


シミュレーションは、一車線あたりの時間交通量Qが500,1000,1500,2000台の4ケースについて行った。ここで時間交通量2000台とは、一車線に実際に流れうる最大値に近い。

速度も交通量や車種の影響を受けるが、本研究では単一車線を対象としているので各交通量に対して一定としている。本研究では、東名高速道路のような高速自動車道を想定し、時間交通量 500台および1000台に対して100km/hr,1500 台に対して70km/hr,2000 台に対して50km/hr として計算を行なった。

b) 車種構成

車頭時間間隔が決まった各車両に対して、所定の車種構成率に従うようにモンテカルロシミュレーションによって車種を決定する。車種は図ー2に示す5種類のモデルに分類する。 これらのうち、2軸大型トラックは道路橋示方書でのT荷重、3軸大型トラックは同じく25ton 3軸車、トレーラは同じくTT-43荷重の諸元を用いている。ただし2軸および3軸大型トラックの軸重の割合は、東名高速道路での実測値に基づい



本研究で用いた車種構成モデルを表-1に示す。 3 軸大型車およびトレーラの比率はA、B、C、D、Eの順に低くなっている。モデルAは東名高速道路で深夜に生じるようなほとんどが大型車で構成されている交通流、モデルCは東名高速道路の昼間の一般的な交通流、モデルEは首都高速道路や阪神高速道路などの都市内の高速道路で生じるような乗用車の比率の高い交通流である。このようにシミュレーションで交通流を決めると、各車両間の車頭時間間隔および車種によっては、異いる事両が一車線内で重なる結果になることがある。この場合には、最小車間距離を1.5mとし、後続車両を後ろにずらすことにより車両が重ならな



いようにしている。

表-1 シミュレーションに用いた車種構成 (%)

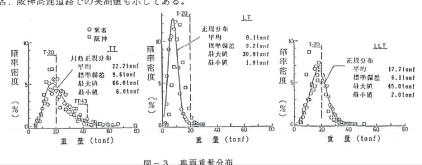
交通流モデル	C	ST	LT	LLT	II
A	10	5	25	50	10
В	25	5	25	37	8
C	50	5	20	20	5
D	65	5	15	12	3
E	75	12	10.	2	1

25

c) 車両の重量分布

三種類の大型車両 [2軸大型車(LT)、3軸大型車(LT)、トレーラ(TT)]の重量分布は、東名高速道路の静岡地区日本平における昭和58年 3月10日~11日 (24時間)の交通荷重測定結果に基づいて決定した。同地点での測定は昭和47年から行なわれているが、測定期間中に車両重量はほとんど変わっていない。測定された車両重量分布から、2輌および3軸大型車は正規分布、トレーラについては対数正規分布にモデル化した。図-3に実測値と、仮定した確率密度関数を示す。図中には16) 東名、阪神高速道路での実測値も示してある。







なお各分布の車両重量の最大値、最小値は実測値に従って決定した。

10) 乗用車(C) および小型トラック(ST)については、藤野の用いた次の正規分布を用いた。

乗用車(C); 平均 1.2tonf 分散 0.6tonf² 最大値 4.0tonf 最小値 0.5tonf 小型トラック(SI); 平均 3.1tonf 分散 3.2tonf² 最大値 9.0tonf 最小値 0.8tonf

以上のような確率分布に従って各車両の重量を決定し、図-2の各車両モデル中に示す軸重割合に配分することにより、荷重列が決定される。

(2) モーメント変動範囲の頻度解析

本研究では、橋に生じる応力を単純桁の中央点での曲げモーメントで代表させることにした。荷重列が通過するときの曲げモーメントの変動は、中央点に対する影響線を用いて計算できる。実際の橋では荷重列の通過によって、動的応答による影響が生じるが、本研究では動的応答を考慮しないことにする。計算は支間が10,20,50および100mについて行なった。同一荷重列によっても支間が異なると曲げモーメントの変動性状は全く異なってくる。

疲労に対しては最大応力ではなく応力の変動範囲が重要なことから、荷重列の進行によるモーメント変動 範囲を計算する必要がある。モーメント変動範囲の頻度解析にはレインフロー法を用いた。この方法は、レ 17),18) ンジペア法とともに変動応力の推定に有効な方法であるといわれている。

4 /

(3) 等価モーメント範囲と載荷回数

9)~23)

モーメント変動範囲と応力との関係が線形的であると考えれば、等価モーメント範囲は線形被害則を用いて (2)式で表わすことができる。

溶接継手部のS-N線の勾配は-1/3程度になることが多いため、ここではm=3とする。変動応力を受けたときの疲労損傷を3乗平均値の3乗根で評価することは、鋼部材の変動応力下の疲労寿命や疲労亀裂の進展速度などの、実験的に確かめられる事実とも一致する。このような考えに基づいて、荷重列の通過により生じる複雑なモーメント変動範囲を、その3乗平均値の3乗根、すなわち等価モーメント範囲で代表させることとする。設計においてこの等価モーメント範囲に対応する応力範囲を、対象とする継手部疲労限度より低くなるように断面を決定することにより、疲労に対する安全性を確保することができる。また線形被害則により、複雑なモーメント変動により生じる疲労損傷が設計荷重により生じるモーメントを何回載荷したことに対応するか(ここでは換算載荷回数とよぶ)を計算することができる。一台の車両の通過に対する設計活荷重の換算載荷回数は(4)式より求まる。車両の通過台数をNv、設計荷重によって生じる曲げモーメントをMrdとする。

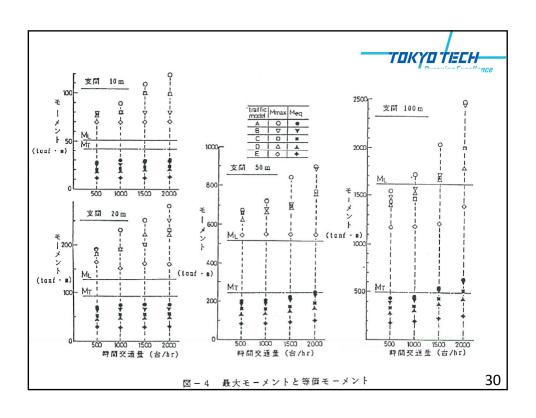
$$nr = \frac{nt}{Nv} \left(\alpha \frac{Meq}{Mrd} \right)^{m}$$
 (4)

25) αは前論文で示したように実際に生じる応力値と計算応力値との比率である。

3. 等価モーメント範囲と最大モーメント

シミュレーションでは、すべての交通流のケースについて 2 万台の車両を発生させた。図-4 に各支間ごとに最大モーメント範囲と等価モーメント範囲を示す。図中のMT はT-20 荷重が一台通過したときに生じる最大曲げモーメント、ML は車線の幅を 3 mと仮定して L-20 荷重を載荷したときに生じる最大曲げモーメントの値である。最大曲げモーメント範囲、等価モーメント範囲とも交通流の車種構成およびその混雑度 (時間交通量)により異なる値となる。想定している車両重量が既存の研究よりかなり重いこと、また大型車 (LT+ LLT+TT) の混入率も高いことから、支間100mを除き、いずれの車種構成モデルにおいても最大モーメント範囲は L-20 荷重を載荷したときの最大モーメントを大幅に超過している。また最大モーメント範囲は、大型車の混入率が高いほど、また交通が混雑しているほど大きくなっている。

等価モーメント範囲に対しては車種構成の影響が非常に大きい。支間が短い場合、交通が混雑して車間距離が短くなっても、橋上に重量車が同時に複数台載る確率は小さいことから、時間交通量が大きくなっても等価モーメント範囲はさほど増さない。等価モーメント範囲はいずれのケースでもL-20 荷重による最大モーメントMLよりかなり小さく、支間50mまではT-20荷重を1台載荷したときの最大モーメントをも超えることはない。

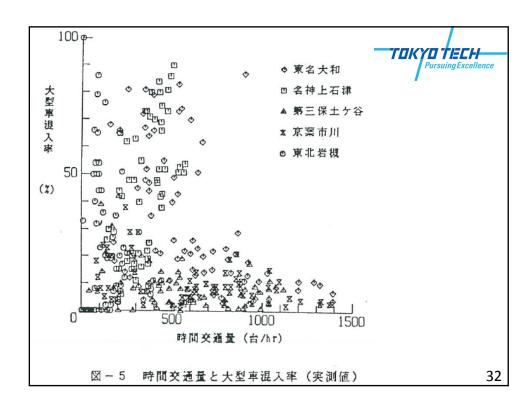


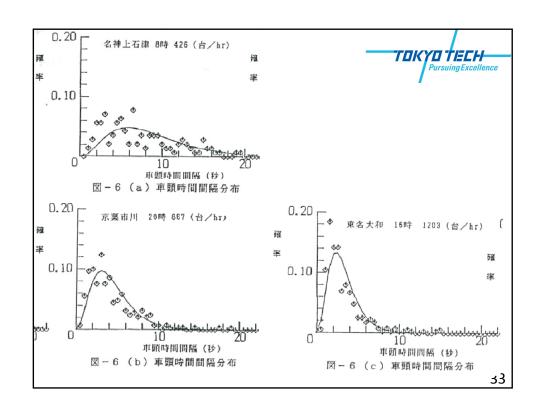
4. 実測値とシミュレーション値

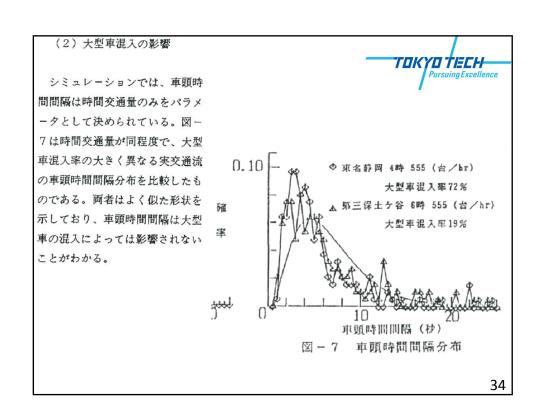
(1) 車頭時間間隔の分布

表-2に交通流の実測を行なった路線、地点および調査月日を示す。測定項目は、車種、車頭時間間隔および速度である。調査は各地点で1日間行なっており、毎正時から20分間連続測定している。図-5は実測データについて、時間交通量と大型車混入率(LT+LLT+TT) との関係を示したものである。非常に多様な交通流が実測されていることがわかる。図-6に車頭時間間隔について、実測値と、アーラン分布と仮定して求めたシミュレーション結果とを比較する。時間交通量が多くなるにしたがって、実測値はシミュレーション値と合う傾向が認められる。しかし、全体的に、シミュレーションによる車頭時間間隔は実測値の分布より若干大きめになっている。交通量が少なくなると、車頭時間間隔は実測値の分布からはずれてくるが、複数台の車両が橋上に同時に載る確率は小さくなるので、橋に生じる曲げモーメントに対して車頭時間間隔は影響しなくなる。 表-2 交通流の実測

所在地	略 林	類支月日
神奈川県大和市	東名大和	1984年 2月10日
神奈川県山北町	東名都夫良野	1984年 2月21日
市岡県県岡市	東名詩岡	1984年 2月28日
岐阜県上石津町	名神上石津	1984年 3月13日
大阪府島本町	名神桜井	1984年 3月14.15 日
提供市港北区	第三保土ケ谷	1984年 2月28日
埼玉県岩板市	東北岩炭	1984年 3月 7日
千葉県市川市	京東市川	1984年 2月29日.3月 1日
	神奈川県大和市 神奈川県山北町 静岡県静岡市 牧阜県上石津町 大阪府島本町 提供市港北区 埼玉県岩炭市	神奈川県大和市 東名大和 神奈川県山北町 東名都夫良野 静岡県静岡市 東名静岡 竣阜県上石雄町 名神上石雄 大阪府島本町 名神桜井 提携市地北区 第三県土ケ谷 埼玉県岩坂市 東北岩炭



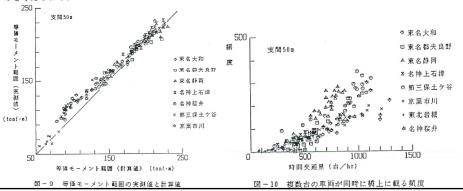




(3) 大型車の連行 TOKYO TECH ここでは、大型車(LT+LLT+TT) が車間距離30m以内で連行してい 大型車混入率 1500 る状態を連行走行とした。実交通 ◆ 0 19 % 流では、大型車が意図的に連行し □ 20 - 39 % て走行することがあるといわれて ▲ 40 - 59 % いる。図-8に通過車両1万台あ 17 数 1000 たりに発生した連行数と時間交通 0 60 - 79 % 量の関係を示す。両者の間には相 (台/1万台) 50% 40% 関は認められず、したがって、連 行は時間交通量に依存せずに発生 していることがわかる。図-8中 500 の曲線群はシミュレーションから 20% 得られる1万台あたりの連行数を 示している。実交通流ではシミュ レーションで予測されるよりも多 1000 くの連行が発生することを示して 時間交通量(台/hr) おり、このことはシミュレーショ ンによる交通荷重の推定値の精度 図-8 時間交通量と連行数 を高めるうえで今後配慮していく 35 必要があると考えられる。

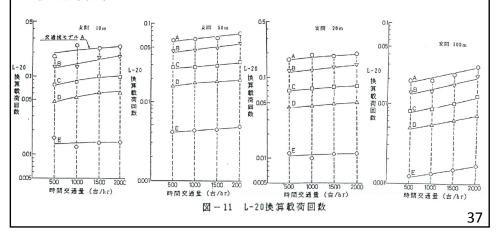
(4) 等価モーメント範囲

図-9にスパン50mの場合の等価モーメント範囲について、シミュレーションと実測データのそれぞれか 8 ら得られた値を比較する。ここにいう実測データとは車種、車頭時間、速度であり、車両重量はモンテカル ロシミュレーションによって決定している。混雑度が低いと、複数台の車両が橋上に同時に載る機会はほと んどなく (図-10)、したがって1台の車両重量でモーメントの値が決まり、荷重列の違いによる影響はほ とんど現われない。この場合、それぞれから算出された等価モーメント範囲が一致することは明らかである。ここでは500(台/hr)以下のデータについては、比較の対象からはずした。実測値とシミュレーション値は、特に等価モーメント範囲が大きい領域でよく一致している。全体的に、実測値の方がシミュレーション値より若干大きくなっているが、これは図-6で示した車頭間隔の相違、および大型車の連行が影響しているものと考えられる。



5. L-20換算載荷回数

(4) 式を用いて種々の交通流における車両一台がL-20荷重を何回載荷したことに等価であるか計算することができる。ここでは α の値を1.0 として計算している。図-11にL-20換算載荷回数の計算結果を示す。交通流の車種構成による影響が非常に大きく、たとえば支間50m ではモデルAの交通流に対して($61\sim76$) $\times 10^{-3}$ 回、モデルEの交通量に対して($4\sim5$) $\times 10^{-3}$ 回と、いずれの支間についてもモデルAとEとではそれらのR にR は、R がある。交通の混雑度(時間交通量)は、R にR がある。交通の混雑度(時間交通量)は、R にR がある。交通の混雑度(時間交通量)は、R にR がある。



交通流データとここで計算したL-20換算載荷回数を用いることにより、想定する供用期間に対する換算繰り返し回数を求めることができる。使用期間内での交通流の車種構成や時間交通量の変化を考慮する場合は、期間を適宜分割して計算できる。

このようにして求められた換算繰り返し数には、橋の支間、交通量、交通流の車種構成が考慮されており、 維持、管理のための検査間隔の設定、補修の順位付け、あるいは疲労設計を行なう際の基礎データとなりう るものである。

1日間の交通量に対する換算載荷回数 n d も同様に計算することができる。ここでは表-2 に示す8 地点について n d を計算した。図-12に、支間50m を想定し、実測交通データのうち、交通量と車種構成のみを入力データとしてシミュレーションにより求めた n d と、実測交通流を入力データとして求めた n d を比較した。実測交通流を入力した n d のほうが若干大きい値となっているが、全体的に両者は良い一致を示している。 $\frac{1}{6}$ 1000 Γ

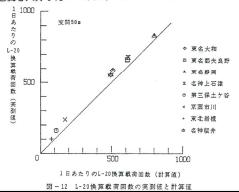
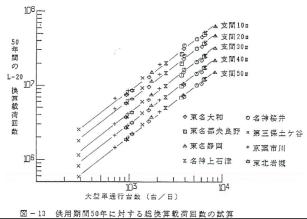


図-13に供用期間50年とした場合のシミュレーションにより求めた総換算載荷回数を、各地点での1 レーンあたりの大型車 (LT+LLT+TT)通過台数に対して示した。図-5に示したように各地点の交通量、車種 構成は非常に広い範囲にばらついているにもかかわらず総換算載荷回数と1日大型車通過台数は非常に良い 相関関係を示している。この総換算載荷回数が供用期間を50年に想定した場合に疲労設計の対象とすべき1-20荷重の載荷繰り返し数となる。たとえば1日1000台の大型車が通過するようなスパン50mの橋梁の場合、 総換算載荷回数は約 200万回ということになる。

さきに示したように、 α の値は換算載荷回数に対して3乗で効いてくる。したがって α = 0.5と仮定する と総換算載荷回数は図-13に示した値の 0.125倍となる。このようにlphaの影響は大きく、今後lphaの適切な評



TOKYO TECH

39

6. 結論

'価が必要である。

交通流を交通量とその車種構成で代表させ、自動車の配列、重量および車間距離を確率変量として走行状 態のシミュレーションを行ない、その自動車荷重列が単純桁上を通過する際に生じる曲げモーメントの変動 を調べた。本研究で得られた主な結果は次のとおりである。

- (1) 疲労損傷を評価するための代表値として、等価モーメント範囲を変動モーメント範囲の3乗平均値 の3乗根として定義した。等価モーメント範囲に対しては交通流の車種構成の影響が大きく、混雑度(時 間交通量)の影響はさほど大きくない。また等価モーメント範囲の大きさはL-20 荷重を載荷したときの 曲げモーメントよりかなり小さい。
- (2)、 最大曲げモーメントは大型車の混入率が高いほど、混雑度が高いほど大きくなる。また最大曲げモ -メントは支間100mを除けば、いずれの交通流のケースにおいてもL-20 荷重を載荷したときの曲げモー メントより大きく、両者の差は支間が短いほど著しい。
- (3) 橋の支間、交通流の車種構成および混雑度をパラメータとして、車両一台の通過に対応する L-20 荷頭換算載荷回数を求めた。L-20 換算載荷回数に対しては車種構成の影響が大きく、混雑度の影響はさ ほど大きくない。
- (4) 等価モーメント範囲および L-20 換算載荷回数とも、実測交通流を用いた場合とシミュレーション による交通流を用いた場合でほとんど差はない。
- (5) 供用期間50年として計算したL-20 換算載荷回数は、1日大型車交通量と非常に良い相関がある。



ここで得られた結果がそのまま実務に対して適用性があるとは考えていない。シミュレーションの過程で 设けた種々の仮定や、ここで考慮していない動的効果、複数車線となったときの平面的な取り扱いなど、多 くの問題が残されている。著者らの本旨は道路橋の疲労損傷を考える場合に必要となる設計活荷重について、 1 つの考え方を示すことにあるとことわっておきたい。

END