

粘性

- 粘性とは
流体中に速度の異なる領域があるとき, これを一様に平均化しようとする作用(流体, 非晶質固体の性質)

弾性率の定義 $\sigma = E\varepsilon$ 応力 = 弾性率 × ひずみ

粘性率の定義 $\sigma = \eta \dot{\varepsilon} = \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$

応力 = 粘性率 × ひずみ速度

粘性

- 弾性と粘性の類似性

弾性	粘性
Pa	Pa・s
引張弾性率	伸長粘度
せん断弾性率	せん断粘度
体積弾性率	体積粘度
ポアソン比=0.5 3xせん断弾性率=引張弾性率	非圧縮性 3xせん断粘度=伸長粘度

	彈性	粘性	粘彈性
微視的		●	
巨視的			

粘性の分子論(気体, 液体)

- 粘性とは: 相互作用による分子速度の平均化

気体	液体
分子が速度の異なる層間を移動することによる平均化 分子間力は無視できる	速度の異なる分子間の分子間力による相互作用による運動量交換 分子の速度の異なる層間の移動は無視できる
分子の質量大, 平均自由行程大 = 高粘度	分子間力大 = 高粘度
高温で高粘度	低温で高粘度
$\eta = \frac{1}{3} N^* \bar{v} m L$	$\eta = \frac{k^* T}{\lambda^3 A} \exp\left(\frac{\varepsilon_D}{k^* T}\right)$

気体の粘性の分子論

- 速度の異なる層
単位時間あたりに移動する分子
の数
＝運動量変化＝粘性
- 単位時間当たりの運動量変化
＝力
- 力／断面積＝粘度×ひずみ速度

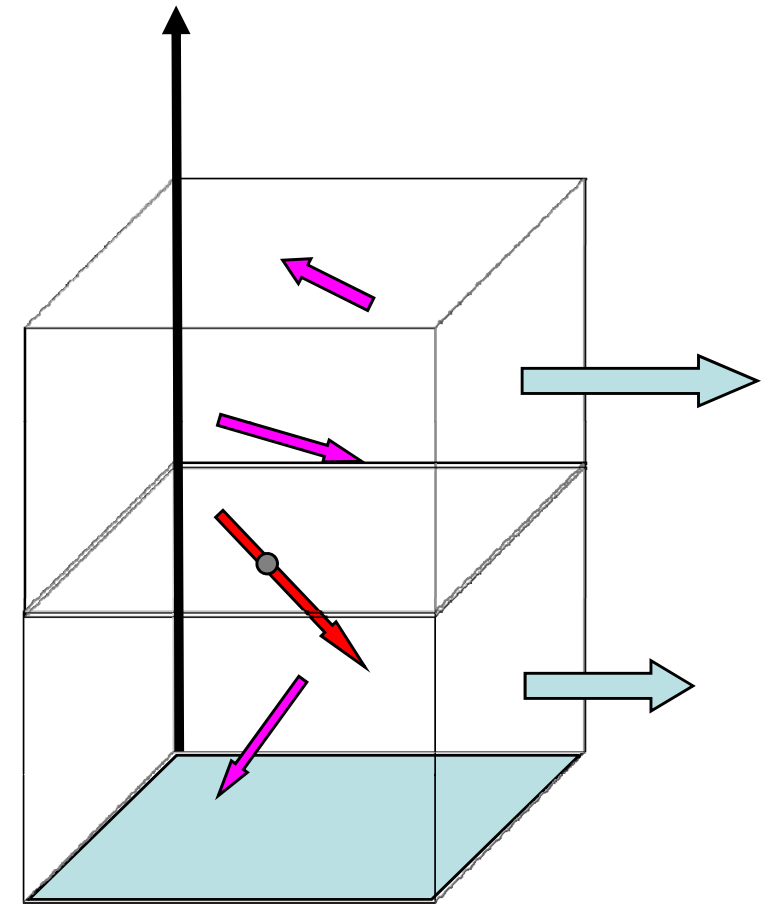
$$\eta = \frac{1}{3} N^* \bar{v} m L$$

N^* 単位体積中の分子数

$\bar{v}$ 分子の速度

m 分子の質量

L 平均自由行程



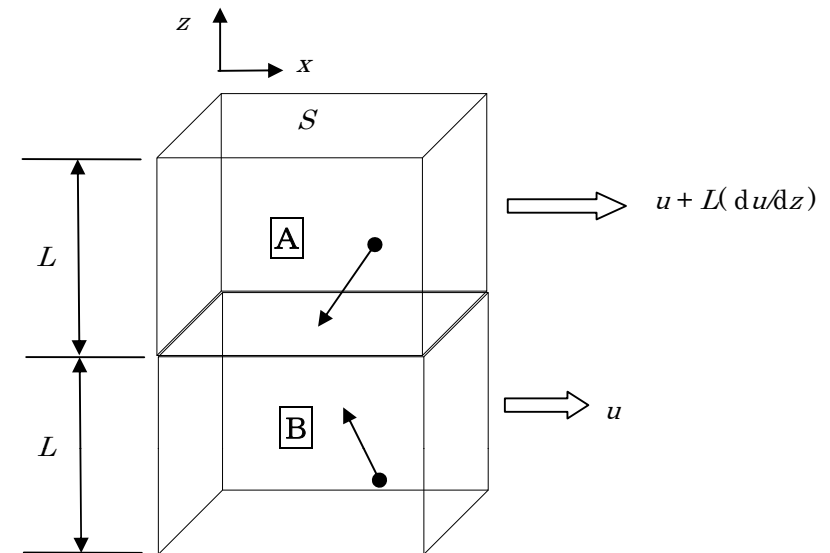
断面積

気体の粘性の分子論(2)

粘性とは内部摩擦のことであり、気体の粘性は運動量の輸送によって生じる。すなわち、下図に示すように速度の異なる層が隣接して存在するとき、速度の速い層(A層)から遅い層(B層)に飛び込む分子は、遅い層から速い層に飛び込む分子に比べx軸方向の速度成分 u が大きいいため、分子運動に伴って運動量の移動が起こり、各層は一様な速度になろうとする。ここでA層とB層を、両者の中心間距離が分子の平均自由行程 L となるように設定し、両層が接触している面積を S 、単位体積当たりの分子数を N^* 、分子の平均速度を v 、分子の質量を m とする。さらに、層厚方向(z 軸方向)の速度勾配を du/dz とする。

このとき、単位時間当たりにA層からB層に移動する分子の数は、ランダムな方向に運動する分子の6分の1が層間の移動に関与すると考えれば、1)と表される。また、一つの分子がA層からB層に飛び込むときに生じる運動量変化は2)となり、従って、単位時間当たりの運動量変化(A層の運動量変化とB層の運動量変化の総和)は、3)と表される。ここで、両層の接触面に作用する応力 σ が4)となること、および粘度 η を定義する式 $\eta =$ 5)を考慮すると、気体の粘度を表す式は $\eta =$ 6)となる。

一方、気体の圧力 p は $p = (1/3)N^*mv^2$ と表すことができるので、完全気体の状態方程式を考慮すると、 v は、 m 、ボルツマン定数 k 、絶対温度 T を使って、 $v =$ 7)と表される。これらの結果より、気体の粘度は温度の上昇に伴い増大することが理解できる。



1)~7)

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{6} N^* S v & \frac{1}{3} N^* S v m L \frac{du}{dz} & m L \frac{du}{dz} \\
 & \frac{1}{3} N^* v m L \frac{du}{dz} & \sigma = \eta \frac{du}{dz} & \frac{1}{3} N^* v m L \\
 & \sqrt{\frac{3kT}{m}}
 \end{aligned}$$

液体の粘性

- ポテンシャル障壁を越えて隣の空孔へ分子が移動

単位時間当たりに移動する個数

応力によるポテンシャルの変化

$$\eta = \frac{k^* T}{\lambda^3 A} \exp\left(\frac{\varepsilon_D}{k^* T}\right)$$

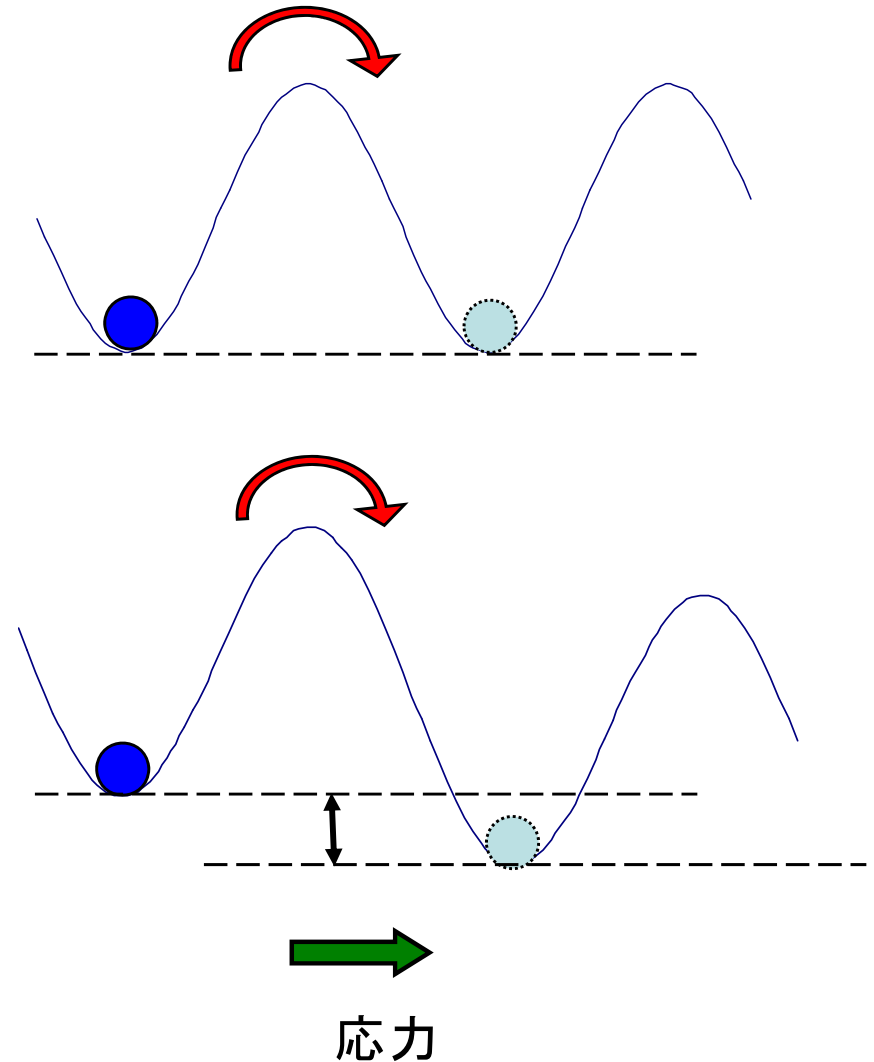
k^* ボルツマン定数

λ 分子間距離

A 単位時間に分子がポテンシャル障壁を越えて隣へ移る回数

T 絶対温度

ε_D 活性化エネルギー



液体の粘性(2)

単位時間あたりに移動する個数

$$k = A \exp\left(-\frac{\varepsilon_D}{k^*T}\right)$$

応力によるポテンシャル変化

$$\text{力} = \sigma \lambda^2 \quad \text{距離} = \frac{1}{2} \lambda$$

$$\text{加えるエネルギー} = \frac{1}{2} \sigma \lambda^3$$

応力下で単位時間あたりに
移動する個数

$$\rightarrow \text{方向} \quad k_f = A \exp\left(-\frac{\varepsilon_D - \frac{1}{2} \sigma \lambda^3}{k^*T}\right)$$

$$\leftarrow \text{方向} \quad k_b = A \exp\left(-\frac{\varepsilon_D + \frac{1}{2} \sigma \lambda^3}{k^*T}\right)$$

変形速度

$$\Delta u = k_f \lambda - k_b \lambda$$

f: forward

b: backward

粘度の定義

$$\sigma = \eta \frac{\Delta u}{\lambda}$$

従って

$$\eta = \frac{\sigma \lambda}{2 \lambda k \sinh\left(\frac{\sigma \lambda^3}{2 k^*T}\right)}$$

ハイパボリックサイン

$$\sinh = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$2k^*T \gg \sigma \lambda^3 \Rightarrow \sinh\left(\frac{\sigma \lambda^3}{2k^*T}\right) \cong \frac{\sigma \lambda^3}{2k^*T}$$

$$\eta = \frac{k^*T}{\lambda^3 A} \exp\left(\frac{\varepsilon_D}{k^*T}\right)$$