

【課題の解答例】

10.4

入力	符号語
000	0000
001	0011
010	0101
011	0110
100	1001
101	1010
110	1100
111	1111

10.5

(4,1)繰り返し符号

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \vdots & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 1 \end{bmatrix}$$

(7,4)ハミング符号

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \vdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \vdots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(7,4)ハミング符号のパリティ検査行列は(4,1)繰り返し符号を部分行列として含んでいるが，ハミング符号はシンドローム復号できるように列ベクトルに 000 以外のすべてのベクトルを含んでおり，より効率のよい復号ができる．

1.1

この確率過程は $t=0$ では常に値が 0 となるため， $t \neq 0$ とは明らかに確率分布が異なる．したがって，定常確率過程ではない．

1.3

(a)

$$Y(t) = \int_0^t X(t) dt = \frac{A}{2\pi f_c} \sin(2\pi f_c t) \text{ より}$$

$$E[Y(t)] = \frac{\sin(2\pi f_c t)}{2\pi f_c} E[A] = 0$$

$$\text{Var}[Y(t)] = \left(\frac{\sin(2\pi f_c t)}{2\pi f_c} \right)^2 E[A^2] = \left(\frac{\sin(2\pi f_c t)}{2\pi f_c} \right)^2 \sigma_A^2$$

ガウス分布しているので，

$$f_{Y(t)}(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_A \sin(2\pi f_c t)} \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{2\pi f_c}{\sigma_A \sin(2\pi f_c t)} \right)^2 y^2 \right)$$

【講義の要点】

電力スペクトル密度 (p. 44-54)

$Y(t)$ の2乗期待値(1.33)を伝達関数 $H(f)$ で表現(1.37)

電力スペクトル密度(1.38): 自己相関関数のフーリエ変換

「電力スペクトル密度」の意味: 狭帯域フィルタ(図 1.9)の例で説明(1.41)

電力スペクトル密度の性質 (p. 46-49)

アインシュタイン・ウィナー・ヒンチンの定理:

自己相関関数と電力スペクトル密度はフーリエ変換対となる(1.42)(1.43)

性質 3 電力スペクトル密度は非負 (実数) (1.46)

性質 4 電力スペクトル密度は偶関数 (1.47)

入出力過程に対する電力スペクトル密度の関係 (p. 50)

出力電力スペクトル密度=入力電力スペクトル密度 $\times$ |伝達関数|² (1.58)

線形時不変フィルタによるランダム過程の伝送 (p. 42-44)

入力過程 $X(t)$, インパルス応答 $h(t)$, 出力過程 $Y(t)$: 図 1.8

$Y(t)$ の期待値= $X(t)$ の期待値 $\times$ 直流成分伝達関数(1.29)

$Y(t)$ の自己相関= $X(t)$ の自己相関とインパルス応答の2重畳込み(1.32)

$Y(t)$ の2乗期待値= $Y(t)$ の自己相関で $\tau=0$ とおいたもの(1.33)

ガウス過程 (p. 54-58)

ガウス分布 (1.58): 中心極限定理(central limit theorem)より

同一な独立分布(i.i.d.)に従うランダム変数の和は, 変数の個数を増やすとガウス分布に漸近
ガウス過程の特徴

- 1 ガウス過程を線形時不変(LTI)フィルタに入力すると出力もガウス過程となる
- 2 ガウス過程の異なる時刻における値の結合確率は結合ガウス分布で表される
- 3 定常ガウス過程は狭義定常過程となる
- 4 ガウス過程の異なる時刻における値が無相関ならば独立である

雑音 (p. 58-63)

不要な信号: ショット雑音 (講義では省略) と熱雑音

熱雑音 (p. 60-61)

回路内の電子のランダムな動きにより発生

白色雑音 (p. 61-62)

光の白色からのアナロジー: 電力スペクトル密度が一定(1.93), 自己相関はデルタ関数(1.95)

例 1.10: 理想的な低域通過雑音 (p. 62-63)

遮断周波数 B の方形フィルタ (図 1.17(a)) $\Rightarrow$ 自己相関は sinc 関数 (図 1.17(b))

本日の課題: 1.14, 1.23 (p. 81-84)

- ・ 提出締切 1/9 (金) 20:00 南 6 号館 1F メールボックス S6-4